ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom XLVI-XLVII, zeszyt 1 – 1998-1999

PIOTR KULICKI
Lublin

MODELE DLA SYLOGISTYKI ARYSTOTELESA W DZIEDZINIE DWUELEMENTOWEJ

Sylogistyka Arystotelesa ma swoją powszechnie znaną i naturalną interpretację w algebrze zbiorów. F. Johnson (por. [1]) pokazał, że dla specyficznego rodzaju formuł, łańcuchów sylogistycznych, można ograniczyć modele pozwalające na rozstrzygnięcie formuły do dziedziny trzyelementowej. Jest to istotne ze względu na efektywność procedury rozstrzygania wykorzystujacej modele. W pracy tej pokażemy, że dla sylogizmów pozytywnych można zredukować rozpatrywane modele do dziedziny dwuelementowej. Zbudowaną na tej podstawie procedurę decyzyjną rozszerzamy na wszystkie wyrażenia sylogistyki wzbogaconej o spójniki klasyczne.

Przez s y s t e m   s y l o g i s t y k i rozumiemy aksjomatyczny system sylogistyki zdań asertorycznych nabudowany na klasycznym rachunku zdań, przedstawiony przez J. Łukasiewicza (por. [2]). Przyjmuje się w nim regułę odrywania i podstawiania za zmienne nazwowe, wszystkie podstawienia tez klasycznego rachunku zdań oraz następujące specyficzne aksjomaty:

$$\text{SaS},$$
$$\text{SiS},$$
$$\text{MaP} \wedge \text{SaM} \rightarrow \text{SaP},$$
$$\text{MaP} \wedge \text{MiS} \rightarrow \text{SiP}.$$

J. Słupecki (por. [3]) udowodnił, że każdy sylogizm pozytywny (tzn. implikacja, której poprzednikiem jest koniunkcja pozytywnych zdań kategorycznych, a następnikiem pozytywne zdanie kategoryczne) albo jest tezą systemu sylogistyki, albo jest aksjomatem odrzuconym, Ax^{-1}, bądź daje się otrzymać z wyrażenia odrzuconego za pomocą jednej z dwóch reguł odrzucania: przez odrywanie, MP^{-1}, lub przez podstawianie, $Subst^{-1}$. Aksjomat odrzucony i reguły mają postać:

$$(Ax^{-1}) \qquad \dashv SaM \wedge PaM \rightarrow SiP,$$

$$(MP^{-1}) \qquad \frac{\vdash \alpha \rightarrow \beta, \ \dashv \beta}{\dashv \alpha},$$

$$(Subst^{-1}) \qquad \frac{\dashv e(\alpha)}{\dashv \alpha},$$

gdzie α i β są dowolnymi wyrażeniami prostymi sylogistyki, a *e* dowolnym podstawieniem za zmienne nazwowe.

W pracy rozpatrujemy modele dla systemu sylogistyki wyznaczone przez następujące macierze:

a	01	10	11
01	V	F	V
10	F	V	V
11	F	F	V

i	01	10	11
01	V	F	V
10	F	V	V
11	V	V	V

Argumenty charakteryzowanych funkcji α oraz *i* odpowiadają niepustym zbiorom w dziedzinie dwuelementowej, a ich wartości są wartościami logicznymi odpowiednich zdań atomowych (V – *verum*, F – *falsum*).

Twierdzenie: Każdy sylogizm pozytywny jest rozstrzygalny za pomocą modeli z dziedziny dwuelementowej.

Dowód: Badając rozstrzygalność sylogizmów za pomocą danego zbioru modeli, wystarczy rozpatrzyć następujące warunki:

(1) Specyficzne aksjomaty są spełnione w każdym z modeli.

(2) Pewien model falsyfikuje aksjomat odrzucony.

(3) Jeżeli wyrażenie $\alpha \rightarrow \beta$ jest spełnione w każdym modelu, a wyrażenie β falsyfikowane w pewnym modelu, to wyrażenie α jest falsyfikowane w jakimś modelu.

(4) Jeżeli wyrażenie $e(\alpha)$ jest falsyfikowane w pewnym modelu, to jest też w pewnym modelu falsyfikowane wyrażenie α.

Dowód faktu (1) pozostawiamy Czytelnikowi. Dla udowodnienia (2) wystarczy w aksjomacie odrzuconym położyć za M, P i S odpowiednio wartości: 11, 01, 10. Otrzymujemy wtedy:

$$10 \text{ a } 11 \wedge 01 \text{ a } 11 \rightarrow 10 \text{ i } 01 = V \wedge V \rightarrow F = F.$$

Zachodzenie (3) oraz (4) jest oczywiste. **Q.E.D.**

Aby posłużyć się macierzą analogiczną do naszej przy ujęciu rezultatu Johnsona, musimy użyć trzech elementów generujących jej argumenty. W ten sposób otrzymuje się osiem wartości, z których Johnson eliminuje skrajne. Tak więc w jego ujęciu rozpatruje się faktycznie sześć argumentów, a u nas tylko trzy.

Rozszerzymy teraz nasz rezultat do dowolnych wyrażeń języka sylogistyki. Każda formuła z języka sylogistyki wzbogaconej o spójniki klasyczne da się rozłożyć na koniunkcję formuł o postaci:

$$A_1 \wedge \ldots A_m \rightarrow B_1 \vee B_n \ (m, n \geq 0),$$

gdzie $A_1, \ldots, A_m, B_1, \ldots, B_n$ są pozytywnymi zdaniami kategorycznymi.

Z cytowanej pracy Słupeckiego wynika, że wyrażenie o tej postaci jest tezą, gdy tezą jest przynajmniej jedno z wyrażeń:

$$A_1 \wedge \ldots \wedge A_m \rightarrow B_1 \ (1 \leq i \leq n).$$

Wynika stąd i z naszego twierdzenia:

Wniosek: Każda formuła sylogistyki wzbogaconej o spójniki klasyczne da się rozstrzygnąć za pomocą modeli z dziedziny dwuelementowej.

BIBLIOGRAFIA

1. Johnson F., Three-membered Domains for Aristotle's Syllogistic, „Studia Logica", L, 50(1991), nr 2, s. 181-187.
2. Łukasiewicz J., O sylogistyce Arystotelesa, (Sprawozdania Polskiej Akademii Umiejętności, 44, nr 6), Kraków 1939, s. 220-227.
3. Słupecki J., Z badań nad sylogistyką Arystotelesa, Wrocław 1948.

MODELS FOR ARISTOTLE'S SYLLOGISTIC IN THE DOMAIN WITH TWO MEMBERS

Summary

The paper shows that it is enough to consider models in a domain with two members to invalidate any positive syllogism that is not a theorem of Aristotle's syllogistic. The respective matrices that can be used for resulting decision procedure are shown. The presented result is extended to a decision procedure for any formula of Aristotle's syllogistic enriched with classical connectives.

Summarized by Piotr Kulicki