ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom XLI, zeszyt 1 – 1993

ANDRZEJ KMIECIK
Bydgoszcz

O NIEKTÓRYCH PRÓBACH ZASTOSOWANIA SYSTEMU LOGIKI MODALNEJ *S5*

Pierwsze próby zastosowania logik modalnych pojawiły się w latach sześćdziesiątych i były przeprowadzane równolegle do badań nad semantykami dla tych logik. W przypadku systemu *S5* próbowano go zastosować w logice (np. T. Kubińskiego system logiki zmiany, systemy logiki czasu, systemy epistemiczne N. Reschera), w matematyce (arytmetyka, rozmaitości topologiczne i różniczkowe) oraz w filozofii (np. w etyce). W naszym artykule ograniczymy się do rozważenia wykorzystania systemu *S5* w formalizacji Anzelma „dowodu" ontologicznego na istnienie Boga. Tam bowiem, ze względu na dużą liczbę podjętych prób, sensowność stosowania formalizmu można łatwo prześledzić[1].

Przez stosowanie logiki do filozofii będziemy rozumieć analizę poprawności wywodów filozoficznych[2]. Należy tu odróżnić analizę języka filozofii od dziedziny przedmiotów, którą opisuje język danego systemu filozoficznego[3].

---

[1] Przykładowo wymienimy nazwiska takie jak: N. Malcolm, Ch. Bartshorne, R. Kane, N. Goodman.

[2] J. M. B o c h e ń s k i. *Co logika dała filozofii?* „Studia Filozoficzne" 1988 nr 6-7(271-272) s. 7-13; S. K i c z u k. *Logika czy logiki?* Tamże s. 52; L. B o r k o w s k i. *O terminach modalnych*. „Studia Logica" 7:1958 s. 19 §4. Borkowski podaje pojęcie stosowania logiki, które nadaje się do użycia w przypadku stosowania logiki w dziedzinie pozafilozoficznej.

[3] Wydają się to sugerować: E. Ż a r n e c k a - B i a ł y. *Funktory modalne*. „Reports on Mathematical Logic" 1:1973 s. 69-74; G. E. H u g h e s, M. J. C r e s s w e l l. *An Introduction to Modal Logic*. London 1974 s. 23-25. Należy też zwrócić uwagę na koncepcję związku logiki i faktów u B. Russella i jej krytykę. Zob. S. K a m i ń s k i. *O logice jako narzędziu filozoficznym u B. Russella*. „Roczniki Filozoficzne" 20:1972 z. 1 s. 12-23, zwłaszcza s. 21.

Teraz podamy krótką charakterystykę systemu *S5* od strony syntaktycznej i semantycznej. Podana przez C. I. Lewisa[4] aksjomatyzacja ma zbiór aksjomatów, które są podobne do pewnych tez klasycznego rachunku zdań (w skrócie: KRZ), lecz ze znakiem ścisłej implikacji w miejscu znaku implikacji materialnej; terminami pierwotnymi są: negacja (~), koniunkcja ($\wedge$), możliwość (*M*); funktory konieczności (*L*) i ścisłej implikacji (–) wprowadza się definicyjnie, odpowiednio:

$Lp = \sim M \sim p$, $p - q = \sim M(p \wedge \sim q)$

gdzie *p* i *q* są zmiennymi zdaniowymi. Zbiór aksjomatów jest następujący:

A1. $(p \wedge q) - (q \wedge p)$
A2. $(p \wedge q) - p$
A3. $((p \wedge q) \wedge r) - (p \wedge (q \wedge r)$
A4. $p - (p \wedge q)$
A5. $((p - q) \wedge (q - r)) - (p - r)$
A6. $Mp - LMp$

gdzie *p*, *q*, *r* są zmiennymi zdaniowymi, oraz reguły:

R1. podstawiania za zmienne zdaniowe
R2. odrywania dla implikacji ścisłej
R3. dołączania koniunkcji
R4. zastępowania dla ścisłej równoważności

Obecnie standardowym ujęciem systemu *S5* jest to, które podał K. Gödel[5]. Jest ono nabudowane na KRZ; terminami pierwotnymi są: negacja (~), implikacja materialna ($\supset$), konieczność (*L*). Pozostałe funktory są definiowane w zwykły sposób. Mamy tu następujące aksjomaty:

A1. *t*, jeśli *t* jest podstawieniową realizacją tautologii KRZ
A2. $LA \supset A$
A3. $L(A \supset B) \supset (LA \supset LB)$

---

[4] C. I. Lewis, C. H. Langford. *Symbolic Logic*. New York 1952 s. 501, 493; L. Borkowski. *Logika formalna*. Warszawa 1977 s. 259-260; J. J. Zeman. *Modal Logic*. Oxford 1978 s. 281-283.

[5] E. J. Lemmon. *New Foundations for Lewis Modal Systems*. „The Journal of Symbolic Logic" 22:1957 s. 179; Borkowski. *Logika formalna* s. 262. Należy zwrócić uwagę na to, że wybór wzajemnie definiowalnych zbiorów terminów pierwotnych nie jest neutralny; wpływa bowiem na ogólną strukturę kraty wszystkich logik modalnych. Zob. H. Hiż. *A Warning about Translating Axioms*. „American Mathematical Monthly" 65:1958 s. 613-614; J. Porte. *Schémas pour le calcul des propositions fondé sur la conjonction et la negation*. „The Journal of Symbolic Logic" 23:1958 s. 422, 430; D. Makinson. *A Warning about the Choice of Primitive Operators in Modal Logic*. „The Journal of Philosophical Logic" 2:1973 s. 193-196. Charakterystykę różnych ujęć systemu *S5* zob. J. Porte. *Axiomatization and Independence in S4 and in S5*. „Reports on Mathematical Logic" 16:1982, s. 23-35, zwł. s. 27 – twierdzenie 2, s. 31 – twierdzenie 4, s. 33-34.

A4. MA ⊃ LMA

oraz reguły:

R1. odrywania

⊢ A ⊃ B

⊢ A

⊢ B

R2. koniecznościowania o schemacie

⊢ A

⊢ LA

gdzie *A*, *B* są formułami.

System *S5* jest niesprzeczny ze względu na znak negacji i nie jest zupełny mocno[6].

Przyjrzyjmy się charakterowi tez systemu *S5*. Otóż w systemie mocnym co najmniej tak jak *SO.5* i mocnym co najwyżej tak jak S5 zbiór tez nie zawierających złożonych modalności jest zbiorem ogólnie ważnych (*valid*) formuł systemu *BSM* (*Basic System Modal*) J. Pollocka[7]. Zbiór tez nie zawierających złożonych modalności to zbiór formuł pierwszego rzędu[8], będących tezami. A ponieważ filozofowie stosują zasadniczo tylko tezy nie zawierające złożonych modalności[9], a takimi są tezy będące formułami pierwszego rzędu, to zbiór tez systemu *S5* mających praktyczne zastosowanie nie jest zbiorem

---

[6] G. E. H u g h e s, M. J. C r e s s w e l l. *An Introduction to Modal Logic*. London 1974 s. 59, 121.

[7] J. L. P o l l o c k. *Basic Modal Logic*. „The Journal of Symbolic Logic" 22:1967 s. 335; J. P o r t e. *A Research in Modal Logic*. „Logique et Analyse" 89:1980 s. 26 – twierdzenie 10.1.

[8] J. P o r t e. *Congruences in Lemmon's SO.5*. „Notre Dame Journal of Formal Logic" 21:1980 s. 675 – uwaga 1. Przez formułę pierwszego rzędu rozumiemy formułę, która zawiera jeden lub kilka funktorów modalnych, lecz żaden z nich nie leży wewnątrz zakresu drugiego. W przeciwnym przypadku mamy formułę wyższego rzędu niż 1. Przykłady formuł a) pierwszego rzędu: L(p ⊃ q) ⊃ (Lp ⊃ Lq), b) drugiego rzędu: LLp, MLp ⊃ Mq, M(p ⊃ Lq). Zob. H u g h e s, C r e s s w e l l, jw. s. 50-51. Autorzy piszący w języku angielskim posługują się też następującymi terminami: *iterated modalities* – dla oznaczenia ciągu funktorów, np. kształtu LLLp, oraz b) *nested modalities* – dla oznaczenia ciągu funktorów, np. MLMp. Zob. A. N. P r i o r. *Modal Logic*. W: P. E d w a r d s (ed.). *The Encyclopedia of Philosophy*. Vol. 5. New York–London 1967 s. 7 kol. 2.

[9] Na przykład G. von Wright uważa, że wyrażenia modalne *possibly possible* i *possibly impossible* rzadko mają użycie w zwykłym języku lub naukowych rozważaniach. Zob. G. von W r i g h t. *Interpretation of Modal Logic*. „Mind" 54:1952 s. 153-157. Można jednak się temu przeciwstawić, gdyż np. formułę MLp ⊃ LLP można odczytać następująco: to, co konieczne, nie jest przypadkowe. Zob. J. P e r z a n o w s k i. *Logiki modalne a filozofia*. W: t e n ż e (red.). *Jak filozofować? Studia z metodologii filozofii*. Warszawa 1989 s. 328.

wyróżniającym ten system spośród innych systemów. Ale z kolei twierdzenie o redukcji[10] dla *S5* mówi, że każda formuła rzędu wyższego niż 1 jest redukowalna do formuły rzędu pierwszego. Wobec tego należy wyciągnąć wniosek, że Pollock przez formułę pierwszego rzędu rozumie taką formułę, która nie zawiera złożonych modalności i jest zbudowana z tych spójników KRZ, które w danym systemie są przyjęte jako pierwotne – w tym przypadku: $\sim$, $\supset$. Inaczej bowiem doszlibyśmy do wniosku, że są tezy systemu *S5* pierwszego rzędu mogące mieć zastosowanie w filozofii i nie należące do systemu *BSM* – co byłoby niezgodne z odpowiednimi twierdzeniami. Możemy postawić hipotezę, że systemy *BSM* i *SO.1* są tymi samymi systemami (choć budowanymi różnymi metodami). System *SO.1* zawiera bowiem tylko formuły pierwszego rzędu i jest nadbudowany na klasycznym rachunku zdań[11].

Powszechnie znaną semantyką systemu *S5* jest semantyka Kripkego. Jest to konstrukcja formalna, bowiem struktury modelowe są teoriomnogościowymi konstrukcjami i jako takie nie mają nic wspólnego z modalnymi pojęciami. Struktura modelowa nie daje znaczenia dla funktora modalnego *L* ani też nie określa warunków, ze względu na które zdanie jest koniecznie prawdziwe. Semantyka Kripkego jest tylko aksjomatyzacją predykatu: „być ogólnie ważną formułą modalną”[12]. Aby uzyskać znaczenie dla funktora *L* i dla wyrażeń modalnych, należy zwrócić się do semantyki stosowanej. Od semantyki formalnej różni się tylko tym, że ta druga – semantyka stosowana – nakłada więcej warunków na pojęcia modalne[13]. Jest tak, gdy semantykę Kripkego zinterpretuje się ontologicznie; taką stosowaną semantykę wykorzystuje się na przykład do określenia „istoty metafizycznej” przedmiotu, również w analizach argumentu ontologicznego na istnienie Boga. Posługuje się ona pojęciem „świata możliwego”. Od rozumienia świata możliwego zależy rozumienie modalności[14]. Jednak pojęcie światów możliwych jest niejasne[15] i nie pozwala również oddać wszystkich intuicji związanych z modalnością[16].

---

[10] H u g h e s, C r e s s w e l l, jw. s. 51.

[11] B. E l l i s, B. D a v i d s o n. *Logic and Strict Coherence*. „Reports on Mathematical Logic” 6:1976 s. 37 oraz przyp. 8 na tej samej stronie.

[12] A. P l a n t i n g a. *The Nature of Necessity*. Oxford 1974 s. 126-127.

[13] Tamże s. 127-128.

[14] U. Ż e g l e ń. *O różnych typach modalności*. „Roczniki Filozoficzne” 31:1983 z. 1 s. 80, 84; t a ż. *Ontologiczna doniosłość logiki modalnej*. Tamże 32:1984 z. 1 s. 74; M. P r z e ł ę c k i. *O świecie rzeczywistym i światach możliwych*. „Studia Filozoficzne” 1974 nr 7 s. 51; W. L y c a n. *The Troubles with Possible Worlds*. W: M. J. L o u x (ed.). *The Actual and the Possible*. London 1979 s. 304-307.

[15] R. C. S t a l n a k e r. *Possible Worlds*. W: L o u x, jw. s. 230.

[16] M. J. L o u x. *Introduction: modality and metaphysics*. W: t e n ż e. *The Actual and the Possible* s. 39-40; R. M. M a r t i n. *Does Modal Logic Rest upon a Mistake?*

Do najsłabszych systemów logiki modalnej filozofowie i logicy nie przykładają wagi. Lecz z punktu widzenia semantyki ogólnej zasługują one na uwagę. Słabsze logiki zachowują bowiem filozoficznie znaczące różnice, które giną w logikach mocniejszych[17].

W badaniach nad logikami modalnymi dominują problemy związane z interpretacją terminów modalnych i adekwatnością poszczególnych rachunków względem potocznych pojęć. Przedstawimy teraz interpretację funktorów modalnych dla systemu *S5*, ale na tle ich rozumienia w słabszych systemach. Będziemy rozważać systemy normalne w rozumieniu Lemmona[18].

Weźmy pod uwagę system *SO.5*. Jest on bowiem ważny ze względu na swoją interpretację, która wydaje się mieć pewien związek z interpretacją dla systemu *S5*. Lemmon funktor *L* interpretuje następująco: „jest tautologią, że..." Chodzi tu o tautologie uzyskane za pomocą matryc. Funktor *L* jest zatem czytany metalogicznie, a cały system *SO.5* jest rozumiany jako metalogika dla KRZ[19]. Lecz ta interpretacja ma pewne uchybienia. Okazuje się bowiem, że przy tej interpretacji formuła „$LLp \supset q$" może być przyjęta; czyta się ją następująco: jeśli jest tautologią, że coś jest tautologią, to stąd wynika wszystko; bowiem nie jest tautologią stwierdzenie, że coś jest tautologią. Poza tym taka interpretacja formuły „LA" jest wykonalna, jeśli zawiera tylko spójniki KRZ[20]. Zatem ta interpretacja nie tłumaczy sensu formuł z iterowanymi modalnościami.

Systemy *SO.5*, S2 – S5 mają u Lemmona swoje epistemiczne i deontyczne odpowiedniki. Epistemicznymi odpowiednikami są systemy *E1–E5*, a deontycznymi – systemy *D1–D5*[21]. W *E*-systemach funktor *L* jest rozumiany następująco: „jest naukowo, lecz nie jest logicznie konieczne, że..."[22] Wydaje się, że ta interpretacja jest zrelatywizowana do koncepcji nauki. Czy tę interpretację można stosować do formuł zawierających iterowane modalności?

„Philosophical Studies" 14:1963 s. 8-11.

[17] Lemmon uważa, że systemy *S1-S3*, *S6-S8* nie są interesujące ze względu na interpretację. Zob. t e n ż e. *Is There Only One Correct System of Modal Logic?* „Aristotelian Society Supplement" 33:1959 s. 31; R. E. J e n n i n g s, P. K. S c h o t c h. *Some Remarks on (Weakly) Weak Modal Logics*. „Notre Dame Journal of Formal Logic" 22:1981 s. 309-319.

[18] L e m m o n. *Is There* s. 30.

[19] Tamże s. 31-32.

[20] Z. D y w a n. *On Lemmon's Interpretations of the ConectiveNecessity*. „Logique et Analyse" 28:1983 s. 370, 375.

[21] L e m m o n. *New Foundations* s. 182-186.

[22] Tamże s. 182-183.

W *D*-systemach funktor *L* ma następującą interpretację: „obowiązkowo jest, że..." Charakterystyczną cechą tych systemów jest niewystępowanie jako aksjomatu formuły kształtu „LA ⊃ A"[23].

Wydaje się, że ze słabszych systemów Lewisa tylko system *S4* miał najwięcej interpretacji. J. C. C. McKinsey (1941) ustalił związek między tym systemem a topologią. Funktor konieczności interpretuje się tu jako operację wnętrza na topologicznej algebrze Boole'a[24]. Z kolei A. Tarski wspólnie z McKinseyem (1948) ustalił związek między rachunkiem intuicjonistycznym (w skrócie: INT) a systemem *S4*[25]. Mianowicie podali oni funkcję tłumaczącą formuły rachunku INT na formuły systemu *S4*.

Inną – związaną z matematyką – interpretację funktora *L* podał Lemmon (dla *S4*). Funktor *L* jest przez niego rozumiany następująco: „jest matematycznym prawem, że...", co można rozumieć na dwa sposoby: a) jako: „jest formalnie dowodliwe w matematyce, że..." oraz b) jako: „jest nieformalnie dowodliwe w matematyce, że..." Rozważmy a). Formalna dowodliwość jest pojęta jako zastosowanie Gödla techniki arytmetyzacji dowodu. Lecz tę interpretację Lemmon odrzuca, analizując formułę „L(Lp ⊃ p)", na jej podstawie bowiem wynikałoby, że niesprzeczność matematyki jest dowodliwa za pomocą arytmetyzacji na gruncie matematyki. Dlatego Lemmon uważa, że funktor *L* należy interpretować jako nieformalną dowodliwość[26]. Z kolei S. Halldén pokazuje, że systemem, który formalizuje czytanie funktora *L* jako: „logicznie prawdziwe twierdzenie", jest system *S4*[27]. Ta interpretacja wydaje się być pokrewna do Gödla interpretacji funktora *L* w *S4* jako: „jest dowodliwe, że..." Pokrewna, gdyż – według Halldéna – pojęcie logicznej prawdziwości musi spełniać pewne warunki; twierdzenie jest logicznie prawdziwe, jeśli użyte przesłanki w jego dowodzie są „logicznymi argumentami"[28]. Ale i ta interpretacja Halldéna musi ulec zmodyfikowaniu,

---

[23] Tamże s. 184-185.

[24] J. J. Z e m a n. *Modal Logic*. Oxford 1973 s. 173, 179-180.

[25] H. R a s i o w a. *On Modal Theories*. „Acta Philosophica Fennica" 16:1963 s. 201-204.

[26] L e m m o n. *Is There* s. 32-33. Może się zatem wydawać, że system *S4* stoi na skrzyżowaniu logiki i matematyki. Zob. J. K. K a b z i ń s k i. *Semantyka logik modalnych*. W: W. M a r c i s z e w s k i (red.). *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny*. Warszawa 1987 s. 328.

[27] S. H a l l d é n. *A Pragmatic Approach to Modal Theory*. „Acta Philosophica Fennica" 16:1963 s. 53-58.

[28] Halldén zaznacza, że nie precyzuje znaczenia terminu „logiczny argument". Zob. tamże s. 63.

jeśli odwołamy się do uwag wypowiedzianych na temat formuły „L(Lp ⊃ p)”[29].

Epistemiczne interpretacje funktora *L* w *S4* podali: H. G. von Wright, E. J. Lemmon (niezależnie od *E*-systemów), J. K. K. Hintikka. Von Wright podaje dwie możliwe interpretacje: „jest znane, że...” i „jest zweryfikowane, że...” A ponieważ nie wyjaśnia związku między nimi, Lemmon koncentruje się na anlizie wyrażenia „jest znane, że...” Von Wright bierze je w sensie absolutnym, tzn. nie odnosi się do osoby, która tę wiedzę posiada lub nie posiada. Lemmon odnosi to wyrażenie do pewnej nie wyszczególnionej osoby *X* i rozważa następującą alternatywę: „jest znane przez *X*, że...”; analizując w tej interpretacji aksjomaty, stwierdza, że tylko system *M* spełnia ją, natomiast *S4* i *S5* – nie[30]. Hintikka – mimo zastrzeżeń Lemmona – funktor *L* odczytuje następująco: „wiem, że...” Wtedy – według Hintikki – system *S4* jest logiką „wiedzy rzeczywistej”, a nie logiką „prawdziwych przekonań, opinii”; zwraca uwagę, że mamy tu do czynienia z wyidealizowanym podmiotem poznającym, niekoniecznie człowiekiem[31].

Wydaje się, że modalność epistemiczna rozważana przez Lemmona i Hintikkę jest modalnością epistemiczną „de dicto”[32].

Wyżej wymienionym interpretacjom można postawić pewien zarzut. Zilustrujemy go na przykładzie systemu *S4*. Dokonując interpretacji dla tego systemu, powinno się pokazać, że nie spełnia jej nie tylko aksjomat charakterystyczny dla systemu *S5* (na tym etapie zatrzymuje się np. Lemmon), ale należy również dowieść niezachodzenie danej interpretacji dla rozszerzeń systemu *S4* zawartych między *S4* a *S5*[33].

Jeśli chodzi o system *S5*, to powszechnie przyjmuje się, że wyraża on modalność logiczną. Ale okazuje się, że modalność logiczną różnie rozumiano, zależnie od koncepcji filozofii. W racjonalizmie jest ona określona przez odniesienie do zasady racji dostatecznej, a definiuje się ją w terminach wyprowadzalności i osiągalności. Na przykład, coś jest możliwe logicznie, jeśli nie istnieje racja, dla której coś nie mogłoby się wydarzyć. Empiryzm natomiast określa modalność logiczną w terminach pojęciowalności i repre-

---

[29] J. K. K. H i n t i k k a. *The Modes of Modality*. Tamże s. 77; M. J. C a r r o l l. *The Logical Modalities and the System S5*. „Logique et Analyse” 19:1976 s. 457-458.

[30] G. H. von W r i g h t. *An Essay on Modal Logic*. Amsterdam 1951 s. 29; L e m m o n. *New Foundations* s. 183; t e n ż e. *Is There* s. 29, 37-39.

[31] H i n t i k k a, jw. s. 77-78.

[32] Modalność epistemiczna „de dicto” dotyczy zdań, czyli jest funktorem zdaniotwórczym od argumentu zdaniowego i dotyczy sposobu, według którego zdanie jest znane lub nieznane jako prawdziwe. Zob. von W r i g h t. *An Essay* s. 29.

[33] D y w a n, jw. s. 369-370.

zentowalności. Wtedy to jest logicznie możliwe, co się da spójnie opowiedzieć, szerzej – co się da intencjonalnie pokryć mentalnym obrazem[34].

Jeśli za podstawę określenia logicznej modalności przyjmie się pojęcie reprezentacji – a to pojęcie stosują zwolennicy argumentu ontologicznego – to wydaje się, że tak zdefiniowana modalność logiczna nie jest formalizowana przez system *S5*. Nie da się bowiem wypracować reprezentacji dla pojęcia możliwej możliwości[35]. A przecież już aksjomat charakterystyczny systemu *S5* jest formułą drugiego rzędu.

Zwykle wyróżnia się modalność logiczną w sensie szerokim i w sensie węższym. W sensie szerszym[36] logicznie możliwe jest to, co jest wewnętrznie niesprzeczne, a konieczne – to czego negacja jest wewnętrznie sprzeczna. W sensie węższym zdanie jest możliwe, jeśli nie jest negacją tezy jakiegoś systemu logiki, np. tezy logiki predykatów pierwszego rzędu[37]. Pojawia się zatem pytanie, które pojęcie logicznej modalności jest formalizowane przez system *S5*. Według R. Carnapa zdanie *p* jest logicznie konieczne wtedy i tylko wtedy, gdy to zdanie *p* jest logicznie prawdziwe, tzn. jego prawdziwość jest oparta wyłącznie na logicznych racjach[38]. Następnie buduje on system mający formalizować tak pojętą modalność logiczną i w efekcie równoważny systemowi *S5*[39]. Lecz okazało się, że zbudowany przez niego system modalnej logiki zdań, równoważny systemowi *S5*, nie formalizuje pojęcia logicznej modalności; formalizuje ją dopiero jego kwantyfikatorowa logika modalna, lecz ta nie jest oparta na systemie *S5* – jak uważał – lecz na systemie *S13*[40]. Zatem system *S5* nie formalizuje pojęcia logicznej modalności zdefiniowanej przez pojęcie dowodliwości w ramach jakiegoś systemu dedukcyjnego. Dlatego Hintikka proponuje uznać za logicznie konieczne takie zdania, które są logicznie prawdziwe „same przez się"[41]. Wydaje się, że zdania logiczne prawdziwe „same przez się" to tautologie. Wtedy takie pojęcie logicznej modalności różni się od rozumienia

---

[34] Coś jest reprezentowalne, jeżeli jest wyobrażalne, pojmowalne, wyrażalne, pomyślalne, stwierdzalne. Zob. R. V. M a s o n. *Logical Possibility*. „Metaphilosophy" 19:1988 s. 12-14.

[35] Tamże s. 22.

[36] L o u x. *Introduction* s. 29 przyp. 9.

[37] Zob. np. H. H i ż. *Modalities and Extended Systems*. „Journal of Philosophy" 58:1961 s. 726.

[38] R. C a r n a p. *Meaning and Necessity*. Chicago 1958 s. 174.

[39] T e n ż e. *Modalities and Quantification*. „The Journal of Symbolic Logic" 11:1946 s. 38-43. Na s. 34 jest podane pojęcie logicznej konieczności jak w *Meaning and Necessity*.

[40] C a r r o l, jw. s. 464-465. Jego zdaniem Carnapa wersja systemu *S5* nie spełnia warunku C.1-2 (zob. C a r n a p. *Modalities* s. 36).

[41] H i n t i k k a, jw. s. 76-77.

danego przez Carnapa. Carnap mówi bowiem o „logicznych racjach”, a taką „racją” może być np. dowód[42].

Według wielu autorów system *S5* jest poprawny ze względu na następującą interpretację funktora *L*: „jest analitycznie prawdziwe, że...”[43]

Mamy dwie metalogiczne interpretacje funktora *L* dla systemu *S5*. Są one dane w ramach odpowiednio budowanych teorii. Teorie te różnią się punktem wyjścia, budową i celem. Pierwsza interpretacja jest zaproponowana przez G. Priesta[44], a druga – przez Z. Dywana[45]. U podstaw pierwszej leżą pojęcie prawdy i pojęcie prawdy koniecznej, w drugiej – KRZ. W pierwszej celem jest sformalizowanie pojęć prawdy i prawdy koniecznej; wprowadza się tu metajęzyk, wystarczający również na to, by mówić o modalnościach. Teoria ta wyjaśnia sens złożonych modalności, nie tylko w systemie *S5*; system *S5* jest tu przypadkiem szczególnym. Z kolei Dywan formalizuje tzw. funktor asercji. Zbudowany przez niego system jest identyczny z systemem *S5*. Ten funktor – oznaczony przez *A* – jest czytany następująco: „jest stwierdzone, że...”[46] Wobec powyższego możemy podać następującą definicję funktora *L*: $La \overset{df}{=} Aa$. Ta definicja wydaje się być podobna do definicji podanej przez Priesta, a mianowicie: $\vdash_0 a \overset{df}{=} Ia$, gdzie *a* – w obu przypadkach – jest poprawnie zbudowaną formułą. $\vdash_0 a$ czytamy: „*a* jest tezą języka przedmiotowego”. Priest wprowadza też następujący symbol: „$\vdash_{G_1}$ ...”, czytany: „... jest tezą z meta-języka G_1”[47]. Mamy tu dwie następujące reguły przekładu:

1) $\vdash_0 a$ 2) $\vdash_{G_1}$

------ ------

$\vdash_{G_1} \vdash_0 a$ $\vdash_0 a$

Regułę 1) czyta się następująco: „jeśli *a* jest dowodliwe, to «*a* jest dowodliwe» jest dowodliwe”[48]. Regułę 2) czytamy odwrotnie. W przypadku modalnej formuły implikacyjnej, w której jeden składnik jest rzędu 0, a drugi – rzędu 1, wprowadza się nowe reguły inferencji (aby móc taką formułę udowodnić). W przypadku modalności wyższych rzędów niż 1 buduje się

[42] O niebezpieczeństwach związanych z definiowaniem pojęcia konieczności zob. H i ż. *Modalities* s. 725.

[43] L e m m o n. *Is There* s. 35-37; D y w a n, jw. s. 371-373.

[44] G. P r i e s t. *Modality as a Metaconcept*. „Notre Dame Journal of Formal Logic” 17:1976 s. 401-414.

[45] Z. D y w a n. *The Connective of Necessity of Modal Logic S5 Is Metalogical*. Tamże 24:1983 s. 410-414.

[46] Tamże s. 410-414.

[47] P r i e s t. *Modality* s. 403.

[48] Tamże s. 404.

odpowiedni meta-meta-język i dodaje odpowiednie reguły, analogicznie do reguł metajęzyka G_1. Postępując w ten sposób buduje się nieskończoną hierarchię języków[49]. Konieczność logiczna jest tu rozumiana jako konieczność ze względu na sposób użycia słów lub ze względu na konsekwencję logiczną[50]. Biorąc pod uwagę zastrzeżenia Hintikki do interpretacji *L* jako dowodliwej prawdy logicznej, wydaje się, że będzie tu chodziło o interpretację *L* jako: „analitycznie prawdziwe, że...”, a znak: $\underset{0}{\vdash}$, $\underset{G_1}{\vdash}$, ..., jako znaki asercji właściwe dla odpowiedniego poziomu hierarchii metajęzyków.

Jeśli jako kryterium oceny weźmiemy prostotę (ekonomiczność), moc eksplanacyjną, aplikacyjność, to propozycja Dywana daje rozwiązanie ekonomiczniejsze, ale nie rozwiązuje problemu modalności złożonych[51], nadaje się do badania własności metalogicznych KRZ[52]. Rozwiązanie Priesta ma większą moc eksplanacyjną, pozwala bowiem rozumieć sens modalności złożonych, badać modalności „de re” i „de dicto”; daje się również stosować do badania logik wielowartościowych[53].

Odmienne podejście prezentują: R. Feys[54], L. Borkowski[55] i S. T. Kuhn[56]. Definiują oni funktor *L* na bazie logiki predykatów, następnie budują systemy logiki, w ramach których wyprowadzają aksjomaty systemu *S5*. Feys zdanie: „*p* zdarza się koniecznie” wyraża jako „$\bigwedge_t$pt”; odczytuje się je następująco: „dla wszystkich *t*, *p* jest realizowalne w przypadku *t*”. Możliwość definiuje przez użycie kwantyfikatora szczegółowego. Zmienna *t* dotyczy „przypadków” (*cases*); nie jest to zmienna dla zdań, indywiduów czy predykatów; nie precyzuje bliżej tego pojęcia. Zmienna *p* przebiega „zawartość” faktów (stąd problem interpretacji samego wyrażenia „pt”)[57].

Borkowski posługuje się pojęciem formy logicznej, którą oznacza przez p_v, gdzie *p* reprezentuje zdanie, a *v* – ciąg zmiennych w formie logicznej zdania *p*. Wprowadza następującą definicję: $\mathrm{Lp} \overset{\mathrm{df}}{=} \bigwedge_v \mathrm{p}_v$. Według tej definicji stan rzeczy jest konieczny wtedy i tylko wtedy, jeśli forma logiczna zdania stwierdzającego dany stan rzeczy jest prawdziwa dla wszystkich wartości

---

[49] Tamże s. 406, 410.

[50] Tamże s. 411.

[51] Pewne rozwiązanie problemu modalności złożonych proponują: A. R. T u r q u e t t e. *Modality, Minimality and Many-valuedness*. „Acta Philosophica Fennica” 16:1963 s. 261, 276; Th. J a e g e r. *„De re” and „de dicto”*. „Notre Dame Journal of Formal Logic” 29:1988 s. 81-90.

[52] D y w a n. *The Connective* s. 410.

[53] P r i e s t. *Modality* s. 409-410.

[54] R. F e y s. *Modal Logic*. Paris–Louvain 1965 s. 27-32, 37, 41, 118.

[55] B o r k o w s k i. *O terminach* s. 7-37.

[56] S. T. K u h n. *Quantifiers as Modal Logic*. „Studia Logica” 39:1980 s. 145-157.

[57] F e y s, jw. s. 31.

zmiennych, a więc jest zdaniem analitycznym. Według definicji: $Mp \overset{df}{=} \bigvee_v p_v$ stan rzeczy jest możliwy wtedy i tylko wtedy, jeśli forma logiczna zdania stwierdzającego dany stan rzeczy sprawdza się dla pewnych wartości zmiennych; jest to więc zdanie niesprzeczne[58]. Na podstawie tych definicji można wyciągnąć wniosek, że mamy tu do czynienia z modalnością logiczną w sensie szerszym.

Dwa dalsze ujęcia, dane przez Kuhna i R. Montague'a[59], są podobne do ujęcia danego przez Feysa. Zaletą tych dwu ujęć jest to, że mają one przewagę jako heurystyczny punkt wyjścia w badaniu związków między logiką modalną a logiką predykatów[60].

Podsumujmy nasze dotychczasowe rozważania. Robiąc przegląd interpretacji dla funktorów modalnych w słabszych systemach, stwierdziliśmy, że nie są one zadowalające. Jeśli chodzi o system *S5*, wydaje się nam, że można przyjąć, iż interpretacja funktora *L* w tym systemie jest związana z pojęciem zdania analitycznego, a modalności złożone należy traktować metajęzykowo. Stąd wydaje się słuszne przyjęcie – wraz z Hintikką[61] – że modalność logiczna dotyczy pojęć, a nie realnych przedmiotów.

Przejdziemy teraz do rozważenia zastosowania systemu *S5* do formalizacji argumentu ontologicznego Anzelma na istnienia Boga. Wśród wersji sformalizowanych mamy dwie jego postacie: a) modalne i b) niemodalne. Wersje modalne są oparte na systemach *B*, *S4*, *S5*; wersje niemodalne – na logice predykatów (pierwszego rzędu).

Analizując adekwatność formalizacji, jako tło przyjmiemy tomizm. Jawnie zakładamy pierwotność sfery bytu względem języka i klasyczną definicję prawdy. W ocenach oprzemy się na formalizacjach dokonanych przez Ch. Hartshorne'a[62] i jej modyfikacjach podanych przez R. Kane'a[63], formalizacjach R. M. Adamsa[64], A. W. Lenhardta[65]. Dla przykładu przedstawimy

---

[58] B o r k o w s k i. *O terminach* s. 7-12.

[59] R. M o n t a g u e. *Logical Necessity, Physical Necessity, Ethic and Quantifiers.* „Inquiry" 4:1960 s. 259-269; t e n ż e. *Syntactical Treatments of Modality.* „Acta Philosophica Fennica" 16:1963 s. 151-167.

[60] Poszerzone zdanie Feysa zob. t e n ż e. *Modal Logic* s. 31, 41.

[61] J. H i c k. *Ontological Argument for the Existence of God.* W: E d w a r d s (ed.). *The Encyclopedia of Philosophy* s. 540.

[62] E. N i e z n a ń s k i. *W kierunku formalizacji tomistycznej teodycei.* Warszawa 1980 s. 131; H. G. H u b b e l i n g. *The Meaningfulness of Metaphysics within Certain Systems.* „Erkenntnis" 8:1975 s. 405; H i c k, jw. s. 538-541.

[63] R. K a n e. *The Modal Ontological Argument.* „Mind" 93:1984 s. 330-340.

[64] R. M. A d a m s. *The Logical Structure of Anselm's Arguments.* „The Philosophical Review" 80:1971 s. 27, 43-44, 47.

wersję podaną przez Kane'a. Dowodzonym zdaniem jest zdanie *g*, czytane: „Bóg istnieje".

1. $L(g \supset Lg)$
   zasada Anzelma: $L(p \supset Lp)$
2. Mg
   możliwe, że Bóg istnieje

Wiersze 1 i 2 są przesłankami.

3. $L(g \supset Lg) \supset (Mg \supset MLg)$
   prawo: $L(p \supset q) \supset (Mp \supset Mq)$
4. $Mg \supset MLg$, 3, 1
5. MLg, 4, 2
6. $MLg \supset Lg$
   aksjomat systemu *S5*: $Mlp \supset Lp$
7. Lg, 6, 5
8. $Lg \supset g$
   aksjomat systemów *S5*, *S4*, *T*, *B*: $Lp \supset p$
   g, 8, 7

W tych dowodach zwykle przyjęte jest, jako gotowe, pojęcie bytu doskonałego. Dowodzonym zdaniem jest zdanie „Bóg istnieje". W założeniach pojawia się zasada Anzelma w formie: p – LP lub $L(p \supset Lp)$. Wspólne im jest też przyjęcie możliwości logicznej istnienia istoty doskonałej.

Zastanówmy się teraz nad adekwatnością tych formalizacji. Anzelm definiuje Boga jako byt, nad który nic większego nie może być pomyślane, pojmowalne[66]. Ale czy Anzelm używając wyrażenia „pojmowalny" miał na myśli logiczną możliwość? Nie wiadomo dokładnie, co przez to słowo Anzelm rozumiał. Stwierdza on tylko, że Bóg przekracza możliwości poznawcze człowieka. Jeśli zatem „pojmowalność" utożsami się z logiczną możliwością, to będzie wynikało stąd, że Bóg przekracza to, co logiczne, i staje się całkowicie niezrozumiały[67]. Wobec tego nie można uznać tezy, że Anzelm i myśliciele mu pokrewni mieli na myśli możliwość logiczną. Również W. G. Lycan mówi, iż Hartshorne sugeruje, że „pojmowalność" nie może być interpretowana jako logiczna możliwość[68]. Nie wszystko też, co

[65] W. A. L e n h a r d t. *Hartshorne's Presupposition*. „Canadian Journal of Philosophy" 4:1974 s. 348.

[66] E. G i l s o n. *Historia filozofii chrześcijańskiej w wiekach średnich*. Tłum. S. Zalewski. Warszawa 1987 s. 123.

[67] E. L. M a s c a l l. *Otwartość bytu. Teologia naturalna dzisiaj*. Tłum. S. Zalewski. Warszawa 1988 s. 32.

[68] W. G. L y c a n. *Eternal Existence and Necessary Existence*. „Notre Dame Journal of Formal Logic" 17:1976 s. 288.

jest logicznie możliwe, jest pojmowalne[69], ale i też zdolność pojęcia jakiegoś stanu rzeczy nie implikuje możliwości tego stanu rzeczy, np. kwadratura koła[70]. Wydaje się nam, że chodzi tu o możliwość już jakoś treściowo dookreśloną. Nie można więc korzystać tu z systemu *S5*, jeśli przyjmie się, że system ten formalizuje modalność logiczną.

Rozważmy teraz drugą przesłankę, mianowicie zasadę Anzelma: $L(p\supset Lp)$. Jest ona wspólną przesłanką większości formalizacji argumentu danych w wersji modalnej[71]. Dzięki tej zasadzie modalne wersje *OA* są poprawne w systemach *B* i *S5*, mimo tego, że ta zasada nie jest ważną formułą w tych systemach[72]. Zasadę tę można by zastąpić formułą: $M(p\supset Lp)$, która byłaby słabszą przesłanką i jest tezą systemu *S5*, lecz okazuje się, że wiele modalnych wersji nie byłoby możliwych. Można próbować ją zastąpić przez modalne prawo Peirce'a: $L((p\supset p)\supset p)$[73]. Są jednak pewne argumenty przemawiające na korzyść zasady Anzelma. Jeśli bowiem przyjmie się prawo niesprzeczności[74], to trzeba przyjąć następujące twierdzenie: $\sim M(p\wedge\sim p)\supset(p\supset Lp)$. Gdyż jeśli intuicyjnie odrzuci się następnik w tej formule, tzn. $p\supset Lp$, to trzeba odrzucić zasadę niesprzeczności, a stąd – zasadę wyłączonego środka, zasadę identyczności. Stąd wyciąga się wniosek, że chociaż zasada Anzelma jest wątpliwa, to pewne jej odpowiedniki mogą wystąpić jako następnik prawa niesprzeczności[75].

Zasadę Anzelma można też uzasadnić na innej drodze, przyjmując zasadę (*N*), która brzmi następująco: „z definicji, cokolwiek jest doskonałe, jest takie, że jeśli to istnieje, wtedy istnieje koniecznie". Pierwsze *L* w formule „$L(p\supset LP)$" odpowiada wtedy wyrażeniu „z definicji". Jednak żeby stwierdzić, co mówi zasada Anzelma, trzeba skorzystać z pomocy kwantyfikatorowej logiki modalnej. Ta przesłanka zawiera bowiem dwa kwantyfikatory[76] i dla-

---

[69] D. L e w i s. *Anselm and Actuality*. „Noûs" 4:1970 s. 176.

[70] R. B r a d l e y, N. S w a r t z. *Possible Worlds*. Oxford 1979 s. 3.

[71] K a n e, jw. s. 597.

[72] E. M. B a r t h. *Philosophy of Religion and the Reality of Models for Modalities*. „Erkenntnis" 9:1975 s. 397.

[73] H u b b e l i n g, jw. s. 406.

[74] Wydaje się nam, że tu chodzi o pewną wersję prawa niesprzeczności wyrażoną za pomocą formuły: $\sim M(p\wedge\sim p)$.

[75] Ch. D. B r o w n. *The Ontological Theorem*. „Notre Dame Journal of Formal Logic" 19:1978 s. 592. Przykładem może być formuła: $Mp\supset Lp$. Powyższe twierdzenie jest wyprowadzone z tezy $\sim(p\supset Lp)$ w dostatecznie bogatym systemie (np. *T*), zawierającym regułę równoważną do następującej: jeśli α jest tezą klasycznego rachunku zdań, to tezą jest wyrażenie: $M\beta\supset M(\alpha\wedge\beta)$, gdzie β jest formułą zbudowaną w języku klasycznego rachunku zdań. Zob. tamże s. 591.

[76] K a n e, jw. s. 333.

tego, aby móc to zdanie zinterpretować, trzeba znać zakresy obu kwantyfikatorów[77].

Nasuwa się tu uwaga, że wywodzenie zasady Anzelma z powyższej zasady (*N*) jest w zgodzie z metajęzykowym rozumieniem modalności przez Priesta, gdyż sens pierwszego *L* jest inny (metajęzykowy) niż sens drugiego *L*.

Co do aksjomatu *S5*: MLp⊃Lp (inna wersja ma postać: Mp⊃LMp), to uważa się, że stwierdza on, iż modalny stan rzeczy jest zawsze konieczny[78]. Często używa się formuły: MLp⊃p (tzw. zasada Brouwera), będącej osłabieniem aksjomatu *S5*; mówi ona, że to, co aktualne, musi być ostatecznie możliwe. Ponieważ jest w niej przejście do aktualnego stanu rzeczy, należałoby przedstawić argumenty na rzecz jej przyjęcia[79].

Należy zauważyć, że formalizacje argumentu ontologicznego są takimi dowodami formalnymi, w których dokonuje się tylko inferencji od założeń do wniosku. Pokazuje się, że wniosek wynika logicznie z przesłanek na bazie systemu *S5* lub systemu *B*. Ale to nie uzasadnia wniosku; uzasadnieniem wniosku są przesłanki[80]. Ponieważ przesłanki są dyskusyjne, wobec tego brak sprzeczności w dowodzie nie stwierdza, że argument ontologiczny jest w ogóle poprawny[81]. W argumencie ontologicznym chodzi o istnienie pewnego realnego przedmiotu i ustalenie koniecznego związku między pojęciem a realnym przedmiotem, do którego to pojęcie się odnosi. Wobec tego, czy tu można stosować rachunek modalny?[82] Zwłaszcza jeśli przyjmiemy, że system *S5* formalizuje pojęcie logicznej modalności, a ta stosuje się tylko do zdań oraz że stwierdzenie istnienia czegoś jest kwestią doświadczenia, a nie reguł języka[83]. Wydaje się nam, że tu tkwi źródło zarzutu stawianego wobec Hartshorne'a – a pośrednio i wobec innych – iż w jego „dowodzie" nastąpiło pomieszanie konieczności ontycznej z koniecznością logiczną[84].

Analizując adekwatność tych formalizacji, należałoby jeszcze przedyskutować niektóre pojęcia występujące w argumencie ontologicznym, jak

---

[77] B a r t h, jw. s. 131.

[78] N i e z n a ń s k i, jw. s. 131.

[79] K a n e, jw. s. 341, 342-343; Th. V. M o r r i s. *Necessary Beings*. „Mind" 94:1985 s. 260.

[80] D. O d e g a a r d. *Modality and the Ontological Argument*. „Logique et Analyse" 20:1977 s. 134.

[81] L o u x. *Introduction* s. 48.

[82] W. M. B a u m e r. *Ontological Arguments Still Fail*. „The Monist" 50:1966 s. 137.

[83] H i c k, jw. s. 540.

[84] Tamże.

pojęcie doskonałości[85], problem wyrażalności istnienia za pomocą kwantyfikatora szczegółowego[86].

ON SOME APPROACHES OF APPLICATIONS OF THE MODAL SYSTEM *S5*

S u m m a r y

It is presented in this article: 1) Lewis' modal system *S5*, and its Kripke's semantics, 2) the interpretations of the modal operators for the system *S5*, and for the weaker systems, 3) an application of the system *S5* to formalization of the ontological argument. The following theses are established: 1) Kripke's semantics is a purely formal construction, and gives only axioms for the predicate „to be a valid modal formula", 2) the correct interpretation of the modal operator *L* for the system *S5* is following: „it is analytically that...", 3) logical modality is concerning concepts, not real things, and understanding of the logical modality depends on a concept of philosophy, 4) Hartshorne's ontological argument is the proof only in a pragmatic sense.

Summarized by Andrzej Kmiecik

[85] L. T. H o w e. *Existence as a Perfection*. „Religious Studies" 4:1968 s. 78-101.

[86] Zob. np. T. C z e ż o w s k i. *O indywiduach oraz o istnieniu*. „Ruch Filozoficzny" 22:1964 nr 2-4 s. 223-225; N i e z n a ń s k i, jw. s. 118-125; P. C r a w f o r d. *Existence as a Predication and Anselm*. „The Monist" 30:1966 s. 109-124.