ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom XLV, zeszyt 1 – 1997

PAWEŁ GARBACZ
Lublin

PRÓBA REKONSTRUKCJI SYSTEMU Z* I JEGO PODSTAW FILOZOFICZNYCH

Niewiele współczesnych badań logiki wielowartościowej oprócz wywodów formalnych zawiera także składnik filozoficzny, mimo iż to właśnie problematyka filozoficzna legła u podstaw konstrukcji pierwszych jej systemów. Powszechnie wiadomo, że twórca pierwszego z nich, Jan Łukasiewicz, wiązał jego powstanie m.in. z zagadnieniem determinizmu[1]. Mniej natomiast znany jest fakt, iż na gruncie polskim dużo uwagi wielowartościowości poświęcił Zygmunt Zawirski. Dyskutując z systemami logicznymi Hansa Reichenbacha i Emila Posta, naszkicował on projekt wielowartościowego rachunku zdań oraz podał szeroko rozbudowaną filozoficzną motywację na jego rzecz.

Treść tej pracy dotyczyć będzie rekonstrukcji systemu Z oraz jego podstaw filozoficznych. Przez podstawy filozoficzne będzie się tu rozumieć racje (motywy), które nasz autor przytaczał jako „uzasadnienia” dla przyjęcia swej logiki, oraz te z jego poglądów, które, choć *explicite* nie deklarowane jako takie, mogłyby być takimi racjami. Przedstawione poniżej jego formalne ujęcie jest wysoce hipotetyczne z uwagi na to, iż jego autor nie dookreślił kilku ważnych elementów swego projektu. Tym niemniej przedstawiona rekonstrukcja jest zgodna z przykładami Zawirskiego oraz jego analizami filozoficznymi.

---

* Mowa tu o logice wielowartościowej zaproponowanej przez Zygmunta Zawirskiego w studium *Stosunek logiki wielowartościowej do rachunku prawdopodobieństwa* (Poznań 1933). Sam autor nie oznacza jej jakąkolwiek nazwą. Termin „system Z” jest wzięty z pracy: S. Kiczuk, *Zygmunta Zawirskiego koncepcja logiki mechaniki kwantowej*, „Roczniki Filozoficzne”, 23(1975), z. 3, s. 75-94.

[1] Szczegółowa analiza genezy logiki trójwartościowej Łukasiewicza jest zawarta w artykule: P. Garbacz, *Filozoficzne motywacje logiki trójwartościowej Jana Łuksiewicza*, publikowanym w niniejszym tomie (s. 75-100).

I. PRÓBA FORMALNEGO UJĘCIA SYSTEMU Z

Załóżmy, że rozważamy W+1-wartościowy system Z[2]. Liczba „W” jest dowolną, lecz ustaloną parzystą liczbą naturalną[3]. Wartości logiczne są to elementy zbioru LZ_W.

(1.1) $LZ_W = \{x : x = m/W, 0 \leq m \leq W\}$[4].

Charakterystyka języka systemu Z:

Do zbioru znaków pierwotnych należą:

A) zmienne zdaniowe: p, q, r, ...,

B) stałe logiczne: A_0, N_c, gdzie stała „A_0” jest dwuargumentowym funktorem alternatywy, a stała „N_c” jednoargumentowym funktorem negacji cyklicznej[5],

---

[2] Zawirski (dz. cyt., s. 1-16) rozróżnia wielowartościowość modalną (topologiczną) od wielowartościowości metrycznej. Zdanie jest wielowartościowe modalnie, jeśli jego wartość logiczna nie jest miarą, lecz jedynie wskaźnikiem porządkowym czy nawet konwencjonalnym oznaczeniem. Zdanie jest wielowartościowe metrycznie, jeśli jego wartość logiczna jest miarą. Według Zawirskiego warunkiem koniecznym tego, że pewne zdanie P jest wielowartościowe metrycznie, jest jego interpretacja inspirowana przez E. Posta: każdemu zdaniu logiki wielowartościowej jest przyporządkowany ciąg zdań dwuwartościowych. Na zdania należące do tego ciągu nakłada się warunek, by były wartościami jednej funkcji zdaniowej, nazwanej przez H. Reichenbacha funkcją ufundowaną. Wartością logiczną owego zdania wielowartościowego jest stosunek liczby zdań prawdziwych z tego ciągu do liczby wszystkich zdań wchodzących w jego skład. W systemie W+1-wartościowym ciągi te będą W-elementowe.

Zawirski zauważa pokrewieństwo między tą koncepcją a koncepcją wartości logicznej zdania nie oznaczonego wysuniętą przez J. Łukasiewicza w: *Podstawy logiczne rachunku prawdopodobieństwa*, [w:] t e n ż e, *Z zagadnień logiki i filozofii. Pisma wybrane*, pod red. J. Słupeckiego, Warszawa 1961, s. 75-113.

[3] Zawirski omawia część systemu Z dla W = 6 i W = 4. S. Kiczuk rozwija koncepcje Zawirskiego dla tego drugiego przypadku. Mimo że ograniczono się tu do nieparzystej liczby wartości logicznych, to ogólność rozważań została zachowana, gdyż ujęcie systemu Z dla nieparzystej ich liczby wymaga niewielkich i oczywistych modyfikacji poniższych formuł.

[4] Ponieważ Zawirski podkreśla, iż jeśli $N \neq M$, to $LZ_N \cap LZ_M = \emptyset$, więc należałoby raczej mówić o rodzinie systemów $Z = \{Z_l : l \in N\}$. Dalej będziemy omawiać dowolny system z tej rodziny oznaczony literą „Z”.

Powyższy fakt powoduje, że elementów zbioru LZ_W nie można traktować jako liczb wymiernych. Powoduje to dwuznaczność używanego tu znaku „/”. Raz jest on traktowany jako część nazwy wartości logicznej, raz jako znak ilorazu matematycznego.

Przyjmujemy następujące konwencje terminologiczne:
W, V – stałe liczby naturalne,
i, j, m, n – zmienne przebiegające zbiór liczb naturalnych mniejszych lub równych W,
x, y, z – zmienne przebiegające zbiór LZ_W.

[5] U Zawirskiego mamy symbol „~”. Podobnie jak w przypadku wartości logicznych, stałe

C) nawiasy.
Regułami składania znaków są następujące reguły:

RS1: Jeśli wyrażenie ϕ jest zmienną zdaniową, to wyrażenie ϕ jest poprawnie zbudowanym wyrażeniem systemu Z.

RS2: Jeśli wyrażenie ϕ jest poprawnie zbudowanym wyrażeniem systemu Z, to wyrażenie „$N_c\phi$" jest poprawnie zbudowanym wyrażeniem systemu Z.

RS3: Jeśli wyrażenia ϕ, ψ są poprawnie zbudowanymi wyrażeniami systemu Z, to wyrażenie „$A_0\phi\psi$" jest poprawnie zbudowanym wyrażeniem systemu Z.

Definicje:

(1.2) „${}^{n}N_c\phi$" = df „$N_c\phi$".

(1.3) „${}^{m+1}N_c\phi$" = df „$N_c{}^{m}N_c\phi$".

Ponieważ definicje większości pozostałych stałych logicznych systemu Z oparto na rozważaniach wykorzystujących wyniki metody matrycowej uznawania wyrażeń, stąd zostaną one przedstawione po podaniu matrycy adekwatnej dla tego systemu. Matrycą tą jest matryca M_W:

(1.4) $M_W = (LZ_W, a_0(x, y), n_c(x), \{W/W\})$.

Funkcje tej matrycy są określone następująco:

(1.5) $a_0(x, y) = \max(x, y)$[6].

(1.6) $n_c(m/W) = \begin{cases} (m-1)/W, \text{ jeśli } m \neq 0. \\ W/W, \text{ jeśli } m = 0. \end{cases}$

Za pomocą tych funkcji Zawirski – za Postem – definiuje następujące funkcje:

logiczne w systemach Z o różnych wartościach logicznych nie są identyczne. Bardziej poprawne oznaczenia „$A_{W,0}$", „$N_{W,0}$" ze względu na przejrzystość uproszczono.

[6] Przyjmujemy następujące uporządkowanie wartości logicznych: $0/W \leq 1/W \leq \ldots \leq W/W$.

(1.7) ver(x) = W/W.

$$(1.8)\ t_x(m/W) = \begin{cases} x, \text{ jeśli } m = W. \\ 0/W, \text{ jeśli } m \neq W^7. \end{cases}$$

gdzie we wzorach 1.7 i 1.8: $0/W \leq x \leq W/W$.

Funkcjom tym odpowiadają funktory „VER” i „T_x”.

(1.9) „VERp” = df „$A_0pA_0N_cpA_0{}^2N_cp...A_0{}^{W-1}N_cp^WN_cp$”.

(1.10) „T_xp” = df „${}^WN_cA_0{}^WN_cA_oN_cVERpp^{W-m+1}N_cp$”.

gdzie: x = m/W.

Za pomocą funktora „T_x” można zdefiniować dowolny funktor w systemie Z. I tak np. definicja jednoargumentowego funktora „F” o następującej tabelce prawdziwościowej:

p	Fp
W/W	x_1
(W – 1)/W	x_2
...	...
1/W	x_W
0/W	x_{W+1}

gdzie $x_1, x_2, ..., x_W, x_{W+1} \in LZ_W$,

ma postać:

[7] Zawirski oznacza tę funkcję symbolem „τ” z indeksem będącym „licznikiem” wartości logicznej. W pracy niniejszej przyjęto indeksację tej funkcji za pomocą „całej” wartości logicznej. Zauważmy przy okazji, że Zawirski nie rozróżnia funkcji matrycy od odpowiadających im funktorów.

(1.11) „Fp” = df „$A_0T_{x_1}pA_0T_{x_2}{}^{W}N_cpA_0T_{x_3}{}^{W-1}N_cp\ldots A_0T_{x_W}{}^{2}N_cpT_{x_{W+1}}N_cp$”[8].

Można w ten sposób zdefiniować choćby funktor negacji klasycznej „N” o tabelce prawdziwościowej:

p	Np
W/W	0/W
(W – 1)/W	1/W
...	...
1/W	(W – 1)/W
0/W	W/W

Za pomocą tego funktora można teraz definiować funktor koniunkcji odpowiadający funktorowi alternatywy „A_0”:

(1.12) „K_0pq” = df „NA_0NpNq”.

Funkcja odpowiadająca temu funktorowi ma postać:

(1.13) $k_0(x, y) = \min(x, y)$.

[8] I tak np. w pięciowartościowym systemie Z funktor F o tabelce:

p	Fp
0/4	2/4
1/4	4/4
2/4	0/4
3/4	1/4
4/4	2/4

można zdefiniować następująco:

(1.11’) „Fp” = df „$A_0T_{2/4}pA_0T_{4/4}{}^{4}N_cpA_0T_{0/4}{}^{3}N_cpA_0T_{1/4}{}^{2}N_cpT_{2/4}N_cp$”.

Aby uzyskać podobieństwo formalne (w sensie tezy 2.17) między systemem Z a rachunkiem prawdopodobieństwa, należy wprowadzić – wedle sugestii Zawirskiego – W funktory(ów) alternatywy (a następnie zdefiniować odpowiadające im funktory koniunkcji w stylu definicji 1.12). Indeks liczbowy przy symbolu każdej alternatywy (koniunkcji) jest liczbą, która określa, o ile wartość, dla pewnych wartości logicznych jej argumentów, danej alternatywy jest większa od wartości alternatywy A_0. Symbol „min" należy do oznaczenia tych alternatyw, które dla pozostałych wartości logicznych argumentów przyjmują wartość alternatywy A_0. Symbol „max" jest częścią oznaczenia tych alternatyw, które dla pozostałych wartości logicznych argumentów przyjmują wartość będącą „sumą" wartości logicznych tych argumentów[9].

Tak więc w naszym systemie mamy następujące funktory alternatywy: A_0, $A_{1,min}$, $A_{1,max}$, $A_{2,min}$, $A_{2,max}$, ..., $A_{V\text{-}1,min}$, $A_{V\text{-}1,max}$, A_V[10]. Odpowiadają im następujące funkcje matrycy: a_0, a_min_1, a_max_1, a_min_2, a_max_2, ..., $a\_min_{V\text{-}1}$, $a\_max_{V\text{-}1}$, a_V.

$$(1.14)\ a\_min_m(x, y) = \begin{cases} \max(x, y), & \text{jeśli } (x \oplus y) - \max(x, y) < m + 1. \\ \max(x, y) \oplus (m/W), & \text{jeśli } (x \oplus y) - \max(x, y) \geq m + 1. \end{cases}$$

$$(1.15)\ a\_max_m(x, y) = \begin{cases} x \oplus y, & \text{jeśli } (x \oplus y) - \max(x, y) < m + 1. \\ \max(x, y) \oplus (m/W), & \text{jeśli } (x \oplus y) - \max(x, y) \geq m + 1. \end{cases}$$

$$(1.16)\ a_V(x, y) = x \oplus y.$$

gdzie we wzorach 1.14 i 1.15: $^{n}1 \leq m \leq (V - 1)$.
W systemie pięciowartościowym dla wybranych wartości argumentów otrzymamy za pomocą wzorów 1.14-1.16 następujące wartości funkcji:

x	y	a_0	a_min_1	a_max_1	a_2
0/4	3/4	3/4	3/4	3/4	3/4
1/4	2/4	2/4	2/4	3/4	3/4
2/4	2/4	2/4	3/4	3/4	4/4

[9] Mowa tu mianowicie o następującym działaniu na wartościach logicznych:
$$(m/W) \oplus (n/W) = \begin{cases} (n + m)/W, & \text{jeśli } n + m \leq W. \\ W/W, & \text{jeśli } n + m > W. \end{cases}$$
Dla W = 4 mamy na przykład: $(1/4) \oplus (2/4) = 3/4$.

[10] V = W/2. W systemie pięciowartościowym będą to następujące funktory: A_0, $A_{1,min}$, $A_{1,max}$, A_2.

Tę charakterystykę matrycową można uzupełnić metajęzykowymi definicjami odpowiednich funktorów. W tym celu przyjmijmy następujące oznaczenie:

$$(1.17)\ „\sum_{i=1}^{m} \phi_i\text{''} = df\ „A_0\phi_1 A_0\phi_2 A_0 \ldots A_0\phi_i A_0 \ldots A_0\phi_{m-1}\phi_m\text{''}.$$

Wówczas – zgodnie z sugestiami Z. Zawirskiego – funktory alternatywy można zdefiniować następująco[11]:

$$(1.18)\ „A_{i,min}pq\text{''} = df\ „\sum_{m=0}^{W} \sum_{n=0}^{W} K_0 T_j^{m+1} N_c p T_j^{n+1} N_c q\text{''}.$$

gdzie dla każdego m, n: $j = a\_min_j(m/W,\ n/W)$.

---

[11] Zawirski (dz. cyt., s. 55-64) zaproponował skrócony sposób definiowania alternatyw, który objaśnił jedynie na przykładzie. Rozważmy najpierw ów przykład:

W pięciowartościowym systemie Z definiuje on funktor, który w naszej terminologii jest oznaczony symbolem „$A_{1,min}$". Jego tabelka prawdziwościowa pokrywa się z tabelką funktora „A_0" prócz wiersza dla argumentów (2/4, 2/4), gdzie przyjmuje on wartość 3/4. Zawirski proponuje więc skorzystać z tego faktu za pomocą definicji 1.21:

$$(1.21)\ „A_{1,min}pq\text{''} = df\ „A_0 CCpqqT_{(X,\ Y)}{}^{13}N_c CCpqq\text{''}.$$

gdzie X = 3/4, Y = 0/4.

Definicja ta jest, niestety, nie do przyjęcia z następujących powodów:

(I) Funkcje *t* odpowiadające funktorom „T" są funkcjami o wartościach będących wartościami logicznymi, a nie parami takich wartości. W istocie definicja 1.21 wymaga zdefiniowania nowego funktora.

(II) Jeślibyśmy nawet zdefiniowali taki funktor, to należałoby także zmodyfikować definicje dla funkcji odpowiadających funktorom alternatywy. Nie jest bowiem wiadomo na gruncie poczynionych ustaleń, jaka mogłaby być wartość wyrażenia $a_0(2/4,\ (3/4,\ 0))$, które trzeba by policzyć, aby określić funkcję a_min_1 w sposób zaproponowany przez Zawirskiego.

(III) Należałoby także zdefiniować nowy funktor negacji cyklicznej, i to taki, że zarówno jego wartości (będące argumentami funktora T), jak i jego argumenty musiałyby być parami wartości logicznych. Natomiast definicja 1.21 zdaje się sugerować, iż ma to być funktor, którego argumentem jest wyrażenie „CCpqq". Jednakże wówczas otrzymalibyśmy, iż:

$$A_{1,min}2/40/4 = A_0 CC2/40/40/4T_{(X,\ Y)}{}^{13}N_c CC2/40/40/4 = A_0 2/4T_{(X,\ Y)}{}^{13}N_c 2/4$$
$$A_{1,min}2/42/4 = A_0 2/4T_{(X,\ Y)}{}^{13}N_c 2/4 = 3/4$$
$$A_{1,min}2/40/4 = 3/4.$$

Nie jest to zgodne z projektem systemu podanym przez samego Zawirskiego.

Z analizy powyższego przykładu widać, że propozycja twórcy systemu Z, choć pozornie bardziej ekonomiczna niż definicje 1.18-1.20, wymaga uprzedniego zdefiniowania kilku innych funktorów. Ponadto w systemie więcej niż sześciowartościowym definiowane funktory alternatywy różnią się od funktora „A_0" więcej niż na jednym miejscu. Na przykład już w systemie siedmiowartościowym funktor „$A_{1,min}$" różni się od funktora „A_0" w dziewięciu miejscach. Oszczędność nie jest więc tak wielka, jak sugerowałby to przykład Zawirskiego.

(1.19) „$A_{i,max}$pq” = df „$\sum_{m=0}^{W} \sum_{n=0}^{W} K_0 T_j^{m+1} N_c p T_j^{n+1} N_c q$”.

gdzie dla każdego m, n: j = a_max_j(m/W, n/W).

(1.20) „$A_V$pq” = df „$\sum_{m=0}^{W} \sum_{n=0}^{W} K_0 T_j^{m+1} N_c p T_j^{n+1} N_c q$”.

gdzie dla każdego m, n: j = a_V(m/W, n/W).

Funktory koniunkcji definiujemy na podstawie funktorów alternatywy analogicznie do definicji 1.12[12]. Za pomocą funktora „A_V” definiujemy, opierając się na definicji Zawirskiego dla systemu trójwartościowego, funktor implikacji:

(1.22) „Cpq” = df „A_VNpq”.

II. ZAŁOŻENIA METANAUKOWE[13]

Z. Zawirski uważał, że wiele praw wchodzących w skład współczesnego mu systemu nauk przyrodniczych ma charakter zdań prawdopodobnych. Zaliczał do nich głównie prawa statystyczne, przeciwstawiając im prawa przyczynowe[14]. Nowa logika miała pozwolić na ujęcie tych praw w jeden schemat. Zawirski przypuszczalnie miał na myśli możliwość przypisania prawom przyczynowym prawdopodobieństwa równego 1, prawom statystycznym zaś – prawdopodobieństwa mniejszego od 1. Wówczas tezy systemu Z dostarczały-

[12] Zawirski po prezentacji projektu systemu Z porusza następujący problem: „Kiedy stosować dany funktor alternatywy (koniunkcji)?” Odpowiada, że decyduje o tym relacja między elementami wielowartościowych metrycznie zdań łączonych za pomocą danego funktora.

[13] Zawirski, podając racje za przyjęciem logiki nieklasycznej, zazwyczaj nie specyfikuje, czy ma na myśli logikę trójwartościową J. Łukasiewicza, czy swój system Z. Logika Łukasiewicza jednak zawiera się w nim – w tym sensie, że można w trójwartościowym systemie Z zdefinować wszystkie jej funktory, tak by zbiór tez logiki $Ł_3$ zawierał się w zbiorze tez tego systemu. Stąd wszystkie uwagi odnoszące się do dowolnych logik nieklasycznych zostały wzięte pod uwagę w punktach II-IV jako możliwe czynniki powstania systemu Z.

[14] Z. Z a w i r s k i, *Próby stosowania logiki wielowartościowej do współczesnego przyrodoznawstwa*, „Sprawozdania Poznańskiego Towarzystwa Przyjaciół Nauk”, 1931, s. 41 n.; t e n ż e, *Les logiques nouvelles et la champ de leur application*, „Revue de métaphysique et de morale”, 39(1932) 516; t e n ż e, [Rec.] *J. Metallmann, Determinizm nauk przyrodniczych, Kraków 1934* – „Przegląd Filozoficzny”, 38(1935) 153.

by schematów poprawnego wnioskowania, w których przesłankami i wnioskami mogłyby być prawa obu rodzajów.

(2.1) Wszystkie prawa nauk empirycznych są zdaniami prawdopodobnymi w sensie systemu Z.

Korzystając z nielicznych uwag Zawirskiego, można podjąć się hipotetycznej rekonstrukcji jego poglądów na naturę praw ogólnych w aspekcie ich relacji do zdań obserwacyjnych. Poglądy te mogły stanowić rację modyfikacji logiki klasycznej. Przyjęto tu założenie, że był on inspirowany pracą J. Łukasiewicza *Podstawy logiczne rachunku prawdopodobieństwa*.

(2.2) Zdania obserwacyjne są zdaniami dwuwartościowymi.

Zdania takie, pochodzące z wielokrotnych obserwacji zjawisk przyrodniczych (w badanym aspekcie takich samych), można pogrupować w ciągi. Na wyrazy takiego ciągu nakłada się warunek, by były one wartościami jednej funkcji zdaniowej.

(2.3) Ciągi zdań obserwacyjnych są podstawą wielowartościowych metrycznie praw nauki.

Wartość logiczna prawa nauki zależy od wartości logicznych jednostkowych zdań obserwacyjnych fundujących je. Niektóre z takich praw są zdaniami prawdziwymi metrycznie (ciągi je fundujące są złożone tylko ze zdań prawdziwych klasycznie), niektóre prawdopodobnymi metrycznie[15]. Zdania te mogą stanowić empiryczną podstawę tworzenia przewidywań przyszłych zjawisk, które są zdaniami prawdopodobnymi topologicznie[16].

Równie hipotetyczne jak powyższa rekonstrukcja jest stwierdzenie, iż źródłem systemu logiki wielowartościowej było przekonanie Zawirskiego, że:

---

[15] T e n ż e, *Doniosłość badań logicznych i semantycznych dla teoryj fizyki współczesnej*, Warszawa 1938, s. 7. Na możliwość takiej interpretacji odnośnie do poglądów naszego logika wskazuje Kiczuk (art. cyt., s. 86 n.).

[16] Z. Z a w i r s k i, *Wrażenia z I Międzynarodowego Kongresu Filozofii Naukowej*, „Kwartalnik Filozoficzny", 13(1936), z. 1, s. 52.

(2.4) Terminy teoretyczne występujące w prawach nauk empirycznych mają swoje desygnaty w świecie realnym[17].

Takie założenie może bowiem usprawiedliwić dwie racje, jakie Zawirski przytaczał za logiką nieklasyczną.

Pierwszą z nich jest obecność w systemie fizyki współczesnej formuł nieoznaczoności Heisenberga. Przy tym założeniu istnieją przedmioty mikrofizyczne, które ze swej natury są nie dookreślone co do niektórych swych cech. Zdania przypisujące tym przedmiotom te cechy nie są ani prawdziwe, ani fałszywe (i stąd przedmioty te nie spełniają zasady wyłączonego środka)[18]. Drugą racją jest *explicite* formułowany pogląd Zawirskiego, iż:

(2.5) Nauka współczesna opowiada się za obiektywną interpretacją rachunku prawdopodobieństwa[19].

Takie stanowisko można zająć wówczas, gdy przyjmie się, że statystycznym prawom nauki odpowiadają realne możliwości „tkwiące" w przedmiotach materialnych.

Szczególnie eksponowanym przez Zawirskiego przyczynkiem do powstania systemu Z (a raczej do uznania logiki $Ł_3$) był jego pogląd na nowo odkryte prawa mechaniki kwantowej. Okazało się[20], że są one powiązane z jego stanowiskiem w sprawie relacji między logiką a nauką. Uważał on, iż:

(2.6) Logika jest teorią struktury nauki empirycznej.

Znaczy to, że prawa logiki dostarczają schematów poprawnego wnioskowania, tzn. takich, iż rozumując wedle nich, zawsze przechodzimy od prawdziwych przesłanek do prawdziwych wniosków. W tym też sensie logika jest nauką o świecie realnym. Jako że różne nauki mogą mieć różną strukturę, jest możliwe istnienie wielu jej systemów.

---

[17] Hipotetyczność ta dotyczy zarówno stwierdzenia, że był to pogląd naszego autora, jak i stwierdzenia, że interferował on przy powstaniu logiki wielowartościowej.

[18] Z a w i r s k i, *Les logiques nouvelles et le champ de leur application*, s. 515 n. Por. także punkt III niniejszej pracy.

[19] *Les logiques nouvelles et le champ de leur application*, s. 519.

[20] Spostrzeżenia zawarte w tym akapicie zaczerpnąłem z: S. K i c z u k, *Stosowalność logik wielowartościowych w teoriach fizykalnych w ujęciu Z. Zawirskiego*, „Studia Philosophiae Christianae", 10(1974), nr 2, s. 107, 110 n.

Zawirski był przekonany, że konsekwencje teorii komplementarności N. Bohra: „Dany proces jest falowy", „Dany proces jest korpuskularny" są zdaniami sprzecznymi z sobą.

(2.7) Fizyka współczesna zawiera w sobie zdania parami sprzeczne z sobą.

Uznanie tych zdań pociąga odrzucenie prawa klasycznego rachunku zdań:

(2.8) NEpNp[21].

Ponadto Zawirski uważał, że:

(2.10) Formuły nieoznaczoności Heisenberga są racją teorii komplementarności.

Stąd uznanie teorii Bohra na gruncie klasycznego rachunku zdań, gdzie prawem jest wyrażenie:

(2.11) CCpEqNqNp.

pociągałoby za sobą odrzucenie formuł nieoznaczoności Heisenberga, które są twierdzeniami powszechnie uznawanymi przez naukowców i dobrze ugruntowanymi w fizyce.

(2.12) Jeśli przyjmiemy w nauce schematy wnioskowań, jakie daje klasyczny rachunek zdań, to odrzucamy prawa nieoznaczoności Heisenberga i odrzucamy teorię komplementarności Bohra[22].

Owo stanowisko co do charakteru praw mechaniki kwantowej uległo jednak zmianie. W studium *Stosunek logiki wielowartościowej do rachunku prawdopodobieństwa* Zawirski stwierdza, że utrzyma je, o ile rozwój fizyki

---

[21] Nie można na podstawie tekstów Zawirskiego jednoznacznie rozstrzygnąć, czy uważał on, że konsekwencją teorii Bohra jest negacja tezy 2.8 czy też teza:

(2.9) KpNp.

[22] Jest tak, gdyż prawem klasycznego rachunku zdań jest także wyrażenie:

(2.13): CCpEpNpNEqNq.

Zob. Z a w i r s k i, *Próby stosowania logiki wielowartościowej do współczesnego przyrodoznawstwa*, s. 41; t e n ż e, *W sprawie indeterminizmu fizyki kwantowej*, Lwów 1931, s. 27.

nie zmusi go do porzucenia takiego poglądu[23]. Natomiast w późniejszej pracy: *Znaczenie logiki wielowartościowej dla poznania i związek jej z rachunkiem prawdopodobieństwa*[24] przyznaje, że zajęcie takiego stanowiska było pochopne, jest bowiem możliwe, iż zdania „Dany proces jest falowy", „Dany proces jest korpuskularny" nie dotyczą tych samych aspektów rzeczywistości, nie są więc sprzeczne. Ostatecznie zarzuca on tę motywację za logiką wielowartościową, stwierdzając, iż powyższe zdania nie są sprzeczne, lecz co najwyżej w pewien sposób z sobą niezgodne[25].

Natomiast przez cały czas twórczości Zawirskiego żywe było u niego przekonanie o związku logiki nieklasycznej z rachunkiem prawdopodobieństwa. Włączając się do dyskusji o powodach modyfikacji logiki klasycznej twierdził on początkowo, że logika wielowartościowa jest jednym ze sposobów ujęcia podstaw tego rachunku[26]. Można by wyprowadzić go z niej tak, jak B. Russell i A. Whitehead wyprowadzili arytmetykę z logiki klasycznej w *Principia mathematica*[27].

(2.14) Zbiór tez rachunku prawdopodobieństwa jest zbiorem konsekwencji[28] zbioru tez logiki wielowartościowej.

Później jednak Zawirski zmienił to stanowisko. Owo ufundowanie rachunku prawdopodobieństwa ma teraz polegać na uzyskaniu formalnego podobieństwa (paralelizmu) między nim a logiką wielowartościową. Podstawą tego podo-

---

[23] S. 20.

[24] „Przegląd Filozoficzny", 37(1934) 77. Wydaje się, że nawet jeśli dotyczyłyby tych samych aspektów, to zachodziłby między nimi co najwyżej stosunek przeciwieństwa, a nie sprzeczności (zob. K i c z u k, *Stosowalność logik wielowartościowych w teoriach fizykalnych w ujęciu Z. Zawirskiego*, przyp. 25). Kiczuk przedstawia także obecne poglądy na to zagadnienie. Współcześnie uważa się, że cząstki elementarne mają dwa niesprowadzalne do siebie aspekty: falowy i korpuskularny. Stąd odpowiednie zdania o tych stronach mikroobiektów nie są sprzeczne ani przeciwne sobie. Zob. tamże, s. 109.

[25] Z. Z a w i r s k i, *Uwagi o metodzie nauk przyrodniczych*, „Przegląd Filozoficzny", 44(1948) 318.

[26] *Próby stosowania logiki wielowartościowej do współczesnego przyrodoznawstwa*, s. 40; *Les logiques nouvelles et le champ de leur application*, s. 514.

[27] Z a w i r s k i, *Próby stosowania logiki wielowartościowej do współczesnego przyrodoznawstwa*, s. 42; t e n ż e, *Les logiques nouvelles et le champ de leur application*, s. 517.

[28] Termin „zbiór konsekwencji" bierze się tu w sensie ustalonym w teorii systemów dedukcyjnych. Por. L. B o r k o w s k i, *Wprowadzenie do logiki i teorii mnogości*, Lublin 1991, s. 326.

bieństwa jest opisane w punkcie I przyporządkowanie zdaniom wielowartościowym ciągów zdań dwuwartościowych. Logika wielowartościowa jest podobna do rachunku prawdopodobieństwa, gdy:

(2.15) Każdemu twierdzeniu T tego rachunku o prawdopodobieństwie zdarzenia Z, będącego sumą lub iloczynem zdarzeń, odpowiada zdanie W, będące – odpowiednio – alternatywą lub koniunkcją zdań logiki wielowartościowej.

Przy tym:

(2.16) Liczba będąca miarą prawdopodobieństwa zdarzenia Z jest równa wartości logicznej zdania W[29].

Dla ściślejszego określenia tej relacji formalnego podobieństwa przyjmijmy następujące oznaczenia:

L – rozważana logika wielowartościowa, np. system Z,
A, B, $A \cup B$, $A \cap B$ – zdarzenia,
P(A), P(B), $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$ – miary prawdopodobieństw tych zdarzeń,
ϕ, ψ – zdania reprezentowane przez zmienne danej logiki wielowartościowej L takie, że:

Wartość logiczna zdania ϕ równa się P(A), wartość logiczna zdania ψ równa się P(B)[30].

Wówczas logika wielowartościowa L jest podobna formalnie do rachunku prawdopodobieństwa, gdy jest spełniony warunek 2.17:

(2.17) Jeśli $P(A \cup B) = m$ i $P(A \cap B) = l$,

[29] Z a w i r s k i, *Stosunek logiki wielowartościowej do rachunku prawdopodobieństwa*, s. 8 n.

[30] Aby warunek ten mógł być spełniony, należy przyjąć, że jeśli liczba wartości logicznych systemu L wynosi n + 1, to w rachunku prawdopodobieństwa moc zbioru wszystkich zdarzeń elementarnych Ω jest równa *n*.

to w logice L jest zdefiniowany taki funktor alternatywy A i taki funktor koniunkcji K, że wartość logiczna zdania „Aϕψ" jest równa *m* i wartość logiczna zdania „Kϕψ" jest równa *l*.

W pracy *Stosunek logiki wielowartościowej do rachunku prawdopodobieństwa* Zawirski wykazał, że logika trójwartościowa Łukasiewicza nie spełnia warunku 2.17. Celem budowy systemu Z była taka modyfikacja tej logiki, która spełniałaby ów warunek. Rzeczywiście jeśli $P(A \cup B) = m$, to funktorem alternatywy wymaganym przez warunek 2.17 jest funktor $A_{m\text{-}max(P(A),\ P(B))}$ (ewentualny drugi argument indeksu nie ma tu znaczenia). Podobnie ma się rzecz z iloczynem zdarzeń i funktorem koniunkcji. Zatem można przyjąć, iż:

(2.18) System Z spełnia warunek 2.17.

Warto nadmienić, że ostatecznie Zawirski przyznał, iż rachunek prawdopodobieństwa jest oparty na logice dwuwartościowej[31].

Obecnie zostaną przedstawione racje natury metalogicznej za systemem Z. Nasz autor buduje go na podstawie analizy logiki trójwartościowej H. Reichenbacha. Stwierdza, iż wadą tej logiki jest obecność w niej wielu funktorów implikacji[32]. Wprowadzenie ich uważa za krok zbędny, ponieważ:

(2.19) Wiele funktorów implikacji nie przynosi żadnego pożytku i niepotrzebnie komplikuje system logiki wielowartościowej.

(2.20) W matematyce występuje tylko jeden funktor implikacji.

Tę ostatnią myśl Zawirski wyraża mówiąc, że wielość funktorów implikacji jest niezgodna z intuicjami i obyczajami matematyków[33].

Być może w tym właśnie miejscu najłatwiej dostrzec, iż system Z nie może pełnić roli podstawy matematyki, przynajmniej w sensie, jaki początko-

[31] *Wrażenia z I Międzynarodowego Kongresu Filozofii Naukowej*, s. 52; *Doniosłość badań logicznych i semantycznych dla teoryj fizyki współczesnej*, s. 7. Chodzi tu o ufundowanie w takim sensie, że rachunek prawdopodobieństwa jest częścią matematyki, w której stosuje się prawa i reguły logiki dwuwartościowej.

[32] Ponieważ Zawirski definiuje funktor równoważności za pomocą funktora implikacji, wszystkie poniższe uwagi tego punktu dotyczące tego ostatniego odnoszą się, *mutatis mutandis*, do funktora równoważności.

[33] *Stosunek logiki wielowartościowej do rachunku prawdopodobieństwa*, s. 71 n.

wo Zawirski mu przypisywał. Albowiem w języku matematyki, także i rachunku prawdopodobieństwa, występuje nie tylko jeden funktor implikacji, lecz także jeden funktor alternatywy i jeden funktor koniunkcji[34]. Ich użyciem rządzą prawa klasycznego rachunku zdań. Nasz logik z jednej strony dostrzega klasyczność całej matematyki, z drugiej uważa, iż jej część, mianowicie rachunek prawdopodobieństwa, uzasadnia modyfikację klasycznego rachunku zdań.

III. ZAŁOŻENIA ONTOLOGICZNE

Jak już wspomniano w poprzednim punkcie, Z. Zawirski w artykule *Les logiques nouvelles et le champ de leur application* (szczególnie w paragrafie trzecim) zdaje się sugerować istnienie realnych przedmiotów niezupełnych. Przedmiot jest niezupełny, jeśli nie jest tak, że sąd orzekający o nim pewną określoną cechę i jego negacja podpadają pod prawo wyłączonego środka[35]. Aspekty, w których przedmioty te są nie zdeterminowane, nazwijmy, kierując się sugestiami twórcy systemu Z, możliwościami w odróżnieniu od prawdopodobieństwa zdań mówiących o nich[36].

Zawirski zauważa, że zgodnie z zasadą Heisenberga iloczyn nieoznaczoności pomiaru pędu i nieoznaczoności pomiaru położenia (a także odpowiednio energii i czasu) jest zawsze wielkością niezerową. Niemożliwość jednoczesnego (tzn. dokonanego w jednym pomiarze) określenia wartości pędu i położenia nie ma swej przyczyny w niedoskonałości przyrządów pomiarowych czy nieadekwatności metody mierzenia. Ma ona charakter nieusuwalny.

---

[34] Funktorów „$\cap$", „$\cup$" nie można utożsamiać z funktorami alternatywy i koniunkcji rachunku zdań, choćby z tego powodu, iż te pierwsze są funktorami nazwotwórczymi od argumentów nazwowych.

[35] J. Łukasiewicz, *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa*, Warszawa 1987^2, s. 112 n.

[36] O możliwości i konieczności szerzej pisał Z. Zawirski w jednym ze swych pierwszych dzieł: *O modalności sądów*, Lwów 1914. Warto odnotować, że poglądy tam wyrażone (inspirowane raczej przemyśleniami metafizycznymi ich autora i różne od poglądów przedstawionych w niniejszej pracy) nigdy nie były podawane jako racje za odrzuceniem logiki klasycznej. Zresztą Zawirski odwoływał się do nich bardzo rzadko. Kilka uwag, z których skorzystano w niniejszej pracy, będących kontynuacją tych poglądów, można znaleźć w: Z. Zawirski, [Rec.] *Dominczak Stanislas, Les jugements modaux chez Aristote et les scholastiques, Louvain 1923* – „Ruch Filozoficzny", 9(1925) 92-94. Nie jest jasne, czy obiektywne możliwości, o których mowa w tym artykule, dotyczą niezdeterminowania mikroobiektów.

Nasz autor wydaje się wahać w tym miejscu między dwoma stanowiskami co do źródła tej nieoznaczoności. Wedle pierwszego z nich jej przyczyna tkwi w naturze mikroświata. Jego elementy są po prostu nie dookreślone w pewnych aspektach. Wedle drugiego źródłem omawianej nieokreśloności jest zaburzenie wprowadzone przez oddziaływanie mikroobiektu i makroskopowego przyrządu pomiarowego. Sam zaś mikroświat jest dookreślony pod względem położenia i pędu, choć zasadniczo w tych aspektach niepoznawalny.

Ponieważ Zawirski umieszcza swe rozważania w kontekście dyskusji o przedmiotach niezupełnych, bardziej zasadne wydaje się przyjęcie stanowiska pierwszego:

(3.1) Przedmioty mikrofizyczne są przedmiotami niezupełnymi.

Zawirski omawia krótko i porównuje dwa stanowiska broniące istnienia przedmiotów niezupełnych: XIX-wiecznego logika niemieckiego W. F. Kruga i A. Meinonga. Obaj autorzy zgadzają się w tym, że przedmiotami niezupełnymi są przedmioty ogólne. O ile jednak pierwszy twierdzi, że przedmioty te podpadają pod zasadę niesprzeczności, o tyle drugi, wedle twórcy systemu Z, uznaje istnienie przedmiotów sprzecznych.

Na tle tych poglądów Z. Zawirski rysuje stanowisko mogące służyć uzasadnieniu wprowadzenia logiki wielowartościowej. Jego podstawą jest obiektywistyczna interpretacja praw mechaniki kwantowej.

Mianowicie – zgodnie z tezą 3.1 – pewne konkretne, rzeczywiste (co prawdopodobnie znaczy: umiejscowione w czasie i przestrzeni), indywidualne przedmioty są przedmiotami niezupełnymi. Nasz autor twierdzi dalej, że przedmioty ogólne są nieokreślone jakościowo, podczas gdy mikroobiekty są nieokreślone ilościowo. Zawirski nie zdaje jednak jasno i wyczerpująco sprawy, jak rozumieć to stwierdzenie. Analiza jego pobieżnych uwag sugeruje następującą rekonstrukcję.

Nieokreśloność jakościowa przedmiotu polega na tym, że pod pewnym względem (z uwagi na jakieś cechy) jest on całkowicie nieokreślony. Zdanie orzekające o nim ową cechę i jego negacja bądź są zarazem fałszywe, zgodnie z poglądem Kruga, bądź mają inną niż prawda i fałsz wartość logiczną zgodnie z tym, jak Zawirski rozumie Meinonga.

Natomiast nieokreśloność ilościowa ma trzy momenty charakterystyczne. Po pierwsze – nieokreśloność ilościowa dotyczy cech mierzalnych, np. położenia. Po drugie – pewien mikroobiekt jest nieokreślony ilościowo pod względem pewnej cechy tylko wtedy, gdy cecha ta jest określona (wyznaczona) z dokładnością porównywalną z jego wielkością. Po trzecie – wedle słów naszego logika niepewność nieokreśloności jest stopniowalna. Posługuje się on tu epistemologicznym pojęciem niepewności, dlatego trudno jest jasno wyeksplikować metafizyczną treść tej uwagi. Być może ma na myśli to, że – w odróżnieniu od nieokreśloności jakościowej – mikroobiekt może być mniej lub bardziej nieokreślony (*resp.* określony) pod względem pewnej cechy. Jest prawdopodobne, że Zawirski zgodziłby się na twierdzenie, że im dokładniej cecha ta jest określona, tym większa jest nieokreśloność mikroobiektu (przy niezmienności innych czynników). Stąd jest oczywisty związek drugiego i trzeciego momentu nieokreśloności ilościowej. Ponadto zdania orzekające o przedmiotach cechy, co do których są one nieokreślone ilościowo, są zdaniami wielowartościowymi, przy czym w grę wchodzi więcej niż trzy wartości logiczne – odpowiednio do wspomnianych stopni nieokreśloności.

Powyższe wywody podsumowuje twierdzenie 3.2:

(3.2) Przedmioty niezupełne są konkretne, rzeczywiste, indywidualne, nie określone ilościowo, możliwości w nich „tkwiące" są stopniowalne.

Z uwagi na tę stopniowalność do ich opisu nie wystarczy logika trójwartościowa[37].

*

Podsumowując wyniki powyższych rozważań, można zauważyć, iż system logiki zaproponowany przez Z. Zawirskiego jest wysoce skomplikowany i mało użyteczny. Z wielu racji podanych na rzecz systemu Z niektóre odrzucił sam Zawirski bądź bezpośrednio, jak tezę 2.7 czy 2.14, bądź pośrednio, jak tezę 2.19, inne pozostają – wobec braku dostatecznego uzasadnienia – jedynie kontrowersyjnymi hipotezami, jak tezy 2.1-2.3, są też w końcu i takie, które nie wystarczają, by uzasadnić tak poważną modyfikację logiki klasycznej, np. tezy 2.15 i 2.16.

Niezależnie jednak od oceny rozważań Zawirskiego przyznać należy, iż pierwszy zwrócił on uwagę na to, że status epistemologiczny fizyki mikro-

[37] Z a w i r s k i, *Les logiques nouvelles et le champ de leur application*, s. 515 n.

świata i postulowana przez nią ontologia stanowią racjonalną inspirację konstrukcji nowych systemów logicznych.

AN ATTEMPT AT THE RECONSTRUCTION OF SYSTEM Z
AND ITS PHILOSOPHICAL FOUNDATIONS

S u m m a r y

The paper shows an attempt at a matrix reconstruction of the system of Zygmunt Zawirski's many-valued logic, as well as at making the philosophical foundations of that system precise. The evolution of Zawirski's standpoints has been underlined. Due to their general character and ambiguity many conclusions in the work are hypothetical.

Translated by Jan Kłos