R O C Z N I K I F I L O Z O F I C Z N E
Tom XXXVII-XXXVIII, zeszyt 1 – 1989-1990

EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI
Kraków

SYLOGIZMY UKOŚNE

August De Morgan miał się z ironią o sylogistyce wyrazić, że nie sposób na jej gruncie przeprowadzić wnioskowania:

(1a) Jeżeli koń jest ssakiem, to głowa konia jest głową ssaka[1].

Wnioskowania tego typu nazywano s y l o g i z m a m i u k o ś n y m i (*syllogismus obliquus*) lub s y l o g i z m a m i n i e w p r o s t, w odróżnieniu od sylogizmów zwykłych, respective mówiono też o orzekaniu n i e w p r o s t i w p r o s t. Przy okrzekaniu n i e w p r o s t przynajmniej jeden z terminów nie występuje samodzielnie, lecz jako argument funktora nazwotwórczego, tworzącego nowy termin.

Poza De Morganem sylogizmami ukośnymi zajmowali się wcześniej Leibniz[2], Jungius i Ockham[3]; z przykładami rozumowań tego typu można się też spotkać u samego Arystotelesa. U autora *Logica Hamburgensis* znajdujemy przykład:

(1b) Każde koło jest figurą, kto więc opisuje koło, opisuje figurę[4].

---

[1] Zob. T. K o t a r b i ń s k i. *Wykłady z dziejów logiki*. Wyd. 2. Warszawa 1985 s. 95; J. S l e s z y ń s k i. *Teoria dowodu*. Oprac. S. K. Zaremba. Kraków 1925 s. 74.

[2] Zob. L. C o u t u r a n t. *La logique de Leibniz*. Paris 1901 s. 75.

[3] Na Ockhama zwraca w tej sprawie uwagę J. M. Bocheński, twierdząc, że odkrycie sylogizmów nie wprost przypisywano niesłusznie Jungiusowi. Zob. J. M. B o c h e ń s k i. *Formale Logik*. 4. Aufl. Freiburg–München 1978 s. 275.

[4] Zob. T. C z e ż o w s k i. *Logika*. Wyd. 2. Warszawa 1988 s. 148; K o t a r b i ń s k i, jw. s. 96. Zdanie to, w celu uwidocznienia jego formalnej struktury, można przeformułować na: *Jeżeli każde koło jest figurą, to każdy człowiek opisujący koło jest człowiekiem opisującym figurę*.

Z *Topik* Arystotelesa można przytoczyć[5]:

(1c) Jeżeli wiedza jest rozumieniem, to i przedmiot wiedzy jest przedmiotem rozumienia.

(1d) Jeżeli widzenie jest wrażeniem zmysłowym, to i przedmiot widzenia jest przedmiotem wrażenia zmysłowego.

U Ockhama znajdujemy przykłady takich wnioskowań[6]:

(2a) Każdego człowieka widzi osioł, Sokrates jest człowiekiem, więc Sokratesa widzi osioł.

(2b) Każdy osioł biegnie, Sokratesa jest osioł, więc Sokratesa istota jest biegnąca.

(2c) Każdy człowiek jest zwierzęciem, Sokratesa widzi człowiek, więc Sokratesa widzi zwierzę.

(2d) Każdy człowiek biegnie, Sokrates widzi człowieka, więc Sokrates widzi biegnącego.

Powyższe zdania przeformułujemy tak, by zdania składowe posiadały *explicite* strukturę podmiotowo-orzecznikową:

(3a) Każdy człowiek jest widziany-przez osła, Sokrates jest człowiekiem, więc Sokrates jest widziany-przez osła,

(3b) Każdy osioł jest istotą biegnącą, Sokrates jest właścicielem osła, więc Sokrates jest właścicielem istoty biegnącej.

(3c) Każdy człowiek jest zwierzęciem, Sokrates jest widziany-przez człowieka, więc Sokrates jest widziany-przez zwierzę.

(3d) Każdy człowiek jest istotą biegnącą, Sokrates jest widzącym człowieka, więc Sokrates jest widzącym istotę biegnącą.

Przykłady 1a-1d, przytoczone na samym początku, podpadałyby pod schemat: $xay \rightarrow fxafy$. Z kolei zaś zdania analizowane przez Ockhama odpowiednio pod: $xay \cdot yafz \rightarrow xafz$ (3a, 3b) oraz $xafy \cdot yaz \rightarrow xafz$ (3c, 3d).
Z kolei również analizujący te problemy T. Czeżowski, pisząc o orzecznikach względnych (relatywnych), daje przykład[7]:

(4) Każda wielokrotność liczby parzystej jest liczbą parzystą, 6 jest liczbą parzystą, więc każda wielokrotność 6 jest liczbą parzystą.

---

[5] *Top.* II 8, 114a, 15/20 (tłum. Kazimierz Leśniak. Warszawa 1978).

[6] Zob. O c k h a m. *Suma logiczna*. Przeł. T. Włodarczyk. Warszawa 1969 s. 432 nn.

[7] Por. C z e ż o w s k i, jw. s. 147.

Mielibyśmy tu do czynienia z formułą zdaniową: $xay \cdot fyaz \rightarrow fxaz$.

1. R o z s z e r z e n i e s y l o g i s t y k i. Rozważymy dwa rozszerzenia sylogistyki, obejmujące sylogizmy ukośne.

1.1. P i e r w s z e r o z s z e r z e n i e sylogistyki. Można zaproponować następujące rozszerzenie sylogistyki z terminami negatywnymi[8]:

AA1 $xannx$
AA2 $\sim(xanx)$
AA3 $nxany \rightarrow yax$
AA4 $xay \cdot yaz \rightarrow xaz$
AA5 $xay \rightarrow fxafy$
AA6 $xay \cdot fyaz \rightarrow fxaz$
AA7 $xay \cdot yafz \rightarrow xafz$
AA8 $xafy \cdot yaz \rightarrow xafz$

De $xey \leftrightarrow xany$
Di $xiy \leftrightarrow \sim(xany)$
Do $xoy \leftrightarrow \sim(xay)$

Oprócz zwykłej reguły podstawiania za zmienne nazwowe (*NS*) przyjmiemy dodatkową regułę podstawiania (*FS*) za zmienne funktorowe:

FS za zmienne kształtu „*f*” wolno podstawiać dowolne funktory nazwowe (od jednego argumentu nazwowego) różne od negacji nazwowej „*n*”.

1.2. D r u g i e r o z s z e r z e n i e s y l o g i s t y k i . Przyjmując rozszerzoną regułę podstawiania za zmienne nazwowe:

NS^* za zmienne nazwowe proste typu „*x*” wolno podstawiać oprócz innych prostych zmiennych nazwowych, jak i złożonych ze znakiem negacji w rodzaju „*ny*”, również zmienne złożone typu „*fy*”, przy „*f*” różnym od „*n*”.

oraz aksjomatykę:

BA1 $xannx$
BA2 $\sim(xanx)$
BA3 $nxany \rightarrow yax$
BA4 $xay \cdot yaz \rightarrow xaz$
BA5 $xay \rightarrow fxafy$,

---

[8] Pierwsze cztery aksjomaty to aksjomatyka sylogistyki z terminami negatywnymi, podana przez B. Iwanusia w *Proof of Decidability of the Traditional Calculus of Names* („Studia Logica” 32:1973 s. 131-145).

przy tych samych definicjach i regule *FS*, otrzymujemy rozszerzenie poprzedniego systemu. Zachodzą w szczególności:

BT1	$xay \cdot fyaz \rightarrow fxaz$	(= AA6)	
	$^{Dem} \cdot xay \cdot fyaz \rightarrow fxafy \cdot fyaz$		[BA5]
	$fxaz$		[NS^*, BA4]
BT2	$xay \cdot yafz \rightarrow xafz$	(= AA7)	[NS^*, BA4]
BT3	$xafy \cdot yaz \rightarrow xafz$	(= AA8)	
	$^{Dem} \cdot xafy \cdot yaz \rightarrow xafy \cdot fyafz$		[BA5]
	$xafz$		[NS^*, BA4]

Stosując rozszerzoną regułę podstawiania NS^*, uzyskujemy z aksjomatów BA1--BA5 bezpośrednio:

BT4	$fxannfx$
BT5	$\sim(fxanfx)$
BT6a	$nfxany \rightarrow yafx$
b	$nxanfy \rightarrow fyax$
c	$nfxanfy \rightarrow fyafx$
BT7a	$fxay \cdot yaz \rightarrow fxaz$
b	$xafy \cdot fyaz \rightarrow xaz$
c	$xay \cdot yafz \rightarrow xafz$
d	$fxafy \cdot fyaz \rightarrow fxaz$
e	$fxay \cdot yafz \rightarrow fxafz$
f	$xafy \cdot fyafz \rightarrow xafz$
g	$fxafy \cdot fyafz \rightarrow fxafz$
BT8a	$fxay \rightarrow ffxafy$
b	$xafy \rightarrow fxaffy$
c	$fxafy \rightarrow ffxaffy$

2. I n t e r p r e t a c j a w p r o t o t e t y c e. Naszą interpretację poprzedzimy krótką charakterystyką tego systemu Leśniewskiego.

2.1. C h a r a k t e r y s t y k a p r o t o t e t y k i. Prototetykę można scharakteryzować jako rozszerzenie klasycznego rachunku zdań przez dodanie kwantyfikatorów ogólnych, które mogą wiązać zarówno zmienne zdaniowe jak i funktorowe.

W aksjomatycznym ujęciu prototetyki, z równoważnością jako funktorem pierwotnym, funktory negacji i koniunkcji[9] są wprowadzone przez następujące definicje:

PD1 $\sim p \leftrightarrow (p \leftrightarrow \pi q(q))$
PD2 $p \cdot q \leftrightarrow \pi f\ (p \leftrightarrow (f(p) \leftrightarrow f(q)))$

Pierwsza aksjomatyka prototetyki[10] miała postać:

PA1 $\pi pqr(((p \leftrightarrow r) \leftrightarrow (q \leftrightarrow p) \leftrightarrow (r \leftrightarrow q)$
PA2 $\pi pqr((p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)) \leftrightarrow ((p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r))$
PA3 $\pi gp(\pi f(g(p, p) \leftrightarrow (\pi r(f(r,r)) \leftrightarrow g(p,p)) \leftrightarrow \pi r(f(r, r) \leftrightarrow g((p \leftrightarrow$
$\leftrightarrow \pi q(q)), p)) \leftrightarrow \pi q(g(q, p)))$

Jako reguły inferencji są tu przyjmowane: reguła odrywania (dla równoważności), reguła podstawiania i reguła kwantyfikacji (operowania kwantyfikatorami).

Z PA3 da się wyinferować ważne w zastosowaniach prawa, mianowicie: *prawo ekstensjonalności* dla zdań:

$$\pi pq((p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \pi f(f(p) \leftrightarrow f(q)))$$

i *prawo biwalencji* (dwuwartościowości), które to dla funktorów jednoargumentowych ma postać:

$$\pi f(f(1) \cdot f(0) \leftrightarrow \pi p(f(p))).$$

Stałe „0” i „1” są traktowane odpowiednio jako skróty:

„0” skraca „$\pi p(p)$”, a „1” jest skrótem „$\pi p(p) \leftrightarrow \pi p(p)$”

Aksjomatykę prototetyki można znacznie uprościć, wykorzystując w tym siłę dedukcyjną prawa ekstensjonalności. Da się ją również przedstawić w postaci

[9] Ta definicja funktora koniunkcji została podana przez A. Tarskiego w pracy: *O wyrazie pierwotnym logistyki*. „Przegląd Filozoficzny” 26:1923 s. 68-89).

[10] Zob. B. S o b o c i ń s k i. *On the Single Axioms of Protothetic I*. „Notre Dame Journal of Formal Logic” 1:1960 s. 52-73. Zob. również: S. L e ś n i e w s k i. *Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik*. „Fundamenta Mathematicae”. 14:1929, 1-81; J. S ł u p e c k i. *St. Leśniewski's Protothetics*. „Studia Logica” 1:1953 s. 44-112.

jednego aksjomatu. Najkrótszy ze znanych jej pojedynczych aksjomatów, odkryty przez Sobocińskiego[11] ma następującą formę:

PAO $\pi pq((p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \pi f(f(p, f(p, \pi u(u))) \leftrightarrow \pi r(f(q, r) \leftrightarrow (q \leftrightarrow p)))$

2.2. I n t e r p r e t a c j a. Łatwo pokazać, że interpretując „*a*" przez „$\leftrightarrow$" oraz „*n*" przez „~", tudzież biorąc pod uwagę definicje[12]:

PD3 $as(p) \leftrightarrow p$
PD4 $vr(p) \leftrightarrow (p \leftrightarrow p)$
PD5 $fl(p) \leftrightarrow (p \leftrightarrow {\sim}(p))$

oraz *prawo ilości funkcji*:

$$\pi f\,(\pi p(f(p) \leftrightarrow as(p)) \vee \pi p(f(p) \leftrightarrow vr(p)) \vee \pi p(f(p) \leftrightarrow fl(p)) \vee \pi p(f(p) \leftrightarrow {\sim}(p)))$$

uzyskujemy model pierwszego systemu w prototetyce. W szczególności aksjomat AA5 (= BA5) przechodzi przy tej interpretacji w prawo ekstensjonalności: $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \pi f((f(p) \leftrightarrow f(q)))$. Z kolei zaś odpowiedniki tez BT4-BT8c są również tezami prototetyki.

Regułę NS^* można więc uznać za regułę niezawodną, jej interpretacja nie wyprowadza poza system prototetyki.

---

[11] Zob. S o b o c i ń s k i, jw. s. 67.

[12] Zob. S ł u p e c k i, jw. s. 55. Zarówno tu, jak i wcześniej opuszczamy w zapisie tez i definicji zewnętrzne kwantyfikatory ogólne.

OBLIQUE SYLLOGISMS

Summary

The aim of this paper is the analysis of so-called *oblique syllogisms*. Its consequence is the proposal of such an extention of the syllogistic with negative terms, including inferences with syllogism of this type. It considers following the two such extentions, where the first is inferentially contained in the second one.

The second of those calculi with the axiom system: $xanny$, $\sim(xanx)$, $nxany \rightarrow yax$, $xay \cdot yaz \rightarrow xaz$, $xay \rightarrow fxafy$ and the definitions: $xey \leftrightarrow xany$, $xiy \leftrightarrow \sim(xany)$, $xoy \leftrightarrow \sim(xay)$, besides the inferential rules common with syllogistic and the *rule of substitution for functors* (without nominal negation), has the specific *extended rule of substitution: for the simple nominal variables of the type „x" it may substitute besides the other simple nominal variables, also those composed with negation of the kind „ny", as well as the composed variables of the type „fy", with „f" different from „n"*. The interpretation of those calculi in protothetic is given.

Summarized by Eugeniusz Wojciechowski