R O C Z N I K I   W Y D Z I A Ł U
NAUK PRAWNYCH I EKONOMICZNYCH KUL
Tom I, zeszyt 2 – 2005

WIKTOR WOJCIECHOWSKI
WIKTORIA WOJCIECHOWSKA

METODA: OPTYMALIZACJA PODZIAŁU ZASOBÓW FINANSOWYCH MIĘDZY OBIEKTAMI GOSPODARCZYMI

Ponieważ zasoby finansowe są zawsze dość ograniczone, powstaje problem ich racjonalnego podziału między oddzielnymi obiektami.

Naukowe podejście do podziału zasobów wymaga zastosowania ilościowych metod analizy ekonomicznej. Najbardziej doskonałe jest rozwiązanie tego problemu na podstawie postawienia odpowiedniego optymalnego zadania ekonomiczno-matematycznego.

Zgodnie z wymaganiami podejścia metodycznego, opierającego się na wykorzystaniu metod ekonomiczno-matematycznych, należy najpierw określić kryterium optymalizacji podziału. W tym wypadku mówimy o wskaźniku ekonomicznym, oceniającym efekt otrzymany z wykorzystania zasobów finansowych. Do takich wskaźników, na przykład, na poziomie przedsiębiorstw należy odnieść objętość produkcji, wielkość dochodu i zysku. Dosyć ważny jest wskaźnik zysku, będący źródłem zwrotu z procentami zasobów kredytowych i tworzenia funduszy rozwoju przedsiębiorstw. Ogólny efekt od wykorzystania zasobów finansowych określa się według ich objętości i efektywności z każdego z przedsiębiorstw.

Przy ocenie wariantów podziału ekonomicznego kryterium optymalizacji nie jest absolutnie bezsprzeczne. Na przykład, idea utworzenia funduszy

Prof. dr hab. WIKTOR WOJCIECHOWSKI – kierownik Katedry Ekonometrii i Statystyki, WZNPiE KUL w Tomaszowie Lubelskim; adres do korespondencji: ul. Jarosławenka 47/5, 79-034 Lwów.

Mgr WIKTORIA WOJCIECHOWSKA – doktorantka Uniwersytetu Narodowego „Politechnika Lwowska”.

podtrzymania obiektów prywatyzowanych polega na sprzyjaniu stabilizacji działalności i rozwoju ogólnej masy przedsiębiorstw, a nie tylko ich części z wysoką efektywnością funkcjonowania. Ta okoliczność powinna być uwzględniona przy stawianiu zadania optymalizacyjnego.

W wyglądzie formalizowanym zadanie optymalizacyjne przedstawia się następująco:

Maksymalizuje się efekt sumaryczny

$$P + b_1K_1 + b_2K_2 + b_nK_n \rightarrow \max, \tag{1}$$

przy ograniczeniach na ogólne zasoby finansowe

$$K_1 + K_2 +\dots K_n \leq K, \tag{2}$$

i sumy kwadratowych odchyleń wydzielonych obiektem gospodarczym zasobów finansowych od ich wartości średniej

$$\left(\frac{K_1}{K_{P_1}} - \lambda\right)^2 + \left(\frac{K_2}{K_{P_2}} - \lambda\right)^2 +\dots+ \left(\frac{K_n}{K_{P_n}} - \lambda\right)^2 \leq \sigma \tag{3}$$

W przedstawionym ekonomiczno-matematycznym modelu są zastosowane takie symbole:

P_1 – bieżący efekt i – tego obiektu gospodarczego,

K_1 – zasoby wydzielone i – temu obiektowi,

b_1 – efektywność i – tych zasobów,

K_{P_1} – parametr charakteryzujący rozmiar obiektu gospodarczego.

Wartością λ określa się stosunek ogólnych zasobów finansowych K i parametru charakteryzującego ogólny rozmiar obiektów gospodarczych:

$$\lambda = \frac{K}{K_{P_1} + K_{P_2} +\dots+ K_{P_n}}$$

Na przykład rozmiar obiektu gospodarczego może być charakteryzowany wartością jego majątku.

Jeżeli finansowe zasoby wydzielić w wielkości proporcjonalnej wartości majątku, to jest $K_i = \lambda K_{P_i}$, to każdy z tych obiektów otrzymałby odpowiednio swoją część finansowania. Ale takie „wyrównujące", to jest proporcjonalne podejście, nie można uważać za najbardziej racjonalne. Ważne znaczenie ma przecież i to, na ile efektywnie wykorzystane są wydzielone zasoby. Wówczas, gdy zasoby otrzymują najbardziej efektywne obiekty, to inne pozostają poza granicami finansowania.

W postawionym zadaniu maksymalizuje się efekt z uwzględnieniem elementów „zrównania". Dopuszczalne są niektóre odchylenia od proporcjonalnego podziału w taki sposób, żeby suma kwadratów odchyleń nie przewyższała pewnej zadanej wartości. I tak w zadaniu sformalizowanym osiąga się pewien kompromis między otrzymywaniem największych efektów i „wyrównującym" podziałem.

Rozpatrzone zadanie może być rozwiązane metodami programowania matematycznego z zastosowaniem techniki komputerowej.

Jak pokazuje analiza, dla danego modelu zastosowanie wiadomej metody Lagranża pozwala w wyglądzie analitycznym otrzymać rozwiązanie zadania optymalizacyjnego. Nieznane wartości określane są następująco:

$$K_i = \lambda K_{P_i} \left(1 + \sigma \frac{K_{P_i} \Delta b_i}{\sqrt{\dfrac{K_{P_1}{}^2 \Delta b_1{}^2 + K_{P_1}{}^2 \Delta b_1{}^2 + ... + K_{P_n}{}^2 \Delta b_n{}^2}{n}}} \right) \tag{4}$$

gdzie

$$\Delta b_i = b_i - \gamma, \tag{5}$$

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^{,,} b_i \, K_{P_i}{}^2}{\sum_{i=1}^{,,} K_{P_i}{}^2} \tag{6}$$

Podstawiając wartości K_I do celowej funkcji określa się efekt optymalny od podziału kosztów finansowych.

Z formuły analitycznej (4) można wyciągnąć wniosek, że dla $\sigma = 0$ wydzielone zasoby proporcjonalne mają wartości K_{P_i}, to jest rozmiar obiektu ekonomicznego.

W innych wariantach odchylenie od proporcjonalnego podziału zasobów finansowych warunkuje się wartościami Δb_i. Są one różnicą między wskaźnikiem efektywności wykorzystania zasobów na konkretnym obiekcie i średnioważonym (pewnym sposobem) analogicznym wskaźnikiem dla wszystkich obiektów gospodarczych. W zależności od tego, który z tych wskaźników jest większy, różnica Δb_i ma dodatni czy ujemny znak.

Mówiąc inaczej, przy obliczaniu zasobów K_i w nawiasach prawej części formuły (4) do jednostki dodaje się lub odejmuje drugi składnik w zależności od tego, czy wartość wskaźnika efektywności jest większa czy mniejsza od wartości średniej, obliczonej dla masywu wszystkich obiektów gospodarczych.

Tym sposobem drugi składnik realizuje priorytet wydzielenia zasobów finansowych obiektom gospodarczym, gdzie jest większa efektywność ich wykorzystania.

Przeanalizujemy otrzymane rezultaty analityczne na przykładach liczbowych.

Rozpatrzymy cztery przedsiębiorstwa z następującą wartością majątku:

$$K_{P_1} = 1, \quad K_{P_2} = 2, \quad K_{P_3} = 3, \quad K_{P_4} = 4,$$

Efektywność wykorzystania zasobów finansowych w tych przedsiębiorstwach jest następująca:

$$b_1 = 0{,}4, \quad b_2 = 0{,}3, \quad b_3 = 0{,}2, \quad b_4 = 0{,}1$$

Należy podzielić zasoby w sumie $K = 1$ między przedsiębiorstwami optymalną liczbą.

Zgodnie z otrzymanymi rezultatami analitycznymi określamy początkowo wartości γ i $\Delta b_i = b_i - \gamma$ według formuł (5), (6):

$$\lambda = \frac{0{,}4*1^2 + 0{,}3*2^2 + 0{,}2*3^2 + 0{,}1*4^2}{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2} = 0{,}1667,$$

$\Delta b_1 = b_1 - \gamma = 0{,}4 - 0{,}1667 = 0{,}2333,$
$\Delta b_2 = b_2 - \gamma = 0{,}3 - 0{,}1667 = 0{,}1333,$
$\Delta b_3 = b_3 - \gamma = 0{,}2 - 0{,}1667 = 0{,}0333$
$\Delta b_4 = b_4 - \gamma = 0{,}1 - 0{,}1667 = -0{,}0667.$

Obliczamy również wartość wyrazu pierwiastkowego formuły (4):

$$\frac{1}{\sqrt{\dfrac{1^2*0{,}2333^2 + 2^2*0{,}1333^2 + 3^2*0{,}0333^2 + 4^2*0{,}0667^2}{4}}} = 4{,}3995.$$

Wartość wynosi:

$$\lambda = \frac{1}{1 + 2 + 3 + 4} = 0{,}1$$

Obliczamy wartości K_i zgodnie z formułą (4):

K_1 = 0,1*1(1+σ*1*0,2333*4,3995) = 0,1(1+1,0264σ),
K_2 = 0,1*2(1+σ*2*0,1333*4,3995) = 0,2(1+1,1729σ),
K_3 = 0,1*3(1+σ*3*0,0333*4,3995) = 0,3(1+1,4395σ),
K_4 = 0,1*4(1−σ*4*0,0667*4,3995) = 0,4(1−1,1738σ),

Wartości zależą od wartości parametru σ.

Na przykład, jeśli σ = 0, to jest na każdym przedsiębiorstwie stosunek $\frac{K_i}{K_{P_i}}$ jest jednakowym i równym 0,1, to otrzymujemy według formuły (4):

$$K_1 = 0{,}1 \quad K_2 = 0{,}2 \quad K_3 = 0{,}3 \quad K_4 = 0{,}4$$

Pod warunkiem $K_i \geq 0$ maksymalna wartość σjest przy K_4 = 0, to jest kiedy czwarte przedsiębiorstwo nie otrzymuje żadnych zasobów finansowych.

Wtedy realizowany jest warunek:
1−1,1738σ = 0 lub σ = 0,85.

Przy tej wartości σ otrzymujemy następujący podział zasobów ogólnych:
K_1 = 0,1(1+1,0264*0,85) = 0,1872,
K_2 = 0,2(1+1,1729*0,85) = 0,3994,
K_3 = 0,3(1+1,4395*0,85) = 0,4121,
K_4 = 0,4(1−1,1738*0,85) = 0,0000,

W porównaniu z wariantem, gdy σ = 0 to wydzielone zasoby są prawie dwa razy większe dla pierwszego i drugiego z przedsiębiorstw i 1,36 raza większe dla trzeciego przedsiębiorstwa. Ale, jak już podkreślano, czwarte przedsiębiorstwo nie otrzymuje zasobów finansowych.

Obliczamy celową funkcję według tych dwóch wariantów podziału zasobów finansowych:

I. P = 0,4*0,1000 + 0,3*0,2000 + 0,2*0,3000 + 0,1*0,4000 = 0,2000, (σ = 0,00)
II. P = 0,4*0,1872 + 0,3*0,3994 + 0,2*0,4121 + 0,1*0,4121 = 0,2771, (σ = 0,85)

Porównanie otrzymanych efektów pokazuje, że w drugim wariancie efekt jest nieco większy (o 38,5%), ponieważ tu w większej mierze finansowane były przedsiębiorstwa z wyższym poziomem ich efektywności. Ale wówczas nie otrzymało zasobów czwarte przedsiębiorstwo, w którym efektywność zasobów finansowych jest najmniejsza.

Należy podkreślić, że funkcja podziału jest dosyć rozpowszechniona. Tak dzielą się państwowe, miejscowe, rodzinne budżety, fundusze różnego przeznaczenia. Prócz orientacji na ekonomiczne wskaźniki i rezultaty podział uwzględnia również inne cele – typu wyrównywania poziomu życiowego, podtrzymania, ochrony środowiska itp.

Proponowaną metodę optymalizacji przy pewnej modyfikacji możemy stosować do rozwiązywaniu tych zadań.

Dane podejście do optymalizacji podziału zasobów finansowych opiera się na uwzględnieniu wielu właściwości i prawidłowości, będących adekwatnymi do realnego procesu.

Przy ocenie wariantu podziału uwzględnia się rozmiar obiektów gospodarczych. Według innych równych warunków większym obiektom powinno się wydzielać znacznie większą objętość zasobów finansowych. To przejawia się w tym, że wskaźnik rozmiaru jest odpowiednim mnożnikiem w otrzymanej końcowej formule dla określenia optymalnych zasobów wydzielanych obiektom.

Ważną właściwością optymalnego rozwiązania zadania jest to, że zasoby wydzielane obiektom są proporcjonalne do wielkości ogólnego funduszy. Dzięki temu można mówić o podziale zasobów finansowych według zasady procentowej, co jest bardzo wygodne dla warunków zmiany absolutnej wielkości zasobów finansowych.

Istotną osobliwością proponowanej metody jest to, że skrycie uwzględnia się w niej stochastyczne aspekty realnych procesów. Praktycznie lokalne efekty zasobów są zmiennymi losowymi, leżącymi w pewnych granicach zmian. Ponieważ obliczenia urzeczywistniają się dla masywu obiektów gospodarczych, to pozwala otrzymywać znacznie niezawodne rezultaty. Ssprzyja temu wprowadzenie do modelu ekonomiczno-matematycznego ograniczeń na odchylenia, analogicznych obliczaniu wariancji przy analizie procesów statystycznych.

W następnych opracowaniach uwzględnienie momentów statystycznych można urzeczywistnić bardziej ściśle, kiedy rozpatrzymy funkcję celową jako wielkość prawdopodobną, ale zbudowany model wówczas pozostaje podstawowe.

Proponowane podejście nie jest uczulone na ilość obiektów gospodarczych – może być ich całe mnóstwo. Opracowany algorytm otrzymania optymalnych rozwiązań w analitycznym wyglądzie jest prosty dla realizacji komputerowej.

METHOD: OPTIMIZATION OF THE DIVISION OF FINANCIAL RESOURCES IN ECONOMIC OBJECTS

S u m m a r y

Proposed scientific approach for optimization of diversification of the financial resources between economical objects, which guarantee compromise between the proportional distribution and the distribution according to effectiveness of the utilization of those resources.

Quantity content of the method – non linear economical-mathematic model formation and its analytical analysis.

Method was interpretated using concrete example.

Słowa kluczowe: zasoby, podział, optymalizacja, model ekonomiczno-matematyczny.

Key words: resources, optimization, economic-mathematical model.