ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom XLIII, zeszyt 1 – 1995

EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI
Kraków

SYLOGISTYKA JAKO FRAGMENT ONTOLOGII ELEMENTARNEJ

Aksjomatykę sylogistyki w sformułowaniu Łukasiewicza tworzą następujące formuły:

xax

xix

$xay \cdot yaz \rightarrow xaz$

$xay \cdot xiz \rightarrow ziy$

Pozostałe stałe sylogistyczne są wprowadzone przez definicje:

$xey \leftrightarrow {\sim}xiy$

$xoy \leftrightarrow {\sim}xay$

które, z uwagi na konwencję przyjmowaną w systemach Leśniewskiego, zapisaliśmy w postaci równoważności.

Z kolei sylogistykę z terminami negatywnymi można oprzeć na następującym układzie aksjomatów[1]:

$xannx$

${\sim}xanx$

$nxany \rightarrow yax$

$xay \cdot yaz \rightarrow xaz$

Definicje pozostałych funktorów mają postać:

$xey \leftrightarrow xany$

$xiy \leftrightarrow {\sim}xey$

$xoy \leftrightarrow {\sim}xay$

Obydwa systemy posiadają regułę podstawiania za zmienne nazwowe i są ufundowane na klasycznym rachunku zdań.

---

[1] Aksjomatyka ta została podana w pracy B. Iwanusia *Proof of Decidability of the Traditional Calculus of Names* („Studia Logica”, 32(1973), s. 131-145).

INTERPRETACJA W ONTOLOGII ELEMENTARNEJ

Przez o n t o l o g i ę e l e m e n t a r n ą rozumiemy fragment ontologii, w którym kwantyfikatory wiążą jedynie zmienne kategorii nazwowej[2]. Aksjomat specyficzny ontologii elementarnej ma postać

A01 $x\varepsilon y \leftrightarrow \Sigma z(z\varepsilon x) \cdot \Pi zu(z\varepsilon x \cdot u\varepsilon x \rightarrow z\varepsilon u) \cdot \Pi z(z\varepsilon x \rightarrow z\varepsilon y)$

Korzystać będziemy z następujących definicji:

Dex $ex(x) \leftrightarrow \Sigma z(z\varepsilon x)$
D$\subset$ $x\subset y \leftrightarrow \Pi z(z\varepsilon x \rightarrow z\varepsilon y)$
D$\bigcirc$ $x\bigcirc y \leftrightarrow \Pi z(z\varepsilon x \leftrightarrow z\varepsilon y)$
Dn $x\varepsilon ny \leftrightarrow x\varepsilon x \cdot x\bar{\varepsilon}y$

gdzie $x\bar{\varepsilon}y$ jest skrótem wyrażenia $\sim(x\varepsilon y)$ oraz

D$\vee$ $x\varepsilon\vee \leftrightarrow x\varepsilon x$
D$\wedge$ $x\varepsilon\wedge \leftrightarrow x\varepsilon x \cdot x\bar{\varepsilon}y$

Rozważmy pięć interpretacji sylogistyki (trzy dla sylogistyki bez terminów negatywnych i dwie dla sylogistyki z terminami negatywnymi) w ontologii elementarnej.

S ł a b a i m o c n a i n t e r p r e t a c j a s y l o g i s t y k i. Pierwsze dwie to tzw. s ł a b a i m o c n a interpretacja sylogistyki. W interpretacji mocnej, w odróżnieniu od słabej, w definicji zdań ogólnotwierdzących przyjmuje się założenie niepustości argumentów nazwowych. Są one odpowiednio postaci:

$$\varphi^{w}\ (xay) = \Pi z(z\varepsilon x \rightarrow z\varepsilon y)$$
$$\varphi^{w}\ (xiy) = \Sigma z(z\varepsilon x \cdot z\varepsilon y)$$
$$\varphi^{w}\ (xey) = \Pi z(z\varepsilon x \rightarrow z\bar{\varepsilon}y)$$
$$\varphi^{w}\ (xoy) = \Sigma z(z\varepsilon x \cdot z\bar{\varepsilon}y)$$

oraz

$$\varphi^{s}\ (xay) = \Sigma z(z\varepsilon x) \cdot \Pi z(z\varepsilon x \rightarrow z\varepsilon y)$$

[2] Zob. J. S ł u p e c k i, *S. Leśniewski's Calculus of Names*, „Studia Logica”, 3(1955), s. 7-73.

$$\varphi^{s}\ (xiy) = \Sigma z(z\varepsilon x \cdot z\varepsilon y)$$
$$\varphi^{s}\ (xey) = \Pi z(z\varepsilon x \rightarrow z\bar{\varepsilon} y)$$
$$\varphi^{s}\ (xoy) = \Sigma z(z\varepsilon x) \rightarrow \Sigma z(z\varepsilon x \cdot z\bar{\varepsilon} y)$$

I n t e r p r e t a c j e p o ś r e d n i e s y l o g i s t y k i. Trzy pozostałe interpretacje możemy nazwać interpretacjami p o ś r e d n i m i (między słabą a mocną interpretacją). Pierwsza z nich będzie interpretacją sylogistyki bez terminów negatywnych[3]:

$$\varphi^{m}\ (xay) = \Pi z(z\varepsilon x \rightarrow z\varepsilon y)$$
$$\varphi^{m}\ (xiy) = \Sigma z(\Pi u(u\varepsilon z \rightarrow u\varepsilon x) \cdot \Pi u(u\varepsilon z \rightarrow u\varepsilon y))$$
$$\varphi^{m}\ (xey) = \Pi z(\Pi u(u\varepsilon z \rightarrow u\varepsilon x) \rightarrow \Sigma u(u\varepsilon z \rightarrow u\bar{\varepsilon} y))$$
$$\varphi^{m}\ (xoy) = \Sigma z(z\varepsilon x \cdot z\bar{\varepsilon} y)$$

Dwie pozostałe interpretacje są interpretacjami pośrednimi sylogistyki z terminami negatywnymi[4]:

$$\varphi^{n}\ (xay) = (ex(y) \rightarrow ex(x)) \cdot (ex(nx) \rightarrow ex(ny)) \cdot \Pi z(z\varepsilon x \rightarrow z\varepsilon y)$$
$$\varphi^{n}\ (xey) = (ex(ny) \rightarrow ex(x)) \cdot (ex(nx) \rightarrow ex(y)) \cdot \Pi z(z\varepsilon x \rightarrow z\varepsilon ny)$$
$$\varphi^{n}\ (xiy) = (ex(ny) \rightarrow ex(x)) \cdot (ex(nx) \rightarrow ex(y)) \rightarrow \Sigma z(z\varepsilon x \cdot z\varepsilon y)$$
$$\varphi^{n}\ (xoy) = (ex(y) \rightarrow ex(x)) \cdot (ex(nx) \rightarrow ex(ny)) \rightarrow \Sigma z(z\varepsilon x \cdot z\bar{\varepsilon} y)$$

oraz:

$$\varphi^{o}\ (xay) = (ex(x) \leftrightarrow ex(y)) \cdot (ex(nx) \leftrightarrow ex(ny)) \cdot \Pi z(z\varepsilon x \rightarrow z\varepsilon y)$$
$$\varphi^{o}\ (xey) = (ex(x) \leftrightarrow ex(ny)) \cdot (ex(nx) \leftrightarrow ex(y)) \cdot \Pi z(z\varepsilon x \rightarrow z\varepsilon ny)$$
$$\varphi^{o}\ (xiy) = (ex(x) \leftrightarrow ex(ny)) \cdot (ex(nx) \leftrightarrow ex(y)) \rightarrow \Sigma z(z\varepsilon x \cdot z\varepsilon y)$$
$$\varphi^{o}\ (xoy) = (ex(x) \leftrightarrow ex(y)) \cdot (ex(nx) \leftrightarrow ex(ny)) \rightarrow \Sigma z(z\varepsilon x \cdot z\bar{\varepsilon} y)$$

We wszystkich pięciu interpretacjach przyjmujemy również:

$$\varphi(\alpha \Box \beta) = \varphi(\alpha) \Box \varphi(\beta)$$
$$\varphi(\sim\alpha) = \sim\varphi(\alpha)$$

gdzie $\varphi = \varphi^{w}, \varphi^{s}, \varphi^{m}, \varphi^{n}, \varphi^{o}$ oraz $\Box$ jest dowolnym spójnikiem zdaniowym.

---

[3] Taką interpretację funktora „*i*” podaje B. Iwanuś w *An Extension of the Traditional Logic* („Studia Logica”, 25(1969), s. 97-135).

[4] Możliwość pierwszej z nich została zasygnalizowana przez autora niniejszej pracy w artykule *O pewnym rozszerzeniu sylogistyki* („Kwartalnik Filozoficzny”, 22(1994), s. 165-179).

Jak wiadomo, zarówno przy s ł a b e j, jak i m o c n e j interpretacji sylogistyki tylko część tez dowiedlnych na jej gruncie jest dowiedlna na gruncie ontologii elementarnej[5]. W przypadku pierwszej nie jest dowiedlna w ontologii elementarnej φ^{w} – translacja p r a w a s u b a l t e r n a c j i ($xay \rightarrow xiy$). Zgodnie z interpretacją m o c n ą $\varphi^{s}(xay \rightarrow xiy)$ jest tezą ontologii elementarnej, nie jest nią jednak $\varphi^{s}(xix)$.

Udowodnimy następujące twierdzenie:

Twierdzenie (a) *Sylogistyka przy interpretacji pośredniej* φ^{m} *jest fragmentem ontologii elementarnej.*

(b) *Sylogistyka z terminami negatywnymi przy interpretacjach pośrednich* φ^{n} *i* φ^{o} *jest fragmentem ontologii elementarnej z niepustym uniwersum.*

W dowodzie części (a) wystarczy zauważyć, że φ^{m}-tłumaczenia aksjomatów i definicji sylogistyki są tezami ontologii elementarnej.
Otrzymujemy natychmiast:

$\varphi^{m}\ (xax)$
$\varphi^{m}\ (xix)$
$\varphi^{m}\ (xay \cdot yaz \rightarrow xaz)$
$\varphi^{m}\ (xay \cdot xiz \rightarrow ziy)$
Dem.

(1) $\varphi^{m}\ (xay \cdot xiz)$	[z]
(2) $x \subset y$	[1, interpretacja φ^{m}]
(3) $\Sigma u.\ u \subset x \cdot u \subset z$	[1, interpretacja φ^{m}]
(4a) $\Pi v.\ v \varepsilon u$	[zd. 1]
(4b) $v \varepsilon x$	[4a, 3, D$\subset$]
(4c) $v \varepsilon y$	[4b, 2, D$\subset$]
(4) $u \subset y$	[4a $\rightarrow$ 4c, D$\subset$]
(5) $\Sigma u(u \subset z \cdot u \subset y)$	[3, 4]
(6) $\varphi^{m}\ (ziy)$	[5, interpretacja φ^{m}]

Biorąc pod uwagę zachodzące równoważności $\varphi^{m}(xey) \leftrightarrow \varphi^{m}(\sim xiy)$ oraz $\varphi^{m}(xoy) \leftrightarrow \varphi^{m}(\sim xay)$, otrzymujemy: $\varphi^{m}(xey \leftrightarrow \sim xiy)$ i $\varphi^{m}(xoy \leftrightarrow \sim xay)$, co kończy dowód części (a).

[5] Zob. w tej sprawie: W. M i c h a ł o w s k i, *Zagadnienie nazw pustych w sylogistyce w świetle „ontologii” Leśniewskiego*, „Roczniki Filozoficzne”, 5(1955-57), z. 2, s. 65-95.

Przejdźmy teraz do dwóch ostatnich naszych interpretacji i dowodu części (b) naszego twierdzenia. Zgodnie z interpretacją φ^{n}, przyjmując funktor pomocniczy w s p ó ł i s t n i e n i a:

D*coex* $coex(x,y) \leftrightarrow (ex(y) \rightarrow ex(x)) \cdot (ex(nx) \rightarrow ex(ny))$

możemy zaproponować następujące definicje funktorów sylogistycznych:

$D\overset{n}{a}$ $xay \leftrightarrow coex(x,y) \cdot x \subset y$
$D\overset{n}{e}$ $xey \leftrightarrow coex(x,ny) \cdot x \subset ny$
$D\overset{n}{\imath}$ $xiy \leftrightarrow (coex(x,ny) \rightarrow \Sigma z(z \varepsilon x \cdot z \varepsilon y))$
$D\overset{n}{o}$ $xoy \leftrightarrow (coex(x,y) \rightarrow \Sigma z(z \varepsilon x \cdot z \bar{\varepsilon} x))$

Przez ontologię elementarną z niepustym uniwersum rozumiemy ontologię elementarną wzbogaconą o postulat istnienia co najmniej jednego przedmiotu:

A02 $\Sigma x(x \varepsilon x)$

Na gruncie ontologii elementarnej z niepustym uniwersum otrzymujemy:

$xannx$		
Dem.		
(1)	$x \subset nnx$	[D⊂, D*n*]
(2)	$ex(nnx) \rightarrow ex(x)$	[D*ex*, D*n*]
(3)	$ex(nx) \rightarrow ex(nnnx)$	[D*ex*, D*n*]
(4)	$coex(x,nnx)$	[2, 3, D*coex*]
(5)	$xannx$	[1, 4, $D\overset{n}{a}$]
$xay \cdot yaz \rightarrow xaz$		[$D\overset{n}{a}$, D⊂, D*coex*]
$\sim xanx$		
Dem.		
(1)	$ex(x) \vee \sim ex(x)$	[ont. elem.]
(1a)	$ex(x)$	[zd. 1]
	$\Sigma z.$	
(1b)	$z \varepsilon x$	[1a, D*ex*]
(1c)	$z \bar{\varepsilon} nx$	[1b, D*n*]
(1d)	$\sim x \subset nx$	[1b, 1c, D⊂]
(1e)	$\sim xanx$	[1d, $D\overset{n}{a}$]
(2a)	$\sim ex(x)$	[zd. 2]
	$\Sigma z.$	
(2b)	$z \varepsilon z$	[A02]

(2c)	$z\bar{\varepsilon}x$	[2a, 2b, Dex]
(2d)	$ex(nx)$	[2b, 2c, Dn, Dex]
(2e)	$\sim coex(x, nx)$	[2a, 2d, D$coex$]
(2f)	$\sim xanx$	[2e, $\mathrm{D}\overset{\mathrm{n}}{a}$]
(2)	$\sim xanx$	[1, 1a $\to$ 1e, 2a $\to$ 2f]

$nxany \to yax$

Dem.

(1)	$nxany$	[z]
(2)	$coex(nx,ny)$	[1, $\mathrm{D}\overset{\mathrm{n}}{a}$]
(3)	$nx\subset ny$	[1, $\mathrm{D}\overset{\mathrm{n}}{a}$]
(4a)	$ex(ny) \to ex(nx)$	[2, D$coex$]
(4b)	$ex(nnx) \to ex(nny)$	[2, D$coex$]
(4c)	$ex(x) \to ex(y)$	[4b, Dn, Dex]
(4)	$coex(y,x)$	[4a, 4c, D$coex$]
(5)	$y\subset x$	[3, D$\subset$, Dn]
(6)	yax	[4, 5, $\mathrm{D}\overset{\mathrm{n}}{a}$]

$xey \leftrightarrow xany$	[$\mathrm{D}\overset{\mathrm{n}}{e}$, $\mathrm{D}\overset{\mathrm{n}}{a}$]
$xiy \leftrightarrow xey$	[$\mathrm{D}\overset{\mathrm{n}}{i}$, $\mathrm{D}\overset{\mathrm{n}}{e}$, D$\subset$, D$n$]
$xoy \leftrightarrow xay$	[$\mathrm{D}\overset{\mathrm{n}}{o}$, $\mathrm{D}\overset{\mathrm{n}}{a}$, D$\subset$]

Biorąc pod uwagę tezy wyżej przedstawione, widzimy, że φ^{n}-translacje aksjomatów i definicji tego systemu są tezami ontologii elementarnej z niepustym uniwersum. Z kolei zaś, dla interpretacji φ^{o}, przyjmując funktor w s p ó ł i s t n i e n i a w wersji mocniejszej:

D$Coex$ $\quad Coex(x, y) \leftrightarrow (ex(x) \leftrightarrow ex(y)) \cdot (ex(nx) \leftrightarrow ex(ny))$

przy analogicznych definicjach funktorów sylogistycznych:

$\mathrm{D}\overset{\mathrm{o}}{a}$	$xay \leftrightarrow Coex(x,y) \cdot x\subset y$
$\mathrm{D}\overset{\mathrm{o}}{e}$	$xey \leftrightarrow Coex(x,ny) \cdot x\subset ny$
$\mathrm{D}\overset{\mathrm{o}}{i}$	$xiy \leftrightarrow (Coex(x,ny) \to \Sigma z(z\varepsilon x \cdot z\varepsilon y))$
$\mathrm{D}\overset{\mathrm{o}}{o}$	$xoy \leftrightarrow (Coex(x,y) \to \Sigma z(z\varepsilon x \cdot z\bar{\varepsilon}x))$

otrzymujemy w podobny sposób aksjomaty i definicje sylogistyki z terminami negatywnymi jako tezy ontologii elementarnej z niepustym uniwersum. Dowód naszego twierdzenia byłby zatem zakończony.

Na mocy A01, A02 i powyższych definicji zachodzą również:

$coex(\vee, x)$, $coex(x, \vee) \leftrightarrow x\bigcirc\vee$, $coex(\wedge, x) \leftrightarrow x\bigcirc\wedge$, $coex(x, \wedge)$ oraz
$Coex(x, \vee) \leftrightarrow x\bigcirc\vee$ i $Coex(x, \wedge) \leftrightarrow x\bigcirc\wedge$.

Funktor „*Coex*”, z uwagi na symetrię: $Coex(x,y) \to Coex(y,x)$ oddaje adekwatniej intuicje związane ze współistnieniem.
W obu przypadkach otrzymujemy: $ax\vee \leftrightarrow x\bigcirc\vee$ i $xa\wedge \leftrightarrow x\bigcirc\wedge$.

Założenie niepustości terminów sylogistyki (podobnie jak przyjmowany również wcześniej postulat ich ogólności) okazuje się założeniem logicznie nieistotnym (w przypadku sylogistyki bez terminów negatywnych, jak i z terminami negatywnymi – przy założeniu niepustości uniwersum), z uwagi na bogatszy rachunek nazw, jakim jest ontologia Leśniewskiego. Chcąc jednak dokonać semantycznie trafnej interpretacji zdań ogólnotwierdzących, należałoby podtrzymać dla wszystkich z rozważanych interpretacji ostatni z podkreślanych w logice tradycyjnej warunków nakładanych na terminy sylogistyki – wyeliminowanie spośród nich nazw najogólniejszych.

SYLLOGISTIC AS A FRAGMENT OF ELEMENTARY ONTOLOGY

Summary

Five interpretations of syllogistic in Leśniewski's ontology are presented in the paper. Two of them are *weak* (φ^{w}) and *strong* (φ^{s}) interpretations of syllogistic (without negative terms) in ontology. The remaining are called here *intermediate* ones.

The first of them (φ^{m}), formulated by Iwanuś, is also an interpretation of syllogistic without negative terms. The last two intermediate interpretations (φ^{n}, φ^{o}) are interpretations of syllogistic with negative proposed by the author.

Assuming a help functor of coexistence:

$$coex(x,y) \leftrightarrow (ex(y) \to ex(x)).\ (ex(nx) \to ex(ny))$$

the φ^{n} interpretation has the following form:

$$xay \leftrightarrow coex(x,y).\ x\subset y$$
$$xey \leftrightarrow coex(x,ny).\ x\subset ny$$
$$xiy \leftrightarrow (coex(x,ny) \to \Sigma z(z\varepsilon x.\ z\varepsilon y))$$
$$xoy \leftrightarrow (coex(x,y) \to \Sigma z(z\varepsilon x.\ z\bar{\varepsilon} x))$$

The interpretation φ^{o} is a variant of φ^{n}.

It is proofed that syllogistic by the interpretation φ^m is a fragment of elementary ontology and that the syllogistic with negative terms by interpretations φ^n and φ^o is inferentially included in this system with no empty universe.

Summarized by Eugeniusz Wojciechowski