

STANISŁAW GĘDEK

ZASTOSOWANIE ANALIZY HARMONICZNEJ DO BADANIA ZMIENNOŚCI CEN PRODUKTÓW ROLNYCH

WSTĘP

Typowy szereg czasowy cen produktów rolnych zawiera na ogół wahania cykliczne o różnym okresie i amplitudzie. Z reguły przyjmuje się, że w takim szeregu czasowym występują wahania sezonowe, wahania o okresie jednego roku, wahania cykliczne o okresie kilku lat oraz wahania losowe (Hejman i in.). Cykliczne wahania cen nie muszą zresztą sprowadzać się do schematu pojedynczego cyklu, jak to się dzieje na przykład w przypadku wahań cen żywca wołowego w Stanach Zjednoczonych (Bressert). Są one efektem wielu (w tym przypadku siedmiu) nakładających się na siebie cykli o różnej długości (w tym przypadku o długości od 16 tygodni do 15 lat). Również na polskim rynku rolnym występuje podobne zjawisko nakładania się na siebie wielu cykli cenowych o różnej długości (Gędek, Idzik; Stańko, Idzik).

Podstawowymi celami analizy szeregów czasowych cen jest wykorzystanie jej do budowy prognoz oraz identyfikacji przyczyn zmienności. Sformalizowane metody konstrukcji prognoz cen produktów rolnych budowanych na podstawie szeregów czasowych (wygładzania wykładniczego, ARMA, ARIMA) wymagają przyjęcia *a priori* założeń co do charakteru wahań cyklicznych badanego zjawiska. Podobne założenia czynione są w przypadku identyfikacji przyczyn zmienności (Stańko). Wygodnym narzędziem identyfikacji i kwantyfikacji zjawisk o charakterze periodycznym jest analiza

Dr STANISŁAW GĘDEK – pracownik naukowo-dydaktyczny Katedry Ekonomiki i Organizacji Agrobiznesu na Wydziale Rolniczym Akademii Rolniczej w Lublinie; adres do korespondencji: ul. Akademicka 13, 20-950 Lublin.

harmoniczna Fouriera, traktująca badane zjawisko jako kombinację liniową oscylacji (harmonik) o różnym okresie i różnych amplitudach (Marcinkowski; Smolik; Shumway; Talaga, Zieliński; Wei). Celem analizy przeprowadzonej w niniejszym opracowaniu będzie stwierdzenie, czy w szeregach czasowych cen produktów rolnych występują składowe harmoniczne, oraz porównanie ich charakterystyk dla różnych produktów.

ISTOTA ANALIZY HARMONICZNEJ

Model tendencji rozwojowej w postaci ogólnej można zapisać jako:

$$Y_t = F[f(t), \varphi_1(t), \dots, \varphi_k(t), \varepsilon_t], \quad (1)$$

gdzie:

Y_t – wartość analizowanego zjawiska w momencie t ($t = 1, 2, \dots, n$),

$f(t)$ – funkcja trendu,

$\varphi_j(t)$, – funkcje mierzące wahania periodyczne ($j = 1, \dots, k$),

ε_t – składnik losowy w momencie t .

Zakłada się dalej, że funkcja jest ciągła i ograniczona, a funkcje są ograniczone i okresowe o okresach p_1, \dots, p_k . Konkretyzacja tego ogólnego modelu (por. Shumway; Talaga, Zieliński; Wei) dla potrzeb analizy harmonicznej ma postać:

$$Y_t = f(t) + \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} \varphi_j(t) + \varepsilon_t \quad (2)$$

przy czym

$$\varphi_j(t) = \alpha_j \cos\left(\frac{2\pi}{n}jt\right) + \beta_j \sin\left(\frac{2\pi}{n}jt\right) \quad (3)$$

gdzie: α_j, β_j ($j = 1, 2, \dots, n/2$) są parametrami, których oceny, odpowiednio: a_j, b_j , wyznaczone są za pomocą metody najmniejszych kwadratów. Również

za pomocą metody najmniejszych kwadratów wyznaczane są oceny parametrów funkcji trendu - $f(t)$. Wyznaczanie wielomianu (2) jest odpowiednikiem rozwijania funkcji w szereg Fouriera. Długość szeregu czasowego obserwacji jest jednak skończona, wobec czego skończona jest też liczba składników takiego szeregu.

Wyrażenie (3) nazywane jest j -tą harmoniką. Harmonika o numerze 1 ma okres równy długości badanego szeregu czasowego, harmonika o numerze 2 ma okres równy połowie długości badanego szeregu czasowego, trzecia – jednej trzeciej itd. Liczba harmonik, które należy określić, jest więc równa połowie długości badanego szeregu czasowego i oczywiście jest tym większa, im dłuższy jest ten szereg. Z reguły nie ma potrzeby ujmowania w modelu wszystkich harmonik, które mogą być określone na podstawie danego szeregu czasowego. Ujmuje się w nim jedynie te harmoniki, które mają największy udział w wyjaśnianiu zmienności analizowanego zjawiska.

Wariancję wahań o danym okresie reprezentuje periodogram:

$$P_j = \frac{n(a_j^2 + b_j^2)}{2} \quad (4)$$

gdzie P_j jest wartością periodogramu wahań o okresie równym n/j , pozostałe oznaczenia jak wyżej. Miarą określającą, jaka część całkowitej zmienności objaśnianej (Y), danej w postaci szeregu czasowego, została objaśniona przez daną harmonikę, są współczynniki determinacji cząstkowej:

$$R_j^2 = \frac{a_j^2 + b_j^2}{2S^2} \quad (5)$$

dla $j = 1, \dots, (n/2) - 1$, czyli dla pierwszych $(n/2) - 1$ harmonik oraz

$$R_j^2 = \frac{a_j^2 + b_j^2}{S^2} \quad (6)$$

dla $j = (n/2)$, czyli dla ostatniej harmoniki, gdzie S^2 jest wariancją zmiennej objaśnianej – Y . Harmoniki nie są skorelowane z trendem. Żadne dwie harmoniki nie są ze sobą skorelowane, żaden więc ze składników sumy znajdu-

jącej się po prawej stronie wyrażenia (2) nie może uwzględniać jednej i tej samej części ogólnej wariancji zmiennej Y . Oznacza to, że współczynniki determinacji cząstkowej mogą być sumowane. Współczynnik determinacji modelu (2) jest dany wzorem:

$$R^2 = R_t^2 + \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} R_j^2 \quad (7)$$

gdzie: R_t^2 – część ogólnej wariancji zmiennej Y objaśniona przez trend, pozostałe oznaczenia jak wyżej. Wobec niezależności poszczególnych harmonik istotność j tej harmoniki można badać stosując test F – Snedecora, którego statystyka dana jest wzorem:

$$F_j = \frac{R_j^2}{\frac{(1-R_j^2)}{n-2}} \quad (8)$$

Jeśli j -ta harmonika nie jest skorelowana ze zmienną objaśnianą, statystyka ta ma rozkład Fishera-Snedecora o 1 i $n-2$ stopniach swobody. Jeśli wartość tej statystyki jest mniejsza od wartości krytycznej dla 1 i $n-2$ stopni swobody i przyjętego poziomu istotności, dana harmonika usuwana jest z modelu (2). Pozwala to na ogół na uzyskanie modelu oszczędnego, w którym liczba harmonik nie jest zbyt duża, a jednocześnie dobrze opisującego zmienność badanego zjawiska.

Wielkość amplitudy wahań poszczególnych harmonik wyznaczana jest z wzoru:

$$A_j = \sqrt{a_j^2 + b_j^2} \quad (9)$$

gdzie A_j jest amplitudą j -tej harmoniki, pozostałe oznaczenia jak wyżej. Dla poszczególnych harmonik na osi czasu wyznaczana jest wartość przesunięcia fazowego:

$$\Psi_j = \arctg \frac{b_j}{a_j} \quad (10)$$

gdzie Ψ_j , jest przesunięciem fazowym amplitudy j -tej harmoniki, pozostałe oznaczenia jak wyżej. Pozwala to na lokalizację amplitud tych harmonik na osi czasu.

ANALIZA HARMONICZNA SZEREGÓW CZASOWYCH CEN PRODUKTÓW ROLNYCH

Analizie zostały poddane szeregi czasowe tygodniowych notowań: cen 1 dt. pszenicy oraz pary prosiąt na targowisku w Rykach w okresie od 1 września 1995 do 31 sierpnia 2003 r. Dane te gromadzone były przez WODR w Końskowoli. Szeregi czasowe tych cen zawierają po 416 obserwacji (8 lat po 52 tygodnie). Braki danych, bardzo nieliczne, wynikające przede wszystkim z różnego rodzaju świąt, uzupełniane były metodą średnich z sąsiednich momentów. Celem tego zabiegu było uzyskanie dla każdego roku identycznej liczby notowań tygodniowych równej 52. Dane tygodniowe umożliwiają identyfikację wahań o krótkich okresach, rzędu kilku tygodni.

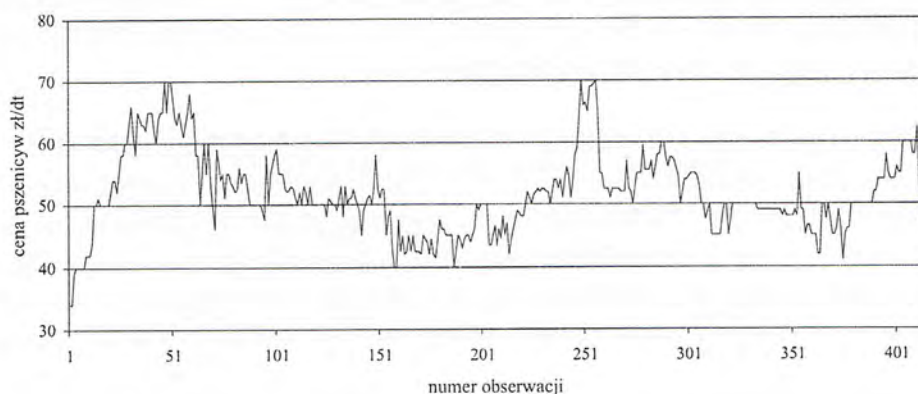
Tab. 1. Podstawowe parametry szeregów czasowych cen 1 dt pszenicy i pary prosiąt na targowisku w Rykach, wrzesień 1995 – sierpień 2003

Wyszczególnienie	Cena pszenicy	Cena prosiąt
Średnia	51,77	161,25
Mediana	50	160
Modalna	50	190
Odchylenie standardowe	6,461	45,594
Współczynnik zmienności (%)	12,48	28,28
Kurtoza	0,4743	-0,7468
Skośność	0,5670	0,0035
Minimum	34	70
Maksimum	70	270
Rozstęp	36	200
Rozstęp jako % średniej	69,5	124,0

Źródło: Obliczenia własne.

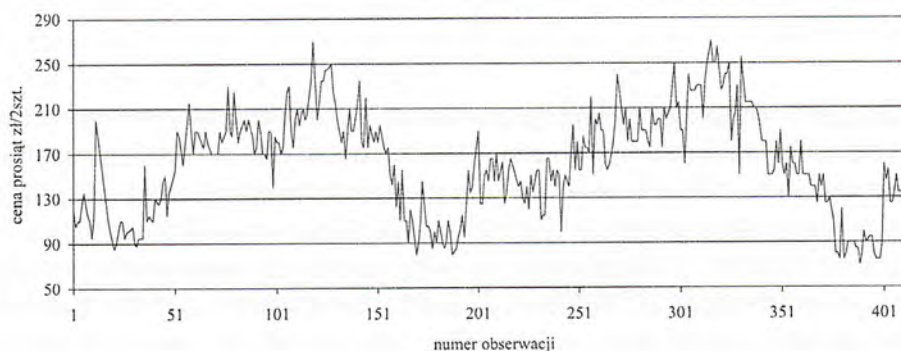
Podstawowe parametry tych szeregów czasowych zostały zamieszczone w tabeli 1. Zasadniczą różnicą, jaka zachodzi pomiędzy szeregiem czasowym cen pszenicy a szeregiem cen prosiąt, jest większa zmienność cen prosiąt. Świadczy o tym przede wszystkim wielkość współczynnika zmienności, ponad dwukrotnie większa w przypadku ceny prosiąt. Większa też jest amplituda wahań tych cen. Ilustruje wielkość rozstępu wyrażona w procentach średniej. Obydwa szeregi wykazują asymetrię, przy czym wyraźniejsza jest ona w przypadku cen pszenicy.

Przebieg w czasie analizowanych wartości przedstawiony został na rysunkach 1 i 2. Potwierdzają one w pełni sformułowane poprzednio wnioski o większej zmienności cen prosiąt. Wykres cen prosiąt jest znacznie bardziej „postrzępiony” niż wykres cen pszenicy.



Rys. 1. Ceny pszenicy na targowisku w Rykach w okresie wrzesień 1995–sierpień 2003

Analiza graficzna przebiegu zmienności cen w badanym okresie wskazuje przede wszystkim na brak trendu. Hipoteza ta potwierdzona została analitycznie. Wartość współczynnika determinacji (R^2) dla trendu wynosi w przypadku ceny pszenicy 0,00151, zaś w przypadku cen prosiąt jeszcze mniej – 0,00003. Obydwe te wartości są statystycznie nieistotne.



Rys. 2. Ceny prosiąt na targowisku w Rykach w okresie wrzesień 1995–sierpień 2003

Drugą ważną charakterystyką uzyskaną w wyniku analizy graficznej jest występowanie cyklu o okresie około czterech lat (ok. 200 obserwacji), wyraźniej zaznaczonego w przypadku cen prosiąt. Ten typ analizy pozwala w zasadzie tylko na stwierdzenie faktu występowania takich wahań. Nie pozwala natomiast na bardziej precyzyjne określenie parametrów takiego cyklu. Nie ma również możliwości określenia w przypadku tego typu analizy, czy występują wahania cykliczne cen o krótszych okresach, aczkolwiek przebieg obydwu wykresów pozwala na postawienie takiej hipotezy.

W pełni strukturę wahań cyklicznych w badanych szeregach czasowych może odtworzyć analiza harmoniczna. Celem takiej analizy jest stwierdzenie, czy w badanych szeregach czasowych występują istotnie statystycznie składowe harmoniczne. Twierdząca odpowiedź na takie pytanie pozwoli określić, zgodnie z przedstawioną powyżej metodologią, nie tylko sam fakt występowania wahań periodycznych cen o danym okresie, ale również ustalenie ich parametrów. Szczególnie ważne jest określenie udziału harmoniki, danemu przez współczynnik R_j^2 , odpowiadającej danemu okresowi wahań w całej zmienności szeregu czasowego cen. Pozwoli to bowiem określić względną ważność danej harmoniki.

Wobec faktu, że w obydwu analizowanych szeregach czasowych nie występuje trend, nie ma konieczności dokonywania detrendyzacji. Model (2) może być więc zredukowany do postaci:

$$Y_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} \varphi_j(t) + \varepsilon_t \quad (11)$$

gdzie α_0 jest średnią danego szeregu czasowego, pozostałe oznaczenia jak wyżej.

Analiza widmowa szeregów czasowych tygodniowych notowań cen obydwu produktów pozwoliła na szacowanie parametrów 208 harmonik dla każdego szeregu. W przypadku szeregu cen pszenicy istotne na poziomie 0,05 okazało się 14 harmonik, zaś w przypadku szeregu czasowego cen prosiąt istotnych na poziomie 0,05 było 8 harmonik. Do badania istotności zastosowany został test *F*-Snedecora. Parametry harmonik istotnych zamieszczone zostały w tabelach 2 i 3.

Tab. 2. Parametry 14 istotnych harmonik opisujących cykliczne wahania cen 1 dt. pszenicy na targowisku w Rykach, wrzesień 1995–sierpień 2003

Numer harmoniki	Okres wahań (tygodnie)	Współczynnik przy		Wartość periodogramu	Amplituda	R_j^2	Statystyka testu F	P_j
		cosinus	sinus					
2	208,00	-0,948	5,142	5685,92	5,228	0,327	202,02	0,0000
8	52,00	-0,537	-2,813	1706,02	2,864	0,098	45,21	0,0000
6	69,33	-1,114	-2,217	1280,55	2,481	0,074	33,04	0,0000
4	104,00	-2,274	0,400	1108,49	2,309	0,064	28,30	0,0000
5	83,20	-1,301	-1,499	819,18	1,985	0,047	20,54	0,0000
1	416,00	1,899	-0,333	772,76	1,927	0,044	19,33	0,0000
7	59,43	-0,278	-1,737	643,62	1,759	0,037	15,97	0,0001
11	37,82	-0,775	-1,565	634,53	1,747	0,037	15,74	0,0001
16	26,00	-0,434	-1,349	417,60	1,417	0,024	10,23	0,0015
24	17,33	-0,962	-0,659	282,81	1,166	0,016	6,87	0,0091
3	138,67	0,668	-0,882	254,36	1,106	0,015	6,17	0,0134
14	29,71	-0,731	-0,830	254,31	1,106	0,015	6,17	0,0134
13	32,00	0,016	-0,902	169,44	0,903	0,010	4,09	0,0438
17	24,47	-0,095	0,875	161,16	0,880	0,009	3,89	0,0493

Źródło: Obliczenia własne.

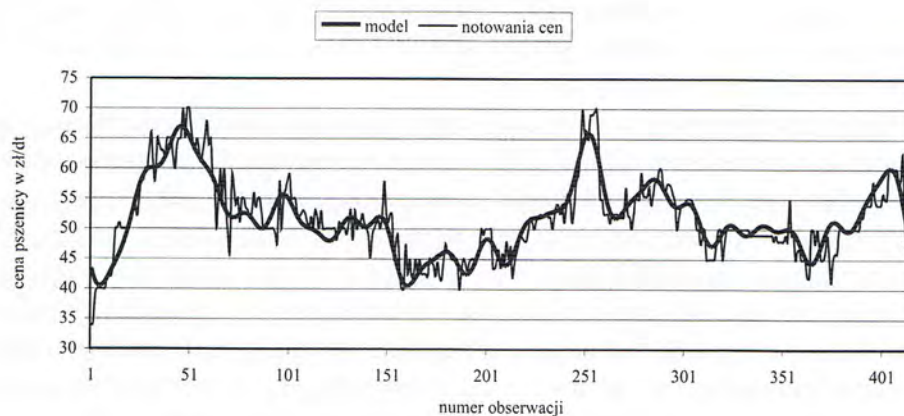
Model (11) opisujący kształtowanie się cen pszenicy oszacowany za pomocą 14 istotnych składowych harmoniczych, których parametry zawiera tabe-

la 2, wyjaśnił prawie 82% rzeczywistej zmienności tego szeregu czasowego. Suma cząstkowych współczynników determinacji, będąca współczynnikiem determinacji całego modelu, wynosi 0,817. Pozwala to na stwierdzenie, iż model został bardzo dobrze dobrany.

Podstawowym elementem determinującym przebieg zmian cen pszenicy są wahania o okresie czteroletnim (208 tygodni, harmonika 2), objaśniające bez mała jedną trzecią całej zmienności szeregu (R_2^2 , por. tab. 2). Drugim elementem pod względem ważności były wahania o okresie rocznym (52 tygodnie, harmonika 8), objaśniające prawie jedną dziesiątą zmienności szeregu (R_8^2 , por. tab. 2). Wskazuje to na silną sezonowość cen pszenicy, bowiem harmonika o okresie jednego roku odpowiada za opis tych wahań. W sumie harmoniki odnoszące się do dwu cykli o największym wkładzie w wyjaśnianie całkowitej zmienności cen pszenicy objaśniają ponad 40% całej zmienności w badanym okresie ($R_2^2 + R_8^2 = 0,425$) i odpowiadają za ponad połowę zmienności wyjaśnionej przez model. Każda z pozostałych harmonik, aczkolwiek istotnych statystycznie na poziomie 0,05, ma mniejszy wkład w wyjaśnienie zmienności cen pszenicy, chociaż suma charakteryzujących je cząstkowych współczynników determinacji wynosi bez mała 0,4.

Decydującą rolę w wyjaśnianiu zmienności cen pszenicy odegrały cykle o okresie rocznym i dłuższym. Suma cząstkowych współczynników determinacji istotnych harmonik o okresie poniżej jednego roku wynosi zaledwie 0,11 (por. tab. 2). Tym niemniej można powiedzieć, że w przypadku pszenicy zidentyfikowane zostały minicykle cenowe, o okresie wahań poniżej jednego roku. Najkrótszy z tych minicykli (por. tab. 2) ma 4 miesiące (harmonika 24), ponadto występują wahania o okresie półrocznym (harmonika 16), około dziewięciomiesięcznym (harmonika 11), siedmio- i ośmiomiesięcznym (harmoniki 13 i 14). Udział tych minicykli w wyjaśnianiu zmienności cen pszenicy jest jednak niewielki, aczkolwiek wyraźny. Decydującą rolę odgrywają cykle o okresie rocznym i dłuższym.

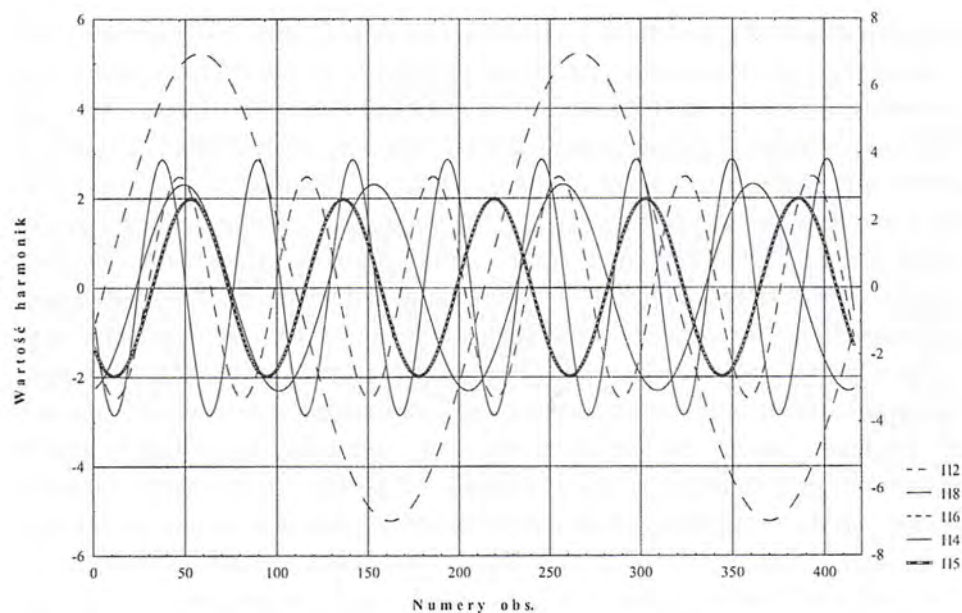
Graficzna ilustracja skuteczności modelu (11), w którym uwzględnione zostały istotne harmoniki, w wyjaśnianiu zmienności cen pszenicy została przedstawiona na rysunku 3. Widać na nim wyraźnie, że linia dana równaniem modelu odtwarza dość wiernie zmiany periodyczne występujące w analizowanym szeregu.



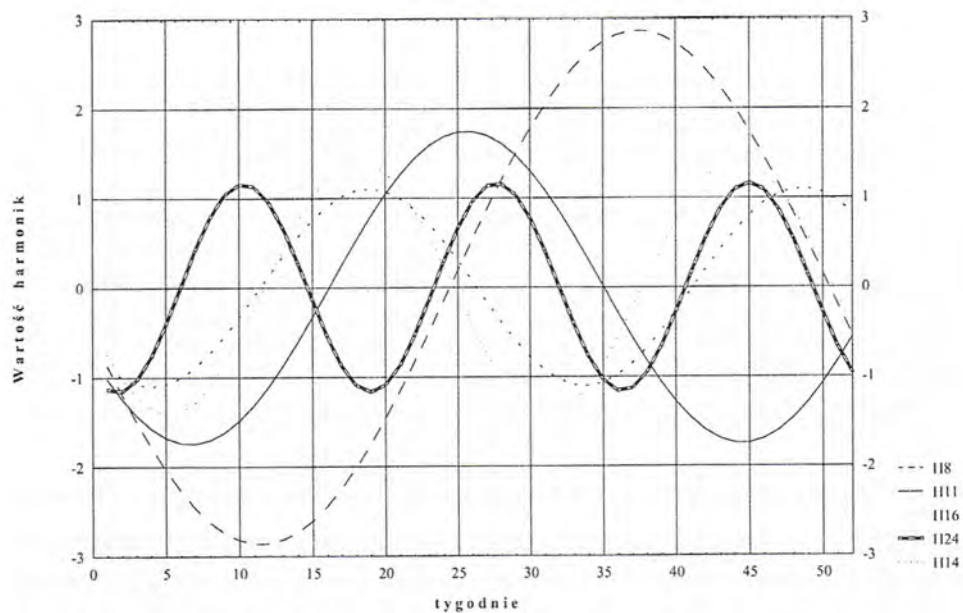
Rys. 3. Przebieg notowań cen pszenicy na targowisku w Rykach w okresie wrzesień 1995–sierpień 2003 oraz wartości uzyskanych w oparciu o model

Wykresy przebiegu podstawowych harmonik, tych o największej wartości współczynnika determinacji cząstkowej, składających się na przebieg zmienności cen pszenicy danych modelem, zostały zamieszczone na rysunku 4. Wskazują one na wyraźną dominację dwu cykli, o okresie 4 lat (harmonika 2-H2) i o okresie rocznym (harmonika 8-H8). Dalsza analiza wykresu wskazuje na to, że wahania roczne cen pszenicy spłaszczają maksima wahań długookresowych oraz pogłębiają minima tych wahań. W momencie bowiem występowania maksimów cyklu długookresowego pojawiają się minima wahań rocznych, natomiast minima cykli rocznych i czteroletnich pokrywają się.

Wykres rozkładu harmonik o okresie wahań rocznym i krótszym został zamieszczony na rysunku 5 (harmoniki 8, 11, 14, 16 i 24). Widać tam wyraźnie dominację harmoniki o rocznym okresie wahań (H8). Pozostałe harmoniki mają amplitudy znacznie mniejsze.



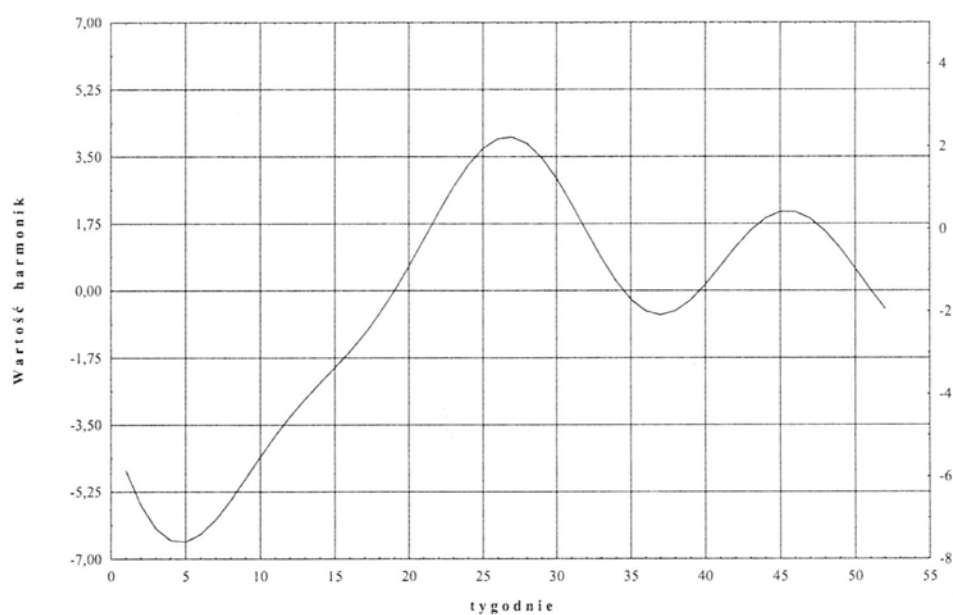
Rys. 4. Rozkład podstawowych harmonik targowiskowych cen pszenicy



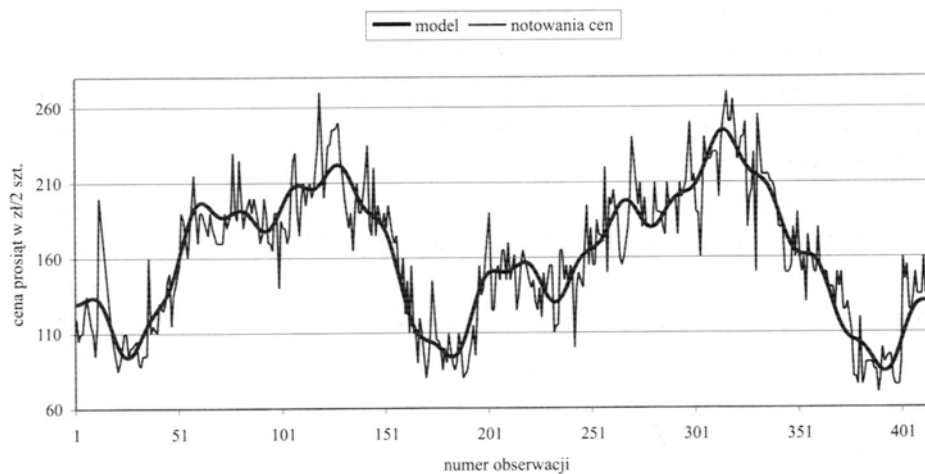
Rys. 5. Rozkład harmonik targowiskowych cen pszenicy o okresie wahań rocznym i krótszym

Wykres sumy harmonik opisujących przebieg zmienności targowiskowych cen pszenicy o okresie rocznym i krótszym zamieszczony został na rysunku 6. Pozwala on na identyfikację sezonowości cen pszenicy. Obraz tej sezo-

nowości jest dość typowy dla produktów roślinnych (por. np. Hejman i in.). Według tego schematu cena produktów roślinnych rośnie od momentu zbioru do momentu krótko przed zbiorem, po czym dość szybko spada. Podobnie dzieje się w przypadku analizowanego szeregu cen, aczkolwiek występują tu pewne odstępstwa od takiego idealnego obrazu. Zgodnie bowiem z przebiegiem sezonowości cen pszenicy, przedstawionym na rysunku 6, cena pszenicy spada jeszcze dość długo po zbiorach, mniej więcej do końca września (piąty tydzień roku rozpoczynającego się 1 września). Poczynając od tego momentu, cena rośnie, by osiągnąć swoje roczne maksimum ok. 28. tygodnia, czyli mniej więcej w połowie kwietnia. Poczynając od tego momentu, cena pszenicy analizowana w ujęciu rocznym spada, aczkolwiek z pewnym załamaniem tej tendencji około połowy czerwca (36. tydzień), by osiągnąć lokalne maksimum pod koniec lipca (45. tydzień), od którego to momentu następuje spadek, aż do osiągnięcia minimum w ujęciu rocznym w końcu września.



Rys. 6. Rozkład sumy harmonik targowiskowych cen pszenicy o okresie wahań rocznym i krótszym w tabeli 3), zastosowany do opisu zmienności cen prosiąt, wyjaśnił prawie 83% tej zmienności (suma współczynników korelacji cząstkowej istotnych harmonik wynosi 0,829). Wartość ta świadczy o wysokiej jakości modelu użytego do opisu. Graficzna ilustracja dopasowania modelu (11), w którym zostały uwzględnione istotne harmoniki, do danych empirycznych notowań cen prosiąt, przedstawiona na rysunku 7, potwierdza ten wniosek w całej rozciągłości.



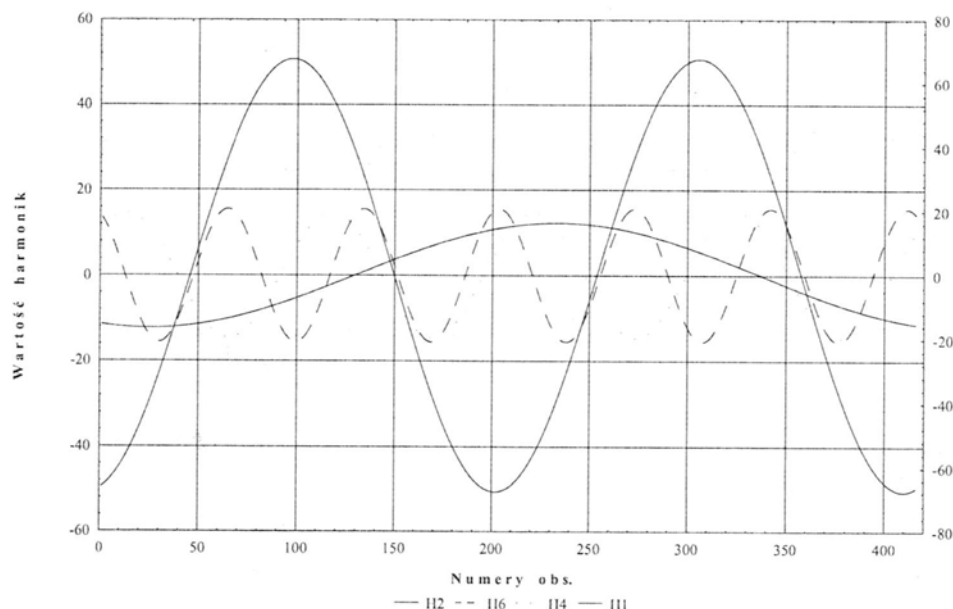
Rys. 7. Przebieg notowań cen pary psiań na targowisku w Rykach w okresie wrzesień 1995–sierpień 2003 oraz wartości uzyskanych w oparciu o model

Tab. 3. Parametry 8 istotnych harmonik opisujących cykliczne wahania cen pary psiań na targowisku w Rykach, wrzesień 1995 – sierpień 2003.

Numer harmo- niki	Okres wahań (tygodnie)	Współczynnik przy		Wartość periodo- gramu	Amplituda	R_j^2	Statystyka testu F	p
		cosinus	sinus					
2	208,00	-49,744	9,582	533 778,41	50,658	0,617	669,19	0,0000
6	69,33	14,301	-6,273	50 726,32	15,617	0,059	25,86	0,0000
4	104,00	10,047	10,667	44 663,52	14,654	0,052	22,60	0,0000
1	416,00	-11,414	-4,591	31 480,36	12,302	0,036	15,68	0,0001
8	52,00	10,400	2,078	23 396,18	10,606	0,027	11,54	0,0007
5	83,20	-0,022	-8,484	14 972,76	8,484	0,017	7,31	0,0071
18	23,11	-6,294	-2,330	9 367,79	6,711	0,011	4,54	0,0336
7	59,43	1,010	6,452	8 870,72	6,531	0,010	4,30	0,0387

Źródło: Obliczenia własne.

Wyniki zawarte w tabeli 3 pozwalają na wyciągnięcie kilku bardzo istotnych wniosków. Podobnie jak w przypadku szeregu czasowego cen pszenicy, również i w przypadku cen prosiąt największy udział w wyjaśnianiu zmienności ma cykl czteroletni (208 tygodni – harmonika 2). Tu jednakże udział harmoniki o tym okresie w wyjaśnianiu zmienności cen jest znacznie większy – wynosi ponad 60% (R_2^2). Udział pozostałych harmonik w wyjaśnianiu zmienności cen prosiąt stanowi zaledwie jedną trzecią zmienności wyjaśnionej, a współczynnik determinacji cząstkowej każdej z tych harmonik jest znacznie mniejszy od 0,1. Świadczy to o tym, że decydującą rolę w kształtowaniu cen prosiąt odgrywa cykl wieloletni o długości równej 4 lata (208 tygodni).

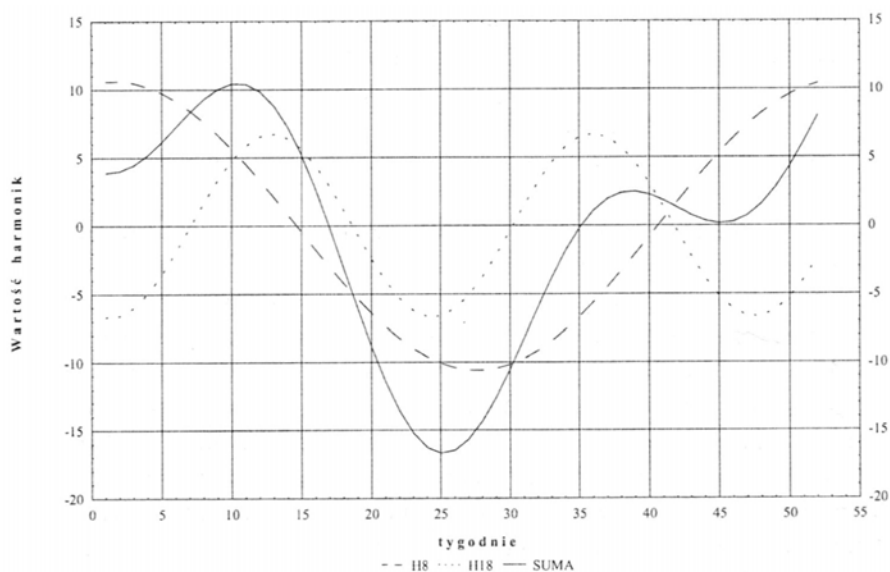


Rys. 8. Rozkład podstawowych harmonik targowiskowych cen pary prosiąt

Do podobnych wniosków skłania analiza przebiegu podstawowych harmonik opisujących szereg czasowy cen prosiąt (por. rys. 8). Dominacja harmoniki o okresie czteroletnim jest tu bardzo wyraźna, znacznie wyraźniejsza niż w przypadku szeregu czasowego cen pszenicy. Pozostałe harmoniki mają amplitudę bardzo wyraźnie mniejszą niż ta harmonika, nie sięgającą nawet połowy jej wartości. Do tego szeregu można więc odnieść w całej rozciągłości stwierdzenie, że jest on „lokalnie losowy, ale globalnie deterministyczny” (Smolik 2003, s. 174). Potwierdza to też analiza graficzna wykresu

przedstawionego na rysunku 7. Mimo znacznego, jak to już zostało powiedziane, „postrzępienia” wykresu wartości empirycznych możliwe było dobranie modelu bardzo dobrze dopasowanego do tych danych. Świadczy to też o tym, że kształtowanie się cen prosiąt jest systemem o dużym stopniu złożoności. Do takich bowiem systemów odnosi się zacytowane powyżej stwierdzenie o lokalnej losowości i globalnej determinacji.

Suma cząstkowych współczynników determinacji istotnych harmonik o okresie poniżej jednego roku wynosi w przypadku szeregu czasowego cen prosiąt jedynie 0,011 (por. tab. 3). Istotna jest tylko jedna harmonika o okresie wahań poniżej jednego roku. Trudno więc powiedzieć, aby w przypadku cen prosiąt minicykle cenowe, o okresie wahań poniżej jednego roku, odgrywały większą rolę, chociaż należy stwierdzić, że zostały zidentyfikowane. Minicykl ten ma okres około pół roku (por. tab. 3, harmonika 18). Wykres harmonik opisujących przebieg zmienności cen prosiąt o okresie rocznym i krótszym oraz wykres ich sumy zamieszczone zostały na rysunku 9.



Rys. 9. Rozkład harmonik targowiskowych cen prosiąt o okresie wahań rocznym i krótszym oraz ich sumy

Suma cząstkowych współczynników determinacji istotnych harmonik o okresie poniżej jednego roku wynosi w przypadku szeregu czasowego cen prosiąt jedynie 0,011 (por. tab. 3). Istotna jest tylko jedna harmonika, o okresie wahań poniżej jednego roku. Trudno więc powiedzieć, aby w przypadku cen prosiąt minicykle cenowe o okresie wahań poniżej jednego roku odgrywały większą rolę, chociaż należy stwierdzić, że zostały zidentyfikowane.

kowane. Minicykl ten ma okres około pół roku (por. tab. 3, harmonika 18). Wykres harmonik opisujących przebieg zmienności cen prosiąt o okresie rocznym i krótszym oraz wykres ich sumy zamieszczone zostały na rysunku 9.

Przebieg sezonowości cen prosiąt (por. rys. 9 – linia sumy harmonik o okresie wahań rocznym i krótszym, dana linia ciągłą) jest wyraźnie odmienny od przebiegu sezonowości cen pszenicy, typowego dla produktów roślinnych. Zgodnie z wykresem na rysunku 9 cena prosiąt rośnie do około 12 tygodnia, tj. do początku grudnia (rok liczony jest tu, podobnie jak w przypadku analizy sezonowości cen, od początku września do końca sierpnia, dla uzyskania porównywalności), kiedy osiąga swoje roczne maksimum. Poczynając od tego momentu, cena spada, osiągając roczne minimum w 25. tygodniu roku, czyli pod koniec lutego. Od tego momentu cena liczona w ujęciu rocznym rośnie. Pewne i niewielkie załamanie tego trendu można zaobserwować około 27. tygodnia, czyli około połowy maja, kiedy ta cena osiąga swoje lokalne maksimum (również liczone tylko w ujęciu rocznym). Załamanie to trwa do 45. tygodnia, czyli do początku lipca. Należy tu jednak jeszcze raz podkreślić, że sezonowość cen w przypadku prosiąt jest o wiele słabsza niż w przypadku cen pszenicy, aczkolwiek, co należy również podkreślić, można ją zidentyfikować.

W przebiegu zmienności cen analizowanych tu dwu produktów można znaleźć zarówno pewne podobieństwa, jak i różnice. Podstawowym podobieństwem jest dominacja cyklu długookresowego, o okresie czteroletnim, nad cyklami o okresie krótszym. Podstawowa różnica polega na skali owej dominacji. W przypadku szeregu czasowego cen prosiąt harmonika tego cyklu wyjaśnia trzykrotnie większą część zmienności niż wszystkie pozostałe harmoniki razem wzięte. Druga różnica dotyczy roli cykli o okresie roku i krótszym. W przypadku pszenicy odgrywają one znacznie większą rolę niż w przypadku cen prosiąt. W szczególności uwaga ta dotyczy harmoniki o okresie rocznym, która w przypadku szeregu czasowego cen pszenicy jest drugą pod względem udziału w wyjaśnianiu zmienności całkowitej szeregu. Porównanie charakterystyk harmoniki o okresie czteroletnim (208 tygodni) i rocznym (52 tygodnie) zawiera tabela 4.

Tab. 4. Porównanie harmonik o okresie czteroletnim i rocznym w modelu opisującym wahania cykliczne cen 1 dt. pszenicy i pary prosiąt na targowisku w Rykach, wrzesień 1995 – sierpień 2003

Numer harmoniki	Okres wahań (tygodnie)	Amplituda jako krotność odchylenia standardowego		Amplituda w % amplitudy maksymalnej		Współczynnik determinacji cząstkowej	
		pszenica	prosięta	pszenica	prosięta	pszenica	prosięta
2	208,00	0,81	1,11	100,00	100,00	0,327	0,617
8	52,00	0,44	0,23	54,78	20,94	0,098	0,027

Źródło: Obliczenia własne.

Dane zawarte w tabeli 4 ukazują wyraźnie różnicę w roli tych dwu harmonik w wyjaśnianiu zmienności obydwu analizowanych szeregów cen. Miary roli harmoniki o okresie rocznym (harmonika 8) są w przypadku szeregu cen pszenicy wielokrotnością miar tej samej harmoniki opisującej szereg cen prosiąt. Z kolei miary opisujące harmonikę o okresie 4 lat (harmonika 2) wskazują na jej większy udział w wyjaśnianiu cen prosiąt w porównaniu do tej samej harmoniki opisującej szereg czasowy cen pszenicy. Potwierdza to powszechnie przyjmowaną tezę o różnicach w kształtowaniu się cen produktów pochodzenia roślinnego i zwierzęcego (Heijman i in.; Tomek, Robinson).

W przypadku obydwu analizowanych szeregów istotna okazała się harmonika o okresie równym długości analizowanego szeregu (harmonika 1). Jej udział w wyjaśnianiu zmienności szeregu czasowego cen jest podobny dla obydwu szeregów, współczynnik determinacji cząstkowej wynosi 0,044 w przypadku cen pszenicy i 0,036 w przypadku cen prosiąt (por. tabele 2 i 3). Taka sytuacja może oczywiście oznaczać, że w przypadku tych dwu analizowanych zjawisk występuje cykl o tej długości, tj. ośmiu lat. Może też wskazywać, że występuje cykl o okresie większym niż długość analizowanego szeregu (Marcinkowski). Potwierdzenie tej hipotezy wymaga jednak analizy dokonywanej na szeregu dłuższym, a więc dalszego gromadzenia danych i ich analizy.

PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Wyniki uzyskane w niniejszym opracowaniu potwierdzają, iż analiza spektralna jest wygodnym i efektywnym narzędziem analizy zmienności sze-

regów czasowych cen produktów rolnych. Model, w którym została zastosowana, wyjaśniał ponad 80% zmienności szeregów cen. Przeprowadzona analiza pozwoliła na sformułowanie kilku wniosków dotyczących zmienności analizowanych szeregów czasowych cen:

1. Podstawową rolę w wyjaśnianiu zmienności cen obydwu analizowanych produktów odgrywały wahania długookresowe, o okresie wahań powyżej jednego roku;

2. Największy wpływ na zmienność cen w przypadku obydwu analizowanych produktów miał cykl o okresie czteroletnim, przy czym w przypadku cen psziąt cykl ten wyraźnie dominował nad pozostałymi cyklami, wyjaśniając ponad 60% całej zmienności;

3. W obydwu szeregach czasowych cen występuje sezonowość. Harmoniki o okresie rocznym i mniejszym pozwalają na odtworzenie przebiegu sezonowej zmienności cen;

4. Sezonowa zmienność cen była w przypadku szeregu czasowego cen pszenicy bardzo wyraźna. Harmoniki o okresie rocznym i krótszym wyjaśniały znaczącą część zmienności tego szeregu. Sezonowość cen psziąt, aczkolwiek zidentyfikowana, była jednak o wiele słabsza;

5. W obydwu szeregach występowały „minicykle” cenowe o okresie wahań poniżej jednego roku. Ich udział w wyjaśnianiu zmienności cen obydwu analizowanych tu produktów był niewielki, wyraźniejszy w przypadku cen pszenicy;

6. Różnice pomiędzy przebiegiem zmienności cen w obydwu analizowanych szeregach czasowych cen są typowe dla przebiegu zmienności cen produktów roślinnych (pszenica) i zwierzęcych (pszięta).

Przeprowadzona analiza była oparta na stosunkowo krótkich szeregach czasowych. Występowanie w obydwu przypadkach istotnej harmoniki o okresie równym długości analizowanych szeregów może sugerować istnienie cykli o okresie dłuższym niż 8 lat. Wskazuje na konieczność kontynuowania analizy dla potwierdzenia wniosków sformułowanych w niniejszym opracowaniu.

LITERATURA

- B r e s s e r t W., Cattle not a raging bull yet. *Commodities*, VI, 1977, nr 1, s. 36-37.
- G ę d e k S., I d z i k M., Analiza harmoniczna i spektralna wybranych szeregów czasowych cen produktów rolnych, „Przegląd Statystyczny” 2002, nr 1, s. 145-161.
- H e j i m a n W. J. M., K r z y ż a n o w s k a Z., G ę d e k S., K o w a l s k i Z., *Ekonomika rolnictwa. Zarys teorii*. Fundacja „Rozwój SGGW”, Warszawa 1997.
- M a r c i n k o w s k i J., Analiza spektralna szeregów czasowych wartości wybranych indeksów na GPW w Warszawie, w: T. Trzaskalik (red.), *Modelowanie preferencji a ryzyko '02*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, 2002, s. 241-256.
- S h u m w a y R. H., *Applied Statistical Time Series Analysis*. Prentice Hall, Englewood Cliffs 1988.
- S m o l i k S., Opis składowej okresowej w szeregu czasowym, w: A. Orłowski (red.), *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych – III*, Wydawnictwo SGGW, Warszawa 2003, s. 174-186.
- S t a ń k o S., *Prognozowanie w rolnictwie*. Wydawnictwo SGGW, Warszawa 1999.
- S t a ń k o S., I d z i k M., Analiza spektralna i dekompozycja sezonowa w prognozowaniu szeregów czasowych w rolnictwie, w: B. Borkowski, A. Orłowski (red.), *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych – II*, Wydawnictwo SGGW, Warszawa 2001, s. 78-91.
- T a l a g a L., Z i e l i ń s k i Z., *Analiza spektralna w modelowaniu ekonometrycznym*, PWN, Warszawa 1986.
- T o m e k W. G., R o b i n s o n K. L., *Kreowanie cen artykułów rolnych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001.
- W e i W. W., *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*, Addison & Wesley, New York 1989.

THE APPLICATION OF HARMONIC ANALYSIS TO EXAMINE THE VARIATION
IN THE PRICES OF AGRICULTURAL PRODUCTS

S u m m a r y

Harmonic analysis (spectral, Fourier) is especially useful to study the stochastic structure of the temporal series, for it does not require any a priori presuppositions with regards to its parameters. In the present study two temporal series have been analysed. They concerned weekly quotations of two agricultural products (wheat, piglets) from one market in the period of 8 years (416 observations).

Harmonic analysis appeared to be a comfortable and effective tool by means of which to identify the structure of the series under study; the model built on the basis of this analysis permitted us to explain over 80% of variability in those series. Therefore we could formulate a conclusion that in the case of the two series the dominating role was played by long-term cyclical fluctuations, clearer in the case of the prices for piglets. Now in the temporal series of the wheat prices the seasonal fluctuations are clearer.

Translated by Jan Kłos

Słowa kluczowe: analiza harmoniczna, szeregi czasowe, ceny rolne.

Key words: harmonic analysis, temporal series, agricultural prices.