A R T Y K U Ł Y

ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom XLII, zeszyt 3 – 1994

JAN MIKIEWICZ
Wrocław

LOGIKA INDUKCJI A STATYSTYKA MATEMATYCZNA

Logika indukcji jest w naszym wieku bujnie rozwijającą się dyscypliną, o czym świadczy wielość poglądów i zwalczających się szkół oraz mnogość ukazujących się prac – nie zawsze na wysokim poziomie i o dużej naukowej wartości. Istniejąca sytuacja może nawet stwarzać wrażenie chaosu i bezcelowości usiłowań, co było chyba podstawą opinii, którą przytacza J. Agassi ⟨1⟩, iż problem logiki indukcji jest przewlekłym skandalem filozoficznym, podobnie jak ongiś Immanuel Kant nazwał skandalem filozoficznym niemożność obalenia skrajnie idealistycznych poglądów G. Berkeleya. Czyżby ogrom pracy nad logiką indukcji, wyrażający się choćby górą zapisanego papieru, rzeczywiście szedł na marne? Że tak nie jest, postaram się wyjaśnić w tej pracy.

Podobnie jak roztwór jakiejś substancji może być gotów do krystalizacji, ale potrzeba mu jeszcze drobnego ośrodka krystalizującego, tak logika indukcji może już krystalizować, a jej ośrodkiem krystalizacji powinna być, zdaniem autora, statystyka matematyczna. Zauważmy, że wewnątrz tej gałęzi matematyki jeszcze do niedawna trwały wewnętrzne spory i tarcia, co oczywiście uniemożliwiało uczynienie z niej ośrodka krystalizacji dla innej dyscypliny nauki, jednak ostatnio, po wyjaśnieniu sprawy „bayesizmu”, jak to zostało szczegółowo opisane w monografii ⟨4⟩, oraz po sprecyzowaniu ogólnych podstaw formalnych statystyki, jak w ⟨2⟩, dyscyplina ta skonsolidowała się i dziś można ją z powodzeniem wykorzystać do omawianego tu celu.

Niewątpliwie różne kierunki logiki indukcji, a zwłaszcza ich ujęcia sformalizowane, są ze stanowiska współczesnej statystyki chybione, czego przykładem może być wiele wzorów zawartych w ⟨19⟩. Nie oznacza to wszakże konieczności porzucenia tych kierunków, lecz potrzebę ich ulepszenia oraz rozwinięcia kierunków nowych.

Trzeba podkreślić, że logika indukcji nie jest dziedziną nową, gdyż ma swe korzenie w starożytności u Arystotelesa i w średniowieczu u F. Bacona, którzy rozumieli, iż obok logiki formalnej, ujmującej niejako wewnętrzne zasady myślenia, musi istnieć druga logika, ujmująca zasady myślenia badacza świata zewnętrznego, czyli logika empirii. W czasach nowożytnych D. Hume ⟨9⟩ był pierwszym myślicielem, który zauważył wielkie trudności piętrzące się na drodze skonstruowania takiej logiki, jednak prawdziwy postęp obserwujemy dopiero w XIX w., gdy zastosowano do tej dziedziny rachunek prawdopodobieństwa (W. S. Jevons, C. S. Peirce). Równocześnie głębsze rozumienie logiki formalnej i teorii prawdopodobieństwa, a zwłaszcza twierdzenia Bayesa, dzięki pracom G. Boole'a dało podwaliny pod pewne koncepcje związane z prawdopodobieństwem, które znajdujemy już w pracach W. Whewella, J. Herschela i J. S. Milla. Dopiero jednak w XX w. prace M. Keynesa (1929 r.) i H. Jeffreysa zapoczątkowały rozbudowę finezyjnej metodyki związanej z subiektywną teorią prawdopodobieństwa (por. ⟨10⟩, ⟨19⟩, ⟨23⟩, a zwłaszcza ⟨13⟩ i ⟨14⟩), co prowadzi do subiektywizacji tej metodologii nauk empirycznych.

Nim wszakże przystąpimy do meritum sprawy, musimy sobie odpowiedzieć na trzy podstawowe pytania:

1. Czy potrzebna jest logika indukcji?
2. Czy musi być ona sformalizowana (na sposób podobny do logiki dedukcyjnej)?
3. Czy musi ona korzystać (w szerokim zakresie) z teorii prawdopodobieństw, a w szczególności ze statystyki matematycznej?

A oto moje odpowiedzi na te pytania:

Ad 1. Częściowo udzielona została już odpowiedź wraz ze wzmianką o pierwszych myślicielach w tej dziedzinie. Dodamy tu jeszcze, że logika indukcji musi być podstawową częścią ogólnej metodologii nauk empirycznych, choć jej nie wyczerpuje. Obok bowiem metodyk szczegółowych, dotyczących przeprowadzania eksperymentów i obserwacji w poszczególnych dyscyplinach, musi istnieć m e t o d o l o g i a r o z u m o w a n i a prowadzącego do uogólnień, które nazywamy modelami i teoriami, oraz do ich weryfikacji i jest oczywiste, że metodologia ta wykracza poza ramy poszczególnych dyscyplin oraz że powinna w zasadzie dotyczyć wszystkich nauk empirycznych.

Ad 2. Badania metodologiczne w omawianej dziedzinie od samego początku napotykały poważne trudności, co – jak wzmiankowaliśmy – zauważył już D. Hume. Wynika to stąd, że problematyka jest skomplikowana i subtelna dla ludzkiego umysłu. Przyczyn tego stanu rzeczy może być wiele, wydaje się wszakże, że podstawową jest niedoskonałość naszego przyrodzonego aparatu poznawczego, na co zwrócili już uwagę wielcy myśliciele, jak Sokrates (w *Państwie* Platona, ks. 7) i Kant (w *Krytyce czystego rozumu* formułuje to lapidarnie: *„Ding an sich ist unbekannt”*). Obok wszakże czynności poznawczych potrzebne są rozumowania (np. wyciąganie wniosków) i tu musi być włączony cały aparat nauk dedukcyjnych, zwłaszcza logiki formalnej (por. ⟨7⟩ i ⟨20⟩), a doświadczenia historii nauk, zwłaszcza fizyki, ale i niektórych innych kierunków empirycznych, pokazują wielkie korzyści, jakie daje aparat matematyczny, czyli język adekwatny, ekonomiczny i na ogół ilościowy. Dyscypliny empiryczne, które potrafiły swój język zmatematyzować, poczyniły największe postępy, zwłaszcza z uwagi na to, iż mogą dzięki rachunkowi uczynić swe przewidywania precyzyjnymi (o ile ich modele są wystarczająco adekwatne do rzeczywistości).

Postęp nauk, czyli tworzenie modeli i teorii, jest procesem twórczym i w dużym stopniu opiera się na intuicji, wyobraźni etc. danego, konkretnego badacza, czyli na tym, czego nie można sformalizować i co tłumaczy „antyindukcjonizm” K. Poppera ⟨23⟩, lecz trzeba też zauważyć, iż po tym etapie twórczym musi zawsze następować etap weryfikacji, który nie polega tylko na „poddawaniu surowym testom”, jak to wyraża Popper, ale także na pokazaniu w sposób jasny łańcucha rozumowań prowadzących do akceptacji modelu czy teorii w przypadku, gdy nie można ich obalić. Zauważmy, że te dwa etapy procesu twórczego występują także w naukach dedukcyjnych, gdzie po etapie raczej intuicyjnych poszukiwań następuje etap ścisłego (i tu pewnego) dowodzenia. Dla jasności dodajmy, że obalanie jest stosunkowo proste i opiera się głównie na znanej od wieków w logice zasadzie zwanej po łacinie *modus tollens*: Jeśli z modelu czy teorii wynika jakieś zdanie S i zdanie to jest niezgodne z doświadczeniem, obala to dany model czy teorię, przynajmniej w przyjętej postaci. Zauważmy tu jednak, iż w praktyce ta „surowość testów” Poppera (niestety określenie raczej subiektywne niż obiektywno-naukowe) nie jest taka groźna dla modelu czy teorii, gdyż zwykle w przypadku negatywnego wyniku testu (tzn. niezgodności zdania S z doświadczeniem) szuka się sposobów przebudowania modelu czy teorii, a następnie po uzyskaniu nowej spójnej konstrukcji testuje się dalej.

Zauważmy ponadto, że już Popper, mimo swego „antyindukcjonizmu”, widział konieczność szerokiego stosowania teorii prawdopodobieństw i nikt z poważnych autorów z kręgu logiki indukcji nie kwestionował konieczności korzystania w niej z matematyki.

Ad 3. Chyba A. Einstein sformułował pewną bardzo głęboką zasadę: Póki nasze rozumowania mają charakter dedukcyjny, ich wyniki są pewne (zależą tylko od założeń), jednakże są one oderwane od świata materialnego. Skoro jednak rozumowania dotyczą świata materialnego, ich treść przestaje być pewna. Zauważmy jednak, iż nasze sądy o rzeczywistości mogą być p r a w - d o p o d o b n e. Weźmy dla przykładu pomiar długości stołu. Gdy mierzymy go dobrze wyskalowaną miarą centymetrową, jesteśmy w zasadzie pewni, że jego długość jest zawarta np. pomiędzy 125 a 126 cm. Jeśli wszakże chcielibyśmy mierzyć go z większą precyzją, wynik pomiaru byłby już tylko prawdopodobny, ponieważ tego typu pomiary odznaczają się rozrzutem charakterystycznym dla z j a w i s k l o s o w y c h. Łatwo zauważyć, iż tego typu problemy pomiaru wiążą się z dowolnym badaniem świata materialnego, nawet jeśli pozornie jest to badanie jakościowe, a nie ilościowe.

Żeby to sobie wyjaśnić, omówimy dwa przykłady hipotez z dwóch odległych od siebie dyscyplin empirycznych: kosmologii i zoologii. Hipotezy takie będziemy nazywać złożonymi (szerzej o tym nieco dalej). Wiążą się one już z pewnymi modelami.

Hipoteza kosmologiczna brzmi: «Jądra galaktyk spiralnych wytwarzają (wytryskują) ich ramiona»[1].

Hipoteza zoologiczna brzmi: «Foki są blisko spokrewnione z psowatymi».

Obie hipotezy, mimo iż wydają się być typu „jakościowego”, wymagają poważnych badań i l o ś c i o w y c h, i to różnymi metodami, przy wykorzystaniu różnej, nieraz zupełnie odmiennej aparatury. Na przykład pierwsza hipoteza, obok badania promieniowania wszelkiej długości, a zatem wychwytywanego przez bardzo różnorodną aparaturę, wymaga badania dynamiki ramion galaktyki, mających prawdopodobnie z jądrem jakiś związek (pochodzą z niego). Druga hipoteza również wymaga różnorodnych badań ilościowych – poczynając od tzw. zegara biologicznego, czyli badania budowy białek obu rodzin ssaków, a kończąc na badaniu szczątków kopalnych obu rodzin. Zauważmy, że i tu współczesna nauka opiera się na ilościowych badaniach znaleziska. Dodajmy, że określenie „surowość testów” Poppera nie ma sensu w przypadkach obu hipotez; nikomu bowiem nie zależy na takim czy innym wyniku badania, a rzecz idzie tylko o weryfikację bądź tej

[1] Kosmologia ma wśród nauk empirycznych znaczenie szczególne: z jednej strony jej wpływ na ogólne poglądy, zwłaszcza intelektualistów, jest duży, z drugiej – należy do nielicznych nauk, w których eksperyment jest niemożliwy. Utrudnia to zwłaszcza badania statystyczne, gdzie istotne znaczenie ma pobieranie dowolnie licznych próbek, i to w różnie zaplanowanych zestawach. Stąd duża tu rola metod subiektywnych i pośrednich (patrz koniec tego artykułu). Dobry zestaw współczesnych poglądów kosmologicznych daje ⟨32⟩.

hipotezy, bądź jej zaprzeczenia. Tym niemniej przy dzisiejszym stanie wiedzy i techniki badawczej zagadnienie tak w jednym, jak i drugim przypadku może się okazać nierozstrzygalne (zawieszenie decyzji – jeśli przyjmujemy decyzyjny punkt widzenia, do czego jeszcze powrócimy; por. np. ⟨22⟩ i ⟨30⟩).

Widzimy więc, że weryfikacja hipotez (w szerszym sensie), jeśli ma się opierać na obiektywnej rzeczywistości, musi opierać się na pomiarach (rozumianych szerzej – np. włączając liczenie), w pomiarze zaś, jak zauważyliśmy, istotną rolę odgrywa błąd losowy, co już implikuje w omawianej metodologii zastosowanie rachunku prawdopodobieństwa, a jak zobaczymy nieco dalej – także zastosowanie statystyki matematycznej, niezależnie od innych zastosowań (np. miar subiektywnych). Fakt możliwości zastosowania w logice indukcji różnych teorii prawdopodobieństw (tzn. różnych wariantów zastosowań rachunku prawdopodobieństwa jako gałęzi matematyki czystej) spowodował, że w ważniejszych monografiach traktujących o logice indukcji, jak ⟨11⟩ i ⟨19⟩, w pierwszej części dokonuje się przeglądu teorii prawdopodobieństw.

Wyjaśnimy tu jeszcze, że weryfikacja hipotez w szerszym sensie to nie tylko dział statystyki o tej nazwie, zainicjowany przez J. Spławę-Neymana i E. S. Pearsona, w którym wyróżnia się w przestrzeni prób zbiory z przypisanymi do nich błędami pierwszego i drugiego rodzaju. Hipoteza prosta w przyjętym tu rozumieniu jest pewną tezą (sądem) o obiektywnej rzeczywistości, której można przypisać, na podstawie obserwacji (eksperymentu), wysokie prawdopodobieństwo *a posteriori* lub prawdopodobieństwo przypisane do przedziału ufności. Przez hipotezę złożoną będziemy rozumieć koniunkcję hipotez prostych, której również można przypisać (w pewnych warunkach) wysokie prawdopodobieństwo obiektywne ⟨17⟩ i ⟨18⟩.

Zastosowania statystyki matematycznej nie wykluczają zastosowań miar subiektywnych. Modele i teorie, w skład których wchodzą hipotezy proste i złożone, muszą być poddawane wszelkiego rodzaju testom, czyli weryfikowane. Dopiero wśród konkurencyjnych teorii, których nie można obalić, ma sens rozdzielanie prawdopodobieństw subiektywnych.

Należy w tym miejscu podkreślić (bowiem nie jest to powszechnie znane), że rachunek prawdopodobieństwa, jako jedna z gałęzi matematyki czystej, jest już sformalizowany i zaksjomatyzowany, jak geometria (od czasu Euklidesa) czy teoria mnogości (w XX w.)[2]. Inną

[2] Nad aksjomatyzacją rachunku prawdopodobieństwa pracowało wielu myślicieli; wśród nich wymienię K. Poppera ⟨23⟩ i u nas H. Steinhausa (ujęcie ze stanowiska teorii miary). Poglądy Steinhausa (według rozeznania autora) miały wpływ na A. Kołmogorowa, który dokonał

kwestią są, jak wspomnieliśmy, teorie prawdopodobieństw, rozumiane jako warianty zastosowań rachunku prawdopodobieństwa, przy czym teoria statystyki matematycznej jest jedną z tych teorii (w naszym rozumieniu najważniejszą). W celu ułatwienia intuicyjnego uchwycenia tej subtelności weźmy pod uwagę np. mechanikę teoretyczną, którą możemy uważać za zastosowanie analizy matematycznej do zachowania się brył materialnych w warunkach przestrzeni kosmicznej. Wykorzystuje ona zatem język matematyki czystej do stworzenia narzędzia badawczego (języka) dla określonych badań empirycznych, tzn. badań zachowania się przedmiotów materialnych w polach sił, i jest całkowicie sformalizowana.

Podobna jest rola statystyki matematycznej (np. w postaci podanej w ⟨2⟩), którą można uważać za zastosowanie rachunku prawdopodobieństwa (język) do badań empirycznych nad prawdopodobieństwami. Jej sformalizowanie pozwala ominąć dotychczasowe kontrowersje. Podstawowym pojęciem statystyki jest przestrzeń statystyczna (por. ⟨2⟩), która obejmuje pojęcie próby losowej i związanej z nią przestrzeni prób. Zdaniem autora nie ma sensu mówienie o badaniu empirycznym istniejących obiektywnie prawdopodobieństw, w postaci istniejących obiektywnie populacji (określonych rozkładami prawdopodobieństwa), bez pojęcia prób losowych pobieranych w sposób niezależny z takich populacji. Teoria częstościowa R. von Misesa jest chybiona, ponieważ miesza pojęcie granicy, będące sformalizowanym pojęciem matematyki czystej, z empirycznym pojęciem próbek pobranych z określonej populacji. Z drugiej strony zauważmy, że H. Kyburg, który w swym systemie logiki indukcji (patrz np. ⟨11⟩ i ⟨12⟩) powołuje się na badania statystyczne, nigdzie nie wspomina o próbach losowych, wobec czego jego system wraz z pojęciem „prawdopodobieństwa epistemologicznego” musi być zmodyfikowany.

Kierunek, który tu przedstawiamy, można nazwać „semplizmem” (od ang. *sample* – próbka). Spróbujemy wyjaśnić jego istotę bez użycia formuł matematycznych. Przede wszystkim zauważmy, że pojęcia populacji oraz elementów populacji wybranych z niej losowo (pod nazwą elementów próby) są adekwatne do rzeczywistości. Można bowiem wskazać w Naturze mnóstwo przykładów populacji (skończonych i nieskończonych, przeliczalnych i nieprzeliczalnych) oraz możliwości wybierania z nich dowolnej (w zasadzie) ilości elementów w sposób losowy. Obok banalnych populacji istot żywych mamy populacje atomów i drobin, warstw ziemi i powietrza, elementów wytworzonych przez człowieka (np. przemysłowo), promieniowania kosmicznego i gwiazd (pewnej klasy) itd.

ostatecznej aksjomatyzacji. Przystępny jej opis jest w ⟨24⟩, zaś w ⟨19⟩ jest ona uproszczona.

Fakt, że otwarta próba losowa, tzn. zbiór elementów danej populacji, które mogą być wybrane z niej losowo i w dowolnej ilości, jest obrazem populacji pokrywającym się z nią, gdy liczba elementów tego zbioru dąży do nieskończoności (dla populacji nieskończonych), wydaje się oczywisty i bezustannie potwierdzany empirycznie. Z drugiej strony zjawisko to potwierdzają odpowiednie twierdzenia statystyki matematycznej. Jest to wszakże obszar, w którym wiele jeszcze pozostaje do zbadania. Dla populacji dowolnych podstawowe jest tu twierdzenie Kołmogorowa (patrz ⟨6⟩, s. 335), ale jest też kilka twierdzeń pokrewnych, jak Smirnowa, Koroluka[3], Rényiego i in.

Twierdzenia te, jak i cała statystyka matematyczna, opierają się na dwóch aksjomatach:

1. Element próbkowy (tzn. pojedyncza realizacja próby losowej) może być traktowany jako realizacja zmiennej losowej (próby) o rozkładzie identycznym z rozkładem populacji, z której został wybrany;

2. Rozkłady elementów próby losowej, jako zmienne losowe, są wzajemnie niezależne stochastycznie.

Statystyka w postaci sformalizowanej (jak w ⟨2⟩) przyjmuje jako podstawowe pojęcie przestrzeń statystyczną, która jest iloczynem kartezjańskim przestrzeni parametrów (tu rozumianych jako stałe Natury) i przestrzeni prób. Na tej przestrzeni określony jest pewien łączny rozkład prawdopodobieństwa, który można nazwać metarozkładem. W tym rozkładzie można mówić o korelacji między parametrami a próbą; co więcej, korzystając np. z teorii statystyk dostatecznych (patrz np. ⟨3⟩), można łatwo, w przypadku ich istnienia, wykazać zbieżność takiej statystyki, czyli „parametru z próby", do odpowiadającego mu parametru w populacji, wraz ze wzrostem liczebności próby do nieskończoności. Omawiane związki stochastyczne dają możliwość określenia na przestrzeni statystycznej wielkości informacji identycznej w swej istocie z klasyczną informacją określoną przez Shannona (patrz np. ⟨29⟩)[4].

[3] Dowody tych twierdzeń są z reguły bardzo skomplikowane i korzystają z aparatu matematycznego na wysokim poziomie abstrakcji. Autor prześledził dowód tw. Koroluka (Izw. Akad. Nauk SSSR 19, 1953). Dowód, choć dotyczy dystrybuant dowolnych, ma tę piękną własność, że wychodzi od rozważania schematów klasycznych (kombinatoryka).

[4] W celu zrozumienia podstawowego dla wiedzy pojęcia informacji trzeba wyjść z pojęć cybernetyki: Organizmy żywe, jako systemy działające celowo (cel ogólny: przetrwanie i rozmnażanie), przeciwstawiają się ogólnemu prawu wyrównania (wzrostu entropii). Jako takie, można je określić jako „dziury entropii" (jak „czarne dziury" w Kosmosie). A zatem informacja to to, czym się żywią organizmy (inaczej „negentropia" ⟨5⟩). Jej miarą jest więc przydatność do celów sterowania, co wyjaśnia behawioryczne podejście do informacji (inaczej – pragmatyczne). Stąd K. Szaniawski ⟨28⟩ i ⟨29⟩ nazywa tak określoną informację – pragmatyczną. Co do pojęcia informacji „czystej", należy bazować na podziale na naukę „czystą" i pragmatyczną (o czym będzie dalej); w nauce „czystej" nie znamy praktycznych

Zauważmy przy okazji, że rozważanie określonych parametrów populacji jest zawężeniem zagadnienia statystycznego. Istnieje tu możliwość jego uogólnienia przez rozważanie odległości (w przestrzeni abstrakcyjnej) dowolnego rozkładu populacji macierzystej, od rozkładów próbkowych otrzymanych z tej populacji. Właśnie rozkłady określone na takich odległościach można nazwać metarozkładami i określać z ich pomocą informację w sposób zupełnie ogólny. Do takich metarozkładów należą rozkłady określone we wspomnianych twierdzeniach Kołmogorowa i pokrewnych (⟨6⟩ od s. 333).

Twierdzenia te ukazując w sposób ogólny powiązanie rozkładów populacji i prób z tych populacji, dają możliwość bardzo ogólnego ujęcia teorii informacji, przy czym informacja jawi się nam jako funkcjonał rozkładu odległości określonych na omawianym iloczynie kartezjańskim[5]. Jeśli przeto w jakimś zagadnieniu empirycznym model statystyczny, tzn. istnienie obiektywnie pewnej populacji, której rozkładu nie znamy, i możność pobierania w dowolnej ilości próbek z tej populacji, są adekwatne do rzeczywistości, istnieje wówczas możność d o w o l n e g o z w i ę k s z a n i a i n f o r m a c j i o t e j p o p u l a c j i za pomocą odpowiednio licznych próbek. Autor uważa ten model za podstawę metodo-

celów, gdyż gromadzimy tylko wiedzę. Jedynym kryterium może tu być tylko prawda. K. Szaniawski pokazuje przejście od informacji określonej w pierwszy do określonej w drugi sposób. W ⟨28⟩ K. Szaniawski powołuje się na ⟨21⟩; nie miałem wszakże dostępu do tej pracy. Dodajmy, że autor ⟨29⟩ jest świadom ważności pojęcia, gdyż pisze: „Concept of information becomes of crucial importance for the methodology of science, because the use of a method in science would then have to be justified in terms of its efficiency in obtaining information".

[5] Klasyczną definicję informacji („czystej") wiązał Shannon z przepływem jej przez kanał informacyjny, jednak dla idei „semplizmu" zmienimy nieco tę formułę, rozróżniając pojęcia „rozkładu" i „metarozkładu". Każdy rozkład pierwotny F(x) (dystrybuanta – patrz ⟨6⟩, s. 333), można rozważać jako punkt F (np. w przestrzeni Hilberta), natomiast próba losowa X generuje rozkład odległości rozkładu empirycznego (w tejże przestrzeni) $S_n(x)$ od F(x), co wyraża np. odległość Kołmogorowa (patrz ⟨6⟩, s. 332):

$$D_n = \sup_{-\infty<x<\infty} |S_n(x) - F(x)|.$$

gdzie $S_n(x)$ jest tzw. dystrybuantą schodkową.

Miarą informacji Shannona jest określony funkcjonał I(X, F), tu zaś może być nią rozproszenie rozkładu zmiennej losowej D_n. Z postaci tego rozkładu widać, że dla dowolnego F, do odpowiednich parametrów tego rozkładu (w tym – momentów) dążą odpowiednie parametry z próby, co oznacza odpowiedni wzrost informacji statystyka. Ponadto jest oczywiste, iż inne postaci dystrybuanty empirycznej niż $S_n(x)$ generowałyby inne rozkłady niż ma D_n. Rozkład o najmniejszym rozproszeniu wskazywałby na statystykę (dystrybuantę) optymalną. Niestety jest to jeszcze teren nie zbadany.

logii obiektywnego poznania, a więc też za podstawę o b i e k t y w n e j l o g i k i i n d u k c j i[6].

Zwróćmy tu jeszcze uwagę na pewne istotne rozróżnienie: poznanie empiryczne należy podzielić na teoretyczne lub inaczej „czyste" i na praktyczne, które nazwiemy też pragmatycznym lub technicznym, podobnie jak K. Szaniawski w ⟨29⟩ rozróżnił informację czystą („niepragmatyczną"), czyli shannonowską, i „pragmatyczną". W poznaniu teoretycznym lub „czysto naukowym" celem jest wyłącznie dążenie do prawdy, a więc abstrahujemy od jego użyteczności; gromadzimy wiedzę niejako „na zapas". W związku z tym w modelu statystycznym poznania staramy się po prostu maksymalnie zwiększać informację „czystą", tzn. bez nadawania różnym wariantom (alternatywom) różnych wag (niezależnie od tego, czy testujemy hipotezę, obliczamy prawdopodobieństwo *a posteriori*, czy poziom ufności). Natomiast w poznaniu pragmatycznym należy maksymalizować użyteczność, a stąd już widać, iż punkt widzenia decyzyjny, „behawiorystyczny", czy ogólnie – teoriogrowy, ma tu istotne znaczenie. Nieco dalej wykorzystamy tę koncepcję.

Po tym krótkim omówieniu istoty poznania statystycznego spróbujemy w formie streszczonej wyjaśnić przyczyny i istotę konfliktu między przedstawicielami różnych szkół statystycznych. Zauważyliśmy już, że kierunek „częstościowy" von Misesa nie ma racji bytu z uwagi na wewnętrzne sprzeczności, a teraz dodamy, że w praktyce szkoła (z R. A. Fisherem na czele) uchodząca za „częstościową" nie używa tego pojęcia, natomiast posługuje się

[6] Dobrze znany w kręgach logików indukcji jest (podobnie jak Kyburg) amerykański autor I. Levi. W swych pracach, przede wszystkim ⟨13⟩ i ⟨14⟩, nie ukrywa, że zajmuje się zasadniczo prawdopodobieństwem subiektywnym, które uważa za właściwy przedmiot logiki indukcji; dotyczy to w szczególności ⟨13⟩ i ⟨14⟩. Jednakże w dalszych ich partiach próbuje on nawiązywać do „prawdopodobieństwa statystycznego", które uznaje za „obiektywne". W ⟨13⟩ powtarza wszakże błąd wielu teoretyków i praktyków, stawiając problem poznawczy „na głowie"; na s. 199 podaje bowiem paradygmat (tłum. J. Mikiewicz): „Niech prawdopodobieństwo statystyczne otrzymania [w rzutach – przyp. tłum.] orła będzie 0,5 i niech rzuty będą stochastycznie niezależne (inne wykonania rzutu), a wówczas z faktu, że moneta będzie podrzucana w określony sposób wielką liczbę razy, można wnosić, iż względna częstość uzyskania orłów będzie bardzo bliska 0,5". Jest to paradygmat średniowieczny, w którym najpierw się coś zakładało *a priori*, a potem wyciągało z tego logiczne wnioski, które uznawało się za rzeczywistość. We wnioskowaniu statystycznym jest odwrotnie: najpierw mamy wyniki niezależnych rzutów monetą, a potem wnioskujemy stąd o prawdopodobieństwie p, którego nie znamy (z zasady będzie $p \neq 0,5$). Tę tematykę omówimy szerzej w dalszej części pracy. Podobnie w ⟨14⟩ w rozdz. 12, pkt 4, w którym autor omawia *direct inference* utożsamianą z wnioskowaniem statystycznym (powołuje się tu na Hackinga *Logic of Statistical Inference*), mówi krótko na s. 254 o przestrzeni prób, ale już na s. 258 odwołuje się do formuły von Misesa, której sens jest taki jak poprzednio. Jest to wszystko, co autor wie o wnioskowaniu obiektywnym.

metodami *maximum likelyhood* i przedziałami ufności, które doskonale zgadzają się z opisanym wyżej statystycznym modelem poznania empirycznego (semplizmem). Metody *maximum likelyhood* i przedziałów ufności są analogiczne, wobec czego dalej będziemy porównywać wyniki „bayesowców" tylko z metodą przedziałów ufności. Metoda statystycznego testowania hipotez również opiera się na próbkach losowych i wykazuje analogię z przedziałami ufności.

„Antagonistyczna" (pozornie) szkoła bayesowska, z L. J. Savagem na czele (por. ⟨25⟩, ⟨26⟩ i ⟨27⟩), stawia na prawdopodobieństwo *a posteriori*, mając inklinację do podejścia subiektywistycznego (Savage w ⟨27⟩ wyraża się: „my, subiektywiści"); trzeba tu jednak dodać, iż przedstawiciele tej szkoły zauważają, że przyjęcie dowolnego (a więc i przyjętego subiektywnie) rozkładu *a priori* jest szybko niwelowane w rozkładzie posteriorycznym wraz ze wzrostem liczebności próbki[7]. Zastosowanie próbek losowych w twierdzeniu Bayesa daje statystyki zadziwiająco zgodne (identyczne) z otrzymywanymi w szkole Fishera (patrz ⟨4⟩); inaczej jest jednak z wykorzystaniem uzyskanych statystyk, gdyż interpretacja „bayesowska" daje lepsze wyniki, jak np. w zagadnieniu rozkładu Behrensa-Fishera (praktyczne wyniki w ⟨18⟩ i nie opublikowanej mojej monografii). Zgodność statystyk pochodzi stąd, że są to te same statystyki dostateczne, zawierające całą potrzebną informację, jaką dostarcza próbka.

Przechodząc do omówienia trzeciej szkoły statystycznej, tzn. „behawiorystów", których najbardziej znanym przedstawicielem jest Jerzy Spława Neyman, przypominam, iż kierunek ten ma oczywiste uzasadnienie w zagadnieniach, które nazwałem praktycznymi lub pragmatycznymi. W zagadnieniach wiedzy „czystej" metodyka ta jest niekiedy problematyczna, ponieważ nie można w nich określić użyteczności, a ujmując ogólniej – nie można określić wypłaty w grze statystycznej („behawioryzm" sprowadza się w istocie do teorii gier ⟨3⟩ i ⟨30⟩, ale tu nie znamy praktycznego celu działania – szukamy

[7] Kierunek w statystyce matematycznej rzekomo „częstościowy", za którego przywódcę uważa się R. A. Fishera, odżegnuje się od „bayesizmu", stosując metodę przedziałów ufności J. Neymana. Może budzić zdumienie fakt, że i metodą „bayesowską" i Neymana uzyskuje się identyczne formuły analityczne. Jest to jeden z „cudów matematyki"; inne uzyskamy np. rozważając przestrzenie wielowymiarowe lub nieeuklidesowe. W praktyce zwolennicy przedziałów ufności mają jednak pewne kłopoty z interpretacją wyników; stąd metoda „bayesowska" wydaje się bardziej naturalna. L. J. Savage, bojownik tego kierunku, wyraził to dosadnie (patrz ⟨27⟩, s. 12): Chcą oni (tzn. antybayesowcy – przyp. J. Mikiewicz) usmażyć statystyczny omlet bez rozbicia bayesowskich jajek. Dodajmy, że metoda „behawioryczna", tzn. oparta na teorii gier (patrz zwłaszcza ⟨3⟩ i ⟨30⟩) pokazuje i w tym przypadku szczególnie ważną rolę twierdzenia i postulatu Bayesa (wyczerpujący opis probabilistyczny problematyki bayesowskiej daje ⟨24⟩).

prawdy). We wspomnianej monografii dotyczącej statystycznej metody wyboru ⟨16⟩, ⟨17⟩ i ⟨18⟩ przedstawiam jednak model gry statystycznej, w której wprawdzie w zagadnieniach praktycznych, takich jak inżynierskie, optymalna decyzja następuje już przy niezbyt wysokich prawdopodobieństwach posteriorycznych (wynika to z warunków gry), natomiast w zagadnieniach wiedzy (wysoka kara za rozbieżność z prawdą), optymalna decyzja (akceptacja) następuje tylko przy wysokim prawdopodobieństwie posteriorycznym – przy niższych zawiesza się decyzję. Warto tu zauważyć, że I. Levi w ⟨13⟩ widzi różnicę między badaniem teoretycznym a praktycznym (rozdz. I. 7, s. 19), dalej jednak zapomina o niej i zajmuje się teorią użyteczności, bez wchodzenia w meritum problemu.

Powyższym wywodom można postawić zarzut opierania się na statystykach dostatecznych, a przecież często w praktyce nie dysponujemy takimi statystykami. W odpowiedzi trzeba zauważyć, że:

1. Dość często dysponujemy statystykami dostatecznymi, gdyż centralne twierdzenie graniczne rachunku prawdopodobieństwa pokazuje, że wszelkiego rodzaju średnie arytmetyczne jako statystyki są statystykami dostatecznymi bądź mają zbliżony charakter, przynajmniej w granicy;
2. Wspomniane twierdzenie Kołmogorowa pokazuje zbieżność (w sensie odległości w przestrzeni abstrakcyjnej) do d o w o l n e g o rozkładu populacji, rozkładu (dystrybuanty schodkowej) próby z niej, a to wyjaśnia fakt, iż dla dowolnego parametru dowolnej populacji istnieje zbieżność stochastyczna odpowiednika tego parametru z próby do parametru macierzystego.

Po tym szkicu „semplizmu” możemy przejść do wyjaśnienia na gruncie tej koncepcji pewnych zagadnień logiki indukcji wracających jak bumerang u wielu autorów. Przede wszystkim wróćmy do prawdopodobieństwa epistemologicznego Kyburga, który np. w ⟨11⟩ posługuje się przy jego omawianiu nieśmiertelnym w literaturze przykładem tezy (sądu o rzeczywistości): „Wszystkie kruki są czarne”. Otóż wbrew subiektywistom tezę tę można poprzeć badaniami próbkowymi przez obserwację populacji kruków (np. w lasach Europy). Dodajmy jeszcze dla jasności, że istnieją testy statystyczne pozwalające upewnić się, czy otrzymana próbka jest losowa; ponadto obserwacje powinny być odpowiednio rozmieszczone przestrzennie zgodnie z teorią pobierania próbek. Jeśli procent (oczywiście ułamkowy!) czarnych kruków w populacji uznamy za parametr tej populacji (pomijając możliwość hodowli białych kruków w jakimś zoo, o czym dowcipnie wspomina Kyburg), możemy na podstawie odpowiednio licznej próbki (obserwacji) uzyskać odpowiednio wysokie prawdopodobieństwo posterioryczne dla wartości parametru 100%-ε, a to równa się przyjęciu dla potrzeb praktycznych tezy

„Wszystkie kruki są czarne” z tymże prawdopodobieństwem. Poziom tego prawdopodobieństwa zależy od potrzeb praktycznych i bywa nazywany praktyczną pewnością. Jeśli np. dla celów polowania na kruki nie przeszkadza nam, że z prawdopodobieństwem 10^{-4} zdarzają się kruki nieczarne, możemy uznać zdanie „Wszystkie kruki są czarne” za prawdziwe z praktyczną pewnością. H. Steinhaus[8] zauważył, że nawet w tak ważnej sprawie jak ryzyko ludzkiego życia działa się tylko z określonym (wysokim) prawdopodobieństwem i to wystarcza; np. wiadomo, że spadochrony nie otwierają się losowo, powiedzmy, co stutysięczny raz, a mimo to ludzie masowo skaczą ze spadochronami.

W badaniach teoretycznych, gdzie dążymy do uzyskania obiektywnej prawdy, też często musi nam wystarczyć wysoki poziom prawdopodobieństwa do uznawania pewnej tezy za prawdziwą. Jednakże jest to prawda „etapowa” – jeśli w takim przypadku wykryjemy nieczarnego kruka, nasza teza upada. Dodajmy tu, że takie prawdopodobieństwo przypisane do tautologii niektórzy autorzy nazywają prawdopodobieństwem logicznym, choć R. Carnap, a za nim tzw. szkoła fińska z Jaakko Hintikką jako najbardziej znanym przedstawicielem, rezerwują tę nazwę dla specyficznie określonego prawdopodobieństwa, które ma, jak sądzę, znaczenie czysto teoretyczne, wobec czego nie będziemy się tu nim zajmować; omawiane tu, jest to prawdopodobieństwo empiryczne i obiektywne (np. posterioryczne), które wyraża prawdziwy stopień możliwego błędu w określeniu rzeczywistości, o ile tylko przyjęty model statystyczny jest zgodny z rzeczywistością. Wobec tego proponuję takie tezy lub stwierdzenia (nie – twierdzenia, gdyż to słowo należy zarezerwować dla nauk dedukcyjnych) podparte prawdopodobieństwem obiektywnym nazywać obiektywnymi tezami indukcyjnymi, w przeciwieństwie do subiektywnych tez indukcyjnych, czyli podpartych (choćby tylko częściowo) prawdopodobieństwem subiektywnym, tzn. wynikającym z subiektywnej oceny.

Oczywiście takie tezy są zwykle tylko punktami wyjścia do dalszych rozumowań, które muszą być zgodne z logiką formalną. Do tego celu potrzebny jest wszakże postulat Hempla (patrz np. ⟨19⟩, s. 140), który mówi, że wszystkie tezy, otrzymane z pewnej tezy z przypisanym do niej prawdopodobieństwem za pomocą logicznego rozumowania, mają przypisane to samo prawdopodobieństwo. Jednakże gdy ko-

[8] Hugo Steinhaus założył po II wojnie światowej pierwszy w Polsce ośrodek zastosowań matematyki (przy PAN, Oddział Wrocław). W czasie tej wojny ocenił, tylko na podstawie danych z prasy niemieckiej, straty osobowe Wehrmachtu (za pomocą rozkładu Poissona), stwierdzając nieuchronność klęski Niemiec.

rzystamy z tezy pod kwantyfikatorem ogólnym (jak o krukach), musi obowiązywać też zasada, iż każdy fakt obalający tę tezę obala całe nasze rozumowanie[9].

W kolejności musimy omówić hipotezy złożone, do których należą obie hipotezy przytoczone poprzednio (o galaktykach i fokach). Hipotezy takie opierają się na weryfikacji statystycznej (w szerszym sensie) ustalonych wartości (przedziałów) pewnego zbioru parametrów Natury, co sprowadza się do koniunkcji indukcyjnych tez o tych parametrach. Temu zestawowi (koniunkcji) można także przypisać w y s o k i e o b i e k t y w n e p r a w d o p o d o b i e ń s t w o, jeśli można pobrać odpowiednio liczne próbki dotyczące każdego z tych parametrów. Mamy tu dwie możliwości:

1. Gdy odpowiednie statystyki podpierające (potwierdzające) poszczególne tezy indukcyjne są niezależne stochastycznie, prawdopodobieństwo koniunkcji tych tez jest iloczynem prawdopodobieństw przypisanych do poszczególnych tez;

2. Znamy kompleksowy model stochastyczny zjawiska, a wówczas prawdopodobieństwo przypisane do koniunkcji tez indukcyjnych może być nawet większe niż iloczyn prawdopodobieństw przypisanych do poszczególnych tez.

W naukach technicznych, a więc pragmatycznych, mamy odpowiedniki takich hipotez złożonych. Przykładem modelu typu 2 jest metoda wyboru (⟨16⟩÷⟨18⟩), bowiem każda taka decyzja wyboru opiera się na koniunkcji tez indukcyjnych, podpartych wysokim prawdopodobieństwem posteriorycznym, czyli konkretnie na koniunkcji układu nierówności: $\delta_o<\delta_1$, $\delta_o<\delta_2$,..., $\delta_o<\delta_k$, gdzie δ-ty oznaczają odległości rozważanych k+1 obiektów od pewnego obiektu idealnego (sposób postępowania wywodzący się z tzw. taksonomii wrocławskiej). Trzeba dodać, że decyzja opiera się tu na akceptacji powyższego układu nierówności z prawdopodobieństwem wyższym niż iloczyn przypisanych poszczególnym nierównościom.

W tym miejscu trzeba omówić, przynajmniej skrótowo, powtarzające się w literaturze przedmiotu tzw. paradoksy. Podobnie jak paradoksy starożytnych sofistów, które Sokrates zwalczał, jak wiadomo, przez precyzowanie pojęć, tak i tu po sprecyzowaniu pojęć paradoksy te można stosunkowo łatwo wyjaśnić. Pierwszym niejasnym pojęciem przewijającym się w literaturze jest „potwierdzanie", które zdaniem C. Hempla (por. ⟨19⟩, s. 183) „ma charakter formalnologiczny". Przekonanie takie opiera się na fałszywej intuicji, że zdania

---

[9] Carl Hempel nie sformułował dokładnie w ten sposób tego postulatu, zbyt był bowiem subiektywistą (podstawą jest w jego wersji pojęcie „uznania"). Bliższa podanej tutaj jest jego modyfikacja dokonana przez Kyburga ⟨10⟩. Sądzę jednak, iż warto dać mu nazwę związaną z jego inicjatorem.

typu „Jest krukiem i jest czarny” (patrz też tamże, s. 182 – „paradoks kruków”) „potwierdzają” tezę „Każdy kruk jest czarny”. Otóż nawet 1000 takich zdań nie potwierdza l o g i c z n i e tej tezy, natomiast 1000 elementów próbkowych zebranych zgodnie z zasadami teorii pobierania próbek ma wielką „siłę” informacyjną (w sensie statystyki matematycznej), a więc i „wielką siłę potwierdzającą”.

Pewnego rodzaju ślepą uliczką, w którą weszło wielu autorów logiki indukcji, jest rachunek prawdopodobieństwa zdań. Nieco dalej poświęcimy więcej miejsca szczególnie rozbudowanej gałęzi tego kierunku – zastosowaniu twierdzenia Bayesa. Tu stwierdzimy tylko, że zdania rozumiane jako odpowiedniki zdarzeń losowych nie są adekwatne do statystyki matematycznej. Jeśli zdanie jest ekwiwalentem elementu próbkowego albo statystyki, możemy od razu z niego zrezygnować i przejść do aparatu analitycznego (bez użycia rachunku zdań). W innych przypadkach zdanie, jako element rozumowania probabilistycznego, ma małą wartość poznawczą, gdyż dotyczy zdarzenia jednostkowego.

Na hipotezach złożonych kończy się akceptacja oparta na statystyce matematycznej, a więc na o b i e k t y w n e j t e o r i i p r a w d o p o d o b i e ń s t w a. W dalszej działalności twórczej badacza musi wystąpić konstruowanie modeli i teorii (na podstawie hipotez prostych i złożonych), przy czym jeśli nie jest możliwe ich obalenie za pomocą doświadczenia, pozostaje zadanie dokonywania wśród nich selekcji z użyciem metod subiektywnych, jak subiektywne teorie prawdopodobieństwa (np. ⟨13⟩ i ⟨14⟩). Oczywiście do metod subiektywnych należy odnosić się z rezerwą, jednakże autor wysunął pomysł (np. w ⟨17⟩) postępowania pośredniego; o ocenę wartości pewnego parametru prosimy ekspertów, którzy mają o r z e k a ć n i e z a l e ż n i e o d s i e b i e, a wówczas możemy ich traktować jak maszyny do oceniania, z których każda działa z błędem losowym. W konsekwencji taki zbiór ocen ekspertów można traktować, z pewnymi zastrzeżeniami, jako realizację próby losowej i tworzyć na jej podstawie statystyki, tak jak to zostało omówione poprzednio. Wspomniane zastrzeżenia dotyczą przede wszystkim wspólnego wpływu, jaki wywierają na wszystkich ekspertów powszechnie akceptowane poglądy naukowe. Dziedziną, w której tego typu szacunki są potrzebne i w której owe wpływy poglądów są szczególnie widoczne, jest kosmologia (por. np. ⟨32⟩). Tego typu indukcję nazwałem i n t e r s u b i e k t y w n ą, gdyż mimo wykorzystania ocen subiektywnych jest w pewnym stopniu z o b i e k t y w i z o w a n a.

Rozważmy teraz te zagadnienia logiki indukcji, w których można wątpić w stosowalność metod statystyki matematycznej. Zajmijmy się przede wszystkim zagadnieniem aktualnym niemal od początków badań nad rachunkiem prawdopodobieństwa, a więc od B. Pascala: wynikami rzucania monetą. Zauważmy od razu, że badacze zajmowali się zwykle zbieżnością częstości występowania w n rzutach np. k orłów, a więc zbieżnością $k/n \rightarrow ½$, dla $n \rightarrow \infty$, gdy tymczasem *a priori* nie należy się spodziewać zbieżności ściśle do wartości ½, gdyż realne (materialne) monety nie są doskonale symetryczne. Tu ujawnia się błąd rozumowania „częstościowców", gdyż jeśli nie znamy wartości parametru p, jak możemy z jego pomocą formułować prawo zbieżności doń ilorazu k/n?

Zupełnie inaczej przedstawia się zagadnienie, gdy wprowadzimy pojęcie p o p u l a c j i p o t e n c j a l n e j, tzn. populacji wszelkich możliwych rzutów daną monetą. Wówczas możemy uznać obiektywne istnienie parametru p, którego nie znamy, ale który możemy oceniać na podstawie próbek losowych pobieranych z tej populacji. Oczywiście niektóre użyte tu pojęcia wymagają omówienia. Przede wszystkim jak należy rozumieć populacje potencjalne? Rzecz jasna podrzucanie monety nieograniczoną ilość razy jest tylko doświadczeniem myślowym, jednak w Naturze realizują się podobne zjawiska, jak np. ruch niezmiernej ilości elektronów w mikroskopie elektronowym wytwarza populację, której obraz otrzymujemy na ekranie. Jej równoważnikiem mógłby być ruch jednego elektronu, odbywającego rozważaną drogę przez tubus mikroskopu niezmierną ilość razy (zakładamy równość wszystkich elektronów). Tak też można sobie wyobrazić niezmierną ilość monet tak wykonanych, że byłyby praktycznie równe; ich jednorazowe podrzucenie byłoby równoważne naszej populacji potencjalnej (uwaga S. Mazierskiego po moim referacie na KUL w dniu 27 listopada 1992 r.).

W takiej populacji rzutów kolejność nie odgrywa roli, wobec czego można uznać n pierwszych rzutów za próbę losową pobieraną z populacji dwupunktowej i zastosować do niej znane procedury statystyczne (np. traktować k/n jako optymalny estymator p). Przykładem populacji potencjalnej występującej w Naturze może być, jak sądzę, rozważany w mechanice kwantowej rozkład elektronu w atomie (funkcja falowa Schroedingera). Zauważmy, że elektron (np. w atomie wodoru) nie „rozpada się na drobne kawałki" otaczające jądro, o czym świadczy zachowanie spinu, ale jego ruch jest przypuszczalnie tak szybki (np. względem ruchów Browna), że tworzy populację mającą własności osłony (warstwy zewnętrznej) atomu. Jest on jakby wszędzie.

W związku z tym trzeba powiedzieć dwa zdania o populacjach rozciągniętych w czasie, czyli o teorii p r o c e s ó w s t o c h a s t y c z n y c h i o związanej z tym p r o g n o z i e. Rzuty monetą następują w czasie, ale jest to jedna populacja, gdyż zakładamy, że moneta pozostaje niezmienna. Często jednak populacje zmieniają się w czasie, a w tych przypadkach konieczne jest pewne uogólnienie statystyki, mające swoją teorię próbek i statystyk, zwaną ogólnie teorią prognozowania, czyli przewidywania przyszłości. Wymaga to, jak sądzę, również pewnego uogólnienia logiki indukcji. Dla przykładu H. Kyburg w ⟨11⟩, rozdz. 7 i dalszych (patrz też ⟨19⟩, s. 101), szeroko rozwodzi się o paradoksie „niebzielonych papug” (*grue* = *green* + *blue* – ang.), który łatwo wyjaśnić na gruncie teorii procesów stochastycznych.

Ostatnim zagadnieniem, które tu poruszę, jest zastosowanie twierdzenia Bayesa do rachunku zdań. Próby czyniono tu od Boole'a, który wykazał równoważność rachunku zbiorów i rachunku zdań (ciało Boole'a), przy czym wspomnę R. Carnapa, K. Poppera, K. Ajdukiewicza i J. Hosiasson-Lindenbaum. W ⟨19⟩ wzory dotyczące tego kierunku stanowią znaczny procent wszystkich wzorów. Autorzy w tej dziedzinie jakby zapomnieli o wspomnianej małej wadze zdarzeń jednostkowych, a ponadto o kłopotliwej problematyce rozkładu *a priori*[10]. Przyjęcie postulatu Bayesa daje tu trywialny wynik: prawdopodobieństwa *a posteriori* są tylko unormowanymi prawdopodobieństwami warunkowymi, których mogą dostarczyć chyba eksperci. Dla wyjaśnienia rozważmy przykład (Jerzego Kosińskiego):

Znaleziono trupa w wannie. Chcemy obliczyć prawdopodobieństwo tego, kto zamordował. Prawdopodobieństwami warunkowymi mogą być oceny ekspertów (nawet średnie) dotyczące „skłonności do zabójstwa” (a więc: sąsiada, żony, innej osoby, samobójczych). Przyjęcie postulatu Bayesa daje efekt jak wyżej.

Kończąc ten szkic o b i e k t y w n e j   l o g i k i   i n d u k c j i pragnę zaznaczyć, że cenię także dorobek „subiektywistów”, w tym dzieł takich jak ⟨13⟩ i ⟨14⟩. Jednakże podkreślam, iż metodologia subiektywna jest w palecie metod tylko *asilum ignorantiae* – gdy już nie dysponujemy metodami obiektywnymi, stosujemy subiektywne. Jest wszakże jeszcze inny walor metod subiektywnych: walor dydaktyczny. Na przykład personalizm (por. ⟨19⟩ od s. 110), podobnie jak logika formalna, jest dla jednostki ludzkiej systemem normatywnym – narzuca jednostce pewną samodyscyplinę umysłową, a przez to rozwija ją duchowo i usprawnia w działaniu. Wracając zaś do metod obiektywnych, zauważmy, że są pewne fakty nie budzące wątpliwości, jak np.

---

[10] T. Bayes, formułując swe twierdzenie, orientował się w jego dużym znaczeniu wynikającym stąd, że pozwala zrewidować rozkład prawdopodobieństwa na podstawie poznanych faktów. Jednakże już on sam zauważył, iż w praktyce problem tkwi w nieznajomości rozkładu zestawu konkurencyjnych zdarzeń (hipotez). W związku z tym wypowiedział tzw. postulat Bayesa, który głosi, że w przypadku gdy nie znamy rozkładu *a priori*, należy przyjąć rozkład równomierny (tzn. równych prawdopodobieństw), i ten postulat budził od początku gorące spory i polemiki. Zauważmy, że jest on zgodny z zasadą bezstronności w przypadku niewiedzy.

system Kopernika po eksploracji Kosmosu, natomiast wszelkie metody losowe, a więc i matematyczno-statystyczne, zawsze pozostawiają wątpliwości, bowiem w rzeczywistości mogą się zdarzyć nawet przypadki mające *a priori* prawdopodobieństwo zero. Nawet przeto dysponując zestawem tez z wysokim łącznym prawdopodobieństwem, nie możemy powiedzieć z mocą: *Scimus!*

BIBLIOGRAFIA

1. A g a s s i J., Positive Evidence in Science and Technology „Philosophy of Science”, 37(1970), N° 2.
2. B a r r a J. R., Matematyczne podstawy statystyki, Warszawa: PWN 1982.
3. B l a c k w e l l D., G i r s h i c k M. A., Theory of Games and Statistical Decisions, New York: John Wiley 1954.
4. B o x G., T i a o G. C., Bayesian Inference in Statistical Analysis, Reading, Mass. – Menlo Park, Cal. – London – Don Mills, Ont.: Addison-Wesley Publishing Company 1973.
5. B r i l l o u i n L., Science and Information Theory, Academic Press Inc. (USA) 1963.
6. F i s z M., Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna, Warszawa: PWN 1958.
7. G r z e g o r c z y k A., Zarys logiki matematycznej, Warszawa: PWN 1975, BM 20.
8. H a j d u k Z., O akceptacji teorii empirycznej, Lublin: RW KUL 1984.
9. H u m e D., Traktat o naturze ludzkiej, Warszawa: PWN 1977 (I wyd. XVIII w.).
10. K y b u r g H. E., Probability and the Logic of Rational Belief, Middletown: Weleyan University Press 1961.
11. K y b u r g H. E., Probability and Inductive Logic, London: McMillan 1970.
12. K y b u r g H. E., Local and Global Induction, w: Local Induction, red. Bogdan, Dordrecht 1976.
13. L e v i I., Gambling with the Truth, Borzoi Books in the Philosophy of Science, Columbia University Press 1967.
14. L e v i I., The Enterprice of Knowledge, Cambridge: The MIT Press 1980.
15. L u c e R. D., R a i f f a H., Games and Decisions, New York: John Wiley and Sons 1957.
16. M i k i e w i c z J., Statistical Selection Method of the Best Obiects, w: 1974 European Meeting of Statisticians. Transactions of the Conference, Vol. A Prague: ČAV UTIA 1977, s. 369-377.
17. M i k i e w i c z J., Podstawy statystycznej metody decyzyjnej wyboru najlepszych obiektów, „Prace Naukoznawcze i Prognostyczne”, 1987, nr 1-2 (54-55) s. 117-129.
18. M i k i e w i c z J., Zastosowanie statystycznej metody wyboru najlepszych obiektów w chemii, Wrocław 1990, Prace Naukowe Ośrodka Badań Prognostycznych Politechniki Wrocławskiej, nr 24, Studia i Materiały, nr 6, s. 169-182.
19. M o r t i m e r H., Logika indukcji. Wybrane problemy, Warszawa: PWN 1982.
20. M o s t o w s k i A., Logika matematyczna, Warszawa–Wrocław: PWN 1948, Monografie matematyczne, t. XVIII.
21. N a u t a D., Jr., The Meaning of Information, Mouton 1972.

22. N e y m a n J., P e a r s o n E. S., On the problem of the most efficient tests of statistical hypotheses, w: Philosophical Transactions of Royal Society, London, ser. A, 231 1933, s. 289.
23. P o p p e r K., Logika odkrycia naukowego, Warszawa: PWN 1977.
24. R é n y i A., Probability Theory, Budapest: Akadémiai Kiadó 1970.
25. S a v a g e L. J., Foundations of Statistics, New York: John Wiley 1954.
26. S a v a g e L. J., The Foundations of Statistics Reconsidered, w: Proceedings of the IV Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability 1960, wyd. University of Berkeley (Cal.) 1961.
27. S a v a g e L. J., Foundations of Statistical Inference, w: Joint Statistical Seminar, University of London (England) 1962.
28. S z a n i a w s k i K., Two Concepts of Information, „Theory and Decision" 5(1974).
29. S z a n i a w s k i K., Types of Information, w: Formal Methods in the Methodology of Empirical Sciences, Transactions of the Conference, Wrocław 1976, s. 297-308.
30. W a l d A., Statistical Decision Functions, New York: John Wiley 1950.
31. W ó j c i c k i R., Metodologia formalna nauk empirycznych, Warszawa: PAN 1974.
32. Z a b i e r o w s k i M., O pewnym programie badawczym w kosmologii i kosmogonii, w: Z zagadnień filozofii przyrodoznawstwa, Warszawa: Akademia Teologii Katolickiej 1985.

INDUCTIVE LOGIC VS MATHEMATICAL STATISTICS

S u m m a r y

The early concepts of the inductive logic have origin by ancient and medieval thinkers, but the true development we observe just in the second half of XIX century when the probability theory was applied there. In the XX century a real explosion of papers in this area is observed, but generally this literature is based on the subjective probabilities concepts. It is observed also an unpleasant gap between this direction and the excellent development of mathematical statistics which is very efficient technically, but the philosophical foundations of this apparatus were loitering downwards. It seems to be an misunderstanding that some controversies between statisticians caused a small statistical experience by the authors of inductive logic and vice versa – the methodology of mathematical statistics was not supported by the philosophical thought.

In this paper a thesis is developed, that mathematical statistics shall be the basis of o b j e c t i v e inductive logic, and that some paradoxes known in this area may be explained easily on this basis (when correctly understood), also with the problem of von Mises' "frequency model".