ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom XLI, zeszyt 1 – 1993

MAREK LECHNIAK
Lublin

A. A. ZINOWIEWA KONCEPCJA LOGIKI WIELOWARTOŚCIOWEJ

Chociaż od chwili odkrycia przez J. Łukasiewicza i E. Posta pierwszych systemów logik wielowartościowych upłynęło już ponad siedemdziesiąt lat, problem filozoficznego rozumienia innych od prawdy i fałszu wartości logicznych pozostaje nadal otwarty. Głównym przedmiotem zainteresowań badaczy jak dotąd były kwestie formalne – metalogiczne badania wielowartościowych rachunków logicznych. Wysiłkom tym nie towarzyszyła jednak dostatecznie głęboka refleksja filozoficzna nad naturą „nieklasycznych" (innych od prawdy i fałszu) wartości logicznych[1]. I choć ostatnio nawet pojawiają się w Polsce prace, które podejmują problematykę filozoficznych podstaw logik wielowartościowych, to jednak ujmują one to zagadnienie niestety dość jednostronnie[2]. Tym bardziej więc godne analizy są wcześniejsze nawet prace, zwłaszcza gdy prezentowane są w nich interesujące rozwiązania podejmowanych tu kwestii.

Jednym z autorów dokonujących filozoficznego namysłu nad logikami wielowartościowymi jest rosyjski logik A. A. Zinowiew. W licznych pracach poświęconych tym logikom[3] prezentuje szereg ciekawych uwag na ich temat. W artykule niniejszym podjęta zostanie próba zrekonstruowania jego koncepcji logiki wielowartościowej i jej stosunku do logiki dwuwartościowej. Najpierw

---

[1] Zwraca na to uwagę wielu autorów; zob. np. S. Haack. *Philosophy of Logics*. Cambridge 1978 s. 205: „Można powiedzieć, że kwestia interpretacji wartości tych [to znaczy wielowartościowych – uwaga M. L.] matryc jest jak dotąd w najlepszym razie jedynie częściowo rozwiązana".

[2] Por. E. Grodziński. *Filozoficzne podstawy logiki wielowartościowej*. Warszawa 1989.

[3] Są to na przykład: *Filozoficzne problemy logiki wielowartościowej* (Tłum. J. Jaroń. Warszawa 1963), *Logika nauki* (Tłum. Z. Simbierowicz. Warszawa 1976), *O logicznej niesprzeczności sądów prawdziwych* („Studia Filozoficzne" 1959 nr 1).

zaprezentowane zostaną Zinowiewa poglądy na związki między logiką dwuwartościową a logikami wielowartościowymi w aspekcie roli, jaką w konstruowaniu tych logik spełnia zasada dwuwartościowości oraz sposób pojmowania przez omawianego autora wartości logicznych. Następnie zaś będą analizowane stosunki między tymi logikami pod kątem problemu możliwości porównywania praw tych logik i sposobu rozumienia występujących w nich funktorów.

I

Podstawą wyróżniania logik wielowartościowych jest, zdaniem Zinowiewa, ich stosunek do logiki dwuwartościowej. Przez tę ostatnią omawiany autor rozumie przede wszystkim systemy logiczne, w których zdaniom przyporządkowuje się jedną z dwóch możliwych wartości logicznych (wartości prawdziwościowych), oznaczanych zazwyczaj terminami „prawda” i „fałsz”. Teorie te wychodzą z założenia, że zbiór zdań rozpada się na dwa rozłączne podzbiory odpowiadające prawdzie i fałszowi, łącznie go wyczerpujące. Przy tym żadne zdanie prawdziwe nie jest fałszywe, a żadne zdanie fałszywe nie jest prawdziwe[4]. Innymi słowy, logika dwuwartościowa obejmuje systemy logiczne, które opierają się na hipotezie dwuwartościowości. Nie jest to jednak jedyny sposób rozumienia logiki dwuwartościowej. Przez dwuwartościową logikę autor rozumie także „badanie własności dwuwartościowych systemów logicznych i ich wzajemnych stosunków” oraz wreszcie (logika dwuwartościowa w znaczeniu najogólniejszym) jako koncepcję logiki, dla której podstawą jest jawne lub niejawne uznanie hipotezy dwuwartościowości zdań[5] – mówienie o tej koncepcji jest uzasadnione tym, że istnieją dwuwartościowe systemy logiczne, znajdujące się w relacji podporządkowania (np. logika predykatów zawiera w sobie logikę zdań).

W analogiczny sposób określa Zinowiew logikę wielowartościową. Jest nią zbiór systemów logicznych, w których zdaniom można przyporządkować więcej niż dwie wartości logiczne (dowolny skończony lub nieskończony zbiór wartości logicznych). Oczywiście logika jako dziedzina poznania obejmuje także badania nad wielowartościowymi systemami logicznymi (problemy konstruowania takich systemów, ich własności i wzajemnych stosunków itd.). Wreszcie o logice wielowartościowej można mówić jako o koncepcji logiki w ogóle (czyli takiej, w której dopuszcza się więcej niż dwie wartości

[4] Por. Z i n o w i e w. *Filozoficzne problemy* s. 15.
[5] Por. tamże s. 18.

logiczne)[6]. Określenie jedynie możliwości przyporządkowania zdaniom więcej niż dwu wartości logicznych w charakterystyce logiki wielowartościowej powoduje, że jako szczególny przypadek logiki wielowartościowej można traktować logikę dwuwartościową. Zasadą podziału systemów logicznych na dwu- i więcej wartościowe jest więc ich stosunek do „hipotezy dwuwartościowości”[7]. W logice dwuwartościowej mogą występować jedynie dwie wartości logiczne, podczas gdy w logice wielowartościowej więcej niż dwie wartości logiczne. Należy w tym miejscu zwrócić uwagę na to, iż omawiany autor pisze tu o stosunku systemu logicznego do hipotezy dwuwartościowości, a nie do zasady dwuwartościowości. Hipoteza n-wartościowości (w szczególnym przypadku n=2) zdania p głosi, że zdanie to ma wartość 1 albo 2, ..., albo n; charakteryzuje ona system n-wartościowy. Jest zachowana w tym systemie, nie jest zaś zachowana w systemie o m-wartościach logicznych (gdzie $m \neq n$). Natomiast inny charakter ma, zdaniem Zinowiewa, zasada dwuwartościowości. Nad rozumieniem i znaczeniem tej zasady trzeba się teraz dłużej zatrzymać.

Według Zinowiewa, wszystkie konstrukcje logiczne wychodzą z następującego założenia: albo zdanie p posiada wartość i, albo wartość p jest różna od i, oraz nie może być tak, by jednocześnie było $p=i$ oraz $p \neq i$. W tym sensie konstrukcje te zakładają zasadę dwuwartościowości zdania p ($p=i$)[8]. Zasada ta ma podstawowe znaczenie w konstruowaniu systemów logicznych: jej pierwsza część jest odzwierciedleniem prawa wyłączonego środka, druga zaś część – prawa niesprzeczności. Oba te prawa odgrywają znaczącą rolę przy konstruowaniu systemu logicznego jako podstawy „zwyczajowego sposobu myślenia”. Dochodzimy tu do ważnego momentu. Omawiany autor stoi bowiem na stanowisku, że logika dwuwartościowa jest wystarczająca do budowy systemu logiki wielowartościowej. Przy konstruowaniu dowolnego takiego systemu konieczny jest język potoczny, trzeba więc odwołać się do zwyczajowych reguł myślenia. Można oczywiście wyobrazić sobie sytuację, że w konstruowaniu systemu n-wartościowego odwoływać się będziemy do logiki m-wartościowej ($2<m<n$), jednakże „posługiwanie się logiką m-wartościową nie jest rzeczą przyjętą, przeto należy ją zbudować. Rozwiązanie

---

[6] Por. tamże s. 19-20.

[7] Omawiany autor wyróżnia trzy grupy systemów wielowartościowych: a) systemy, w których liczba wartości logicznych jest ustaloną liczbą całkowitą (większą od 2, np. 3, 4, ...); b) systemy, w których dopuszcza się skończony lub nieskończony zbiór wartości logicznych; c) systemy, w których liczba wartości logicznych jest klasą liczb – na przykład $2n$, $3n$, n^2. Por. tamże s. 21.

[8] Próbą określenia, czym jest sama wartość logiczna, zajmiemy się później; por. Z i n o w i e w. *Filozoficzne problemy* s. 112-113.

tego ostatniego zadania znów powinno być realizowane przy pomocy jakiejś logiki – itd., póki nie wyrzeczemy się beznadziejnego usiłowania wypełnienia nieskończoności i nie zdamy się na zdrowy rozsądek – [...] budowanie rachunku *n*-wartościowego przy pomocy logiki *m*-wartościowej (*m*>2) byłoby w ogóle nieusprawiedliwionym skomplikowaniem zadania”[9]. Zwyczajowe reguły logiczne, znajdujące wyraz w zasadzie dwuwartościowości, nie są jednak dowolne. Są one rezultatem pierwotnych uogólnień narzucających się człowiekowi w jego codziennej działalności. Te zaś uogólnienia, zdaniem Zinowiewa, mają podstawy ontyczne. Rzeczywistość jest bowiem taka, iż:

1. Nie może być tak, aby w jednym i tym samym momencie czasu przedmiot posiadał pewną własność i zarazem jej nie posiadał lub – innymi słowy – aby przedmiot posiadający pewną własność nie posiadał jej.

2. Przedmiot posiada pewną własność lub jej nie posiada[10]. Tak więc u podstaw każdego systemu wielowartościowego musi leżeć założenie zasady dwuwartościowości. Ta „logika rzeczywistości” powoduje, że wszelkie zdania są ze względu na ich stosunek do przedmiotów, o których się w nich mówi, naturalnie podzielone na następujące dwie klasy:

1) zdania prawdziwe, jeśli przedmioty są w nich zaliczone właśnie do tego zbioru, do którego należą (jeśli stan rzeczy jest taki, o jakim się mówi w tych zdaniach);

2) zdania nieprawdziwe, czyli fałszywe, jeśli przedmioty zaliczone są w nich nie do tego zbioru, do którego należą (jeśli stan rzeczy nie jest taki, o jakim się mówi w tych zdaniach)[11].

Drugi z wymienionych podzbiorów, czyli podzbiór zdań nieprawdziwych, jest w logice dwuwartościowej utożsamiony ze zbiorem zdań fałszywych, w logice zaś *n*-wartościowej rozpada się na *n*-podzbiorów.

Powyższe, bardzo ogólne sformułowanie zasady dwuwartościowości Zinowiewa wiedzie do kolejnego ważnego spostrzeżenia. W logice wielowartościowej przy rozwiązywaniu problemu spełnialności (lub niespełnialności) wyrażeń (czy też problemu tautologii) dokonuje się rozkładu zbioru wartości logicznych na dwa rozłączne podzbiory: wartości stwierdzanych (wyróżnio-

---

[9] Zob. tamże s. 98-99.

[10] Por. tamże s. 102. Stanowisko Zinowiewa jest w tej kwestii bliskie poglądom B. Sobocińskiego, zawartym w artykule *In memoriam Jan Łukasiewicz* („Philosophical Studies” 6:1956). Zawarte są tam obie z wyżej postawionych tez: Logika dwuwartościowa jest podstawowa w konstruowaniu logik wielowartościowych, a także teza, iż „rzeczywistość jest taka, że narzuca logikę dwuwartościową”.

[11] Por. Z i n o w i e w. *Filozoficzne problemy* s. 105. Wiele różnych sformułowań zasady dwuwartościowości zestawia S. Majdański (*Logika: czy-, ilo- i jak wartościowa?* „Summarium” nr 4(24) za rok 1975).

nych) i podzbiór wartości niestwierdzanych (niewyróżnionych)[12]. Przy tym zarówno jeden, jak i drugi podzbiór może zawierać więcej niż jedną wartość logiczną. Zdania posiadające wartość wyróżnioną są tautologiami (twierdzeniami) systemu, pozostałe zaś (posiadające wartość niestwierdzaną) tautologiami systemu nie są. Ze względu więc na to, które ze zdań są uznane za tezy systemu, każdy system wielowartościowy jest dwuwartościowy; dowolne wyrażenie zdaniowe albo jest jego tezą, albo jego tezą nie jest[13].

Wskazana wyżej fundamentalna rola zasady dwuwartościowości w konstrukcji systemów wielowartościowych może być przedstawiona od innej jeszcze strony. Otóż założenie o liczbie wartości logicznych nie musi być podstawowym w każdej konstrukcji logicznej. Jest ono podstawowe tylko w konstrukcjach matrycowych (czy, jak pisze Zinowiew, funkcjonalnych). Aby móc scharakteryzować pierwotne funktory systemu, trzeba rozstrzygnąć kwestię liczby wartościowań, które można przypisać zmiennym zdaniowym. Przy tym budowa konstrukcji matrycowych jest względnie łatwym zadaniem. Inaczej ma się sprawa z konstrukcjami aksjomatycznymi. Ze względu na to, że dają one – jak stwierdza Zinowiew – możliwość systematycznego przeglądu wyrażeń stwierdzanych (przyjętych), istnieje dążenie do aksjomatyzacji konstrukcji funkcjonalnych. Zwykle konstrukcje aksjomatyczne opierają się na konstrukcjach funkcjonalnych, gdyż:

1) Wybór aksjomatów dokonuje się spośród wyrażeń stwierdzanych rachunku funkcjonalnego (konstrukcji macierzowej). Wybiera się również reguły wyprowadzania nowych wyrażeń stwierdzanych (aksjomaty są stwierdzane za pomocą pewnych macierzy),

2) Własności systemów aksjomatycznych również rozważa się w stosunku do konstrukcji funkcjonalnych jako względne[14]. Oczywiście nie jest to regułą: na przykład nie istnieje adekwatna skończona matryca dla systemów ścisłej implikacji czy dla systemów logiki intuicjonistycznej. Interesującym jest tutaj fakt, że w konstrukcjach aksjomatycznych liczba wartości logicznych nie jest zagadnieniem najważniejszym. Dokonanie podziału wszystkich zdań na stwierdzane i niestwierdzane powoduje to, że w pewnym sensie każdy system aksjomatyczny jest dwuwartościowy. Co więcej, zagadnienie liczby

[12] Por. Z i n o w i e w. *Filozoficzne problemy* s. 123.

[13] Podobne poglądy głosił R. Suszko. Jego zdaniem logika trójwartościowa Łukasiewicza „jest logicznie dwuwartościowa (bo inna być nie może)". Każde bowiem zdanie posiada albo wartość wyróżnioną, albo niewyróżnioną. Zdaniem Suszki tak zwane wartości logiczne występujące u Łukasiewicza mają czysto algebraiczny charakter – wyznaczają trzy możliwe korelaty semantyczne zdań. Por. R. S u s z k o. *The Fregean Axiom and Polish Mathematical Logic in the 1920^s*. „Studia Logica" 36:1977 z. 4.

[14] Por. Z i n o w i e w. *Filozoficzne problemy* s. 84.

wartości logicznych nie jest tu ważne, ponieważ w konstrukcjach aksjomatycznych interesującym jest problem, jak przechodzić od wyrażeń stwierdzanych (tez) do wyrażeń stwierdzanych. Interesujące są więc tylko te wyrażenia, które przybierają wartość wyróżnioną, natomiast nie jest ważne to, którą spośród wartości niewyróżnionych mogą przybrać przesłanki rozumowania. Systemy aksjomatyczne mają bowiem zawierać zbiór aksjomatów oraz zbiór twierdzeń (czyli wyrażeń, które z aksjomatów dadzą się wyprowadzić)[15]. W jakimś sensie więc konstrukcje aksjomatyczne można by nazwać nawet jednowartościowymi (w konstrukcjach tych występują tylko wyrażenia stwierdzane). Przy takim rozumieniu jednowartościowości, jak wskazuje Zinowiew, systemy logiczne nie różnią się od innych teorii naukowych. Każda teoria naukowa winna być jednowartościowa – wszystkie jej zdania winny być prawdziwe. W tym sensie i teorie logiczne są jednowartościowe. Natomiast same wartości logiczne, jako własności zdań badanych w tych teoriach, są przedmiotem owych teorii logicznych[16]. Przy tym trudno nie zauważyć faktu, że wartości logiczne nie są elementami należącymi do struktury języka. Wartości logiczne, jako własności zdań, nie należą do języka teorii, lecz do jej metajęzyka. Dlatego w systemie aksjomatycznym, będącym zbiorem wyrażeń zdaniowych języka, które uznajemy za prawdziwe (przyjęte), problem wartości logicznych i ich liczby jest usunięty na plan dalszy.

Dotychczasowe uwagi poświęcone były swoistej zależności logiki wielowartościowej od logiki dwuwartościowej jako podstawowej tendencji ludzkiego myślenia, niezbędnej w konstruowaniu logiki wielowartościowej. Nie oznacza to bynajmniej, że Zinowiew neguje znaczenie oraz wartość poznawczą logik wielowartościowych. Choć przy tym nie uważa, że istnieją problemy, które można rozwiązać jedynie przy użyciu logiki wielowar-

---

[15] Por. tamże s. 89. Ciekawym zagadnieniem mogłoby być wyjaśnienie, dlaczego tak wiele czasu upłynęło od podania przez Łukasiewicza matrycowej konstrukcji logiki trójwartościowej (ok. 1920 r.) do skonstruowania ujęcia aksjomatycznego tej logiki przez Wajsberga w 1934 r. Jak wiadomo, aksjomatyka systemu $Ł_3$ składa się z następujących czterech aksjomatów:

1. CpCqp
2. CCpqCCqrCpr
3. CCCpNppp
4. CCNqNpCpq.

Wszystkie z powyższych aksjomatów są tezami logiki dwuwartościowej. Natomiast w systemie $Ł_3$ spośród aksjomatów logiki dwuwartościowej nie jest tezą prawo Claviusa, czyli CCNppp. Gwarantowałoby ono bowiem przyjęcie za tezy tego systemu praw niesprzeczności i wyłączonego środka; system $Ł_3$ natomiast został tak skonstruowany, by te wyrażenia nie były jego tezami.

[16] Na tak pojętą jednowartościowość zdawał się wskazywać np. S. Leśniewski, ukazując, że jedyny i najkrótszy aksjomat prototetyki mógłby mieć postać: 1 (1 jest stałą należącą do języka systemu, reprezentującą zdanie prawdziwe).

tościowej. Uznaje natomiast, że wybór między systemami dwuwartościowymi a wielowartościowymi jest podyktowany względami praktycznymi: jeśli pewne problemy można rozwiązać wyłącznie za pomocą prostej terminologii dostarczanej przez logikę dwuwartościową, to nie ma potrzeby komplikowania sprawy przez zastosowanie logiki wielowartościowej. Zinowiew nie dostrzega konfliktu między dwuwartościowością a wielowartościowością. Widzi natomiast możliwość oceny ludzkiego poznania bądź w kategoriach dwuwartościowych (poznanie prawdziwe lub fałszywe), bądź wielowartościowych, w których prawdziwość i fałszywość występują na równi z innymi wartościami logicznymi[17].

Charakterystyczną dla logiki dwuwartościowej jest, zdaniem Zinowiewa, tendencja do posługiwania się prostymi zdaniami atrybutywnymi typu „Przedmiot *A* posiada własność *P*” i „Przedmiot *A* nie posiada własności *P*; jest to równoważne z podziałem zbioru wszystkich przedmiotów na dwa podzbiory: przedmiotów posiadających własność *P* i przedmiotów własności *P* nie posiadających (zbiory: *P*, nie-*P*). Jednakże jest to bardzo uproszczona sytuacja poznawcza. Cóż to bowiem znaczy, że przedmiot własności *P* nie posiada? Omawiany autor analizuje to zagadnienie opierając się na następującym przykładzie: mamy zdanie „Jan czyta książkę”. Zanegowawszy to zdanie, otrzymujemy zdanie „Nie jest tak, że Jan czyta książkę”. Pod tym zaś zdaniem kryje się szereg możliwości:

1) „Ktoś czyta, ale nie Jan”.
2) „Jan w ogóle nie czyta”.
3) „Jan czyta, ale nie książkę” (tylko np. gazetę).

Pojawia się tu więc problem rozumienia negacji. Jednak jakkolwiek by tę negację rozumieć, zawsze pozostaje jedno: jeśli zdanie „Jan czyta książkę” jest prawdziwe, to żadne ze zdań 1) – 3) nie może być prawdziwe. Możliwych korelatów semantycznych zdania „Nie jest tak, że Jan czyta książkę” może być natomiast, jak to widać na przytoczonym przykładzie, wiele[18]. W najprostszym bowiem zdaniu postaci „*A* jest *B*” można wyróżnić trzy warianty:

1) W danej sytuacji brak jest przedmiotu odpowiadającego podmiotowi zdania;

2) Taki przedmiot istnieje, ale nie posiada własności odpowiadającej orzecznikowi zdania;

[17] Por. Z i n o w i e w. *Filozoficzne problemy* s. 164.

[18] Do problemu rozumienia negacji wrócimy w dalszej części artykułu.

3) Taki przedmiot istnieje i posiada własność odpowiadającą orzecznikowi zdania[19]. W tym przypadku można by wprowadzić trzy wartości logiczne (wyróżniając tym samym trzy odpowiadające tym wartościom korelaty semantyczne zdania). Jedna z nich (wartość wyróżniona, prawdziwość) dotyczy wariantu trzeciego i oznacza zachodzenie stanu rzeczy opisywanego przez to zdanie. Dwie pozostałe dotyczą natomiast nie-prawdziwości zdania postaci „*A* jest *B*", która ma miejsce w dwóch przypadkach: 1) gdy przedmiot odpowiadający podmiotowi zdania nie istnieje i, co za tym idzie, nie może mieć własności opisywanej przez orzecznik zdania; oraz 2) gdy podmiot zdania istnieje, lecz nie posiada własności opisywanej przez orzecznik (wartości te mogą być reprezentowane przez 0 i ½)[20]. W logice klasycznej jednak zakres wartości logicznych i wyznaczanych przez nie korelatów semantycznych zdania ograniczony jest tylko do dwu, gdyż – jak twierdzi Zinowiew – milcząco wykluczona została z zakresu rozważań możliwość zawarta w wariancie 1). Co więcej, ograniczono się do sprawdzania zdań tylko według zasady dwuwartościowości: albo rzecz się ma tak, albo nie tak, przy czym kontekst, w którym pojawiło się zdanie głoszące, iż „Nie jest tak, że..." wskazywał, który z możliwych stanów rzeczy kryjących się pod owym „nie tak" zachodzi[21].

Powyższe uwagi zdają się sugerować, że wielowartościowość – jak twierdzi omawiany autor – (podobnie jak i dwuwartościowość, choć ta jest niezbędna w konstrukcji systemów wielowartościowych) nie wprowadza żadnego przełomu w myśleniu[22]. Logika wielowartościowa jest przydatna tam, gdzie

---

[19] Zdanie „Jan czyta książkę" jest złożeniem dwu zdań „Jan czyta" oraz „Tym, co Jan czyta, jest książka", stąd jest więcej możliwych wariantów, które trzeba uwzględnić w analizie tego zdania.

[20] Podobne w tej kwestii jest, jak już wspominano, stanowisko Suszki, który wskazywał, że wartości logiczne w systemie trójwartościowym Łukasiewicza wyznaczają zakres możliwych korelatów semantycznych (referentów) zdania i że, jako taka, logika ta efektywnie uchyla „aksjomat Fregego", głoszący, iż są tylko dwa korelaty semantyczne zdania (Prawda i Fałsz). Por. S u s z k o, jw.

[21] Por. Z i n o w i e w. *Filozoficzne problemy* s. 163.

[22] Zinowiew więc jakby ignoruje wagę, jaką swemu odkryciu przypisywał Łukasiewicz. Z kolei, analizując rozwój poglądów Łukasiewicza na temat filozoficznego uzasadnienia logiki wielowartościowej, stanowisko Zinowiewa wydaje się zrozumiałe. Jak wiadomo, Łukasiewicz kolejno wycofywał się z argumentacji filozoficznych za potrzebą wprowadzenia trzeciej wartości logicznej. Argumentację, że trzecia wartość logiczna przysługuje zdaniom o niezdeterminowanych zdarzeniach przyszłych, zarzucił Łukasiewicz około roku 1929 – jak na to wskazuje Sobociński (jw.). Argumentacja ta, przytoczona w wykładzie Łukasiewicza *O determinizmie* (w: J. Ł u k a s i e w i c z. *Z zagadnień logiki i filozofii*. Warszawa 1961 s. 114-126), łamie się przy końcu artykułu, gdy Łukasiewicz przyznaje, że trzecią wartość logiczną należałoby przypisać zdaniom dotyczącym także zdarzeń z odległej, niemożliwej do poznania w chwili

mamy do czynienia z potrzebą myślenia subtelniejszego niż „z dokładnością" do logiki dwuwartościowej, z potrzebą wskazywania na różne korelaty semantyczne zdań itp. Jest to więc wielowartościowość „formalna"[23]; dwuwartościowa w swoich podstawach logika wielowartościowa nie wymaga posiadania żadnych intuicji innych niż klasyczne. „Jeśli wartości logiczne pojmować jako stosunki zdań do pewnych faktów, zjawisk, przedmiotów itp., to pojawia się możliwość wprowadzania dowolnej liczby wartości logicznych. Owe stosunki zostały ustalone tylko przez ludzi, w naturze zdań i sytuacji przedmiotowych nie ma niczego, co by z bezwzględną koniecznością wymagało ograniczania się do dwóch tylko typów stosunków [...] Nie ma też konieczności wprowadzania trzech i więcej wartości logicznych, jeśli nie jest to podyktowane ważnymi powodami"[24]. Kryterium wyboru między logiką dwuwartościową a wielowartościową jest tylko dogodność poznawcza. „Jeśli przy rozwiązywaniu jakichś zadań dwuwartościowy punkt widzenia okazuje się przeszkodą lub wielowartościowy punkt widzenia obiecuje pewne udogodnienia, to z gnozeologicznego punktu widzenia nie ma żadnych przyczyn naturalnych, które by mogły uniemożliwić ludziom włączenie konstrukcji wielowartościowych i wielowartościowej koncepcji logiki w zakres narzędzi poznawczych"[25].

Czy wobec tego nie ma konfliktu między logiką dwuwartościową a wielowartościową? Wszak twórcy logiki wielowartościowej wskazywali na rewolucyjny charakter tej logiki: pewne tezy logiki klasycznej nie były tezami logiki trójwartościowej (i wielowartościowych). Pojawia się więc w tym miejscu problem dewiacyjności[26] logiki trój- (i wielo-) wartościowej.

---

obecnej przeszłości. Potem z kolei przez krótki czas Łukasiewicz prezentował „argumentację modalną" (zawierającą, jak wskazuje wielu autorów, błąd ekwiwokacji). Por. t e n ż e. *Filozoficzne uwagi o wielowartościowych systemach rachunku zdań* [rok 1930]. W: tamże s. 145-163. Po tej, niezbyt szczęśliwej, argumentacji Łukasiewicz nie przedstawił już żadnej filozoficznej argumentacji za trzecią wartością logiczną; jest to znaczące, zważywszy na przesuwanie się Łukasiewicza ku instrumentalistycznemu spojrzeniu na logikę. Por. t e n ż e. *System logiki modalnej*. W: tamże s. 276-305.

[23] Pojęcie wielowartościowości formalnej można znaleźć u J. Łosia, który wprowadza czterowartościowe matryce dla charakterystyki stanów epistemicznych dwóch podmiotów poznających. System Łosia jest systemem istotnie wielowartościowym, przy czym „jest to wielowartościowość formalna, gdyż zarówno przy budowie, jak i przy późniejszych interpretacjach systemu nie musimy odwoływać się do intuicji sprzecznych z logiką dwuwartościową" (por. J. Ł o ś. *Logiki wielowartościowe a formalizacja funkcji intensjonalnych*. „Kwartalnik Filozoficzny" 17:1948 z. 1-2 s. 77.

[24] Z i n o w i e w. *Filozoficzne problemy* s. 163.

[25] Tamże s. 163.

[26] Dewiacją logiki klasycznej nazywamy (za S. Haack) taki system logiki, którego zbiór formuł dobrze zbudowanych jest równy zbiorowi formuł dobrze zbudowanych logiki klasycznej,

II

Według Zinowiewa kwestia porównywania praw (tautologii) systemów dwuwartościowych i wielowartościowych ma sens jedynie wówczas, gdy dokładnie zostaną ustalone warunki odpowiedniości między funkcjami (funktorami) poszczególnych systemów. Bez takiego ustalenia można jedynie mówić o różnych funkcjach (funktorach) i różnych twierdzeniach. Analizę tego zagadnienia można przeprowadzić na przykładzie praw wyłączonego środka i niesprzeczności, które nie są przyjmowane jako tezy na przykład w trójwartościowym systemie Łukasiewicza (systemie $Ł_3$).

Zdaniem Zinowiewa prawo wyłączonego środka można sformułować w następujących kilku wersjach:
1. Każde zdanie jest albo prawdziwe albo fałszywe.
2. Każde zdanie albo przybiera daną wartość logiczną, albo jej nie przybiera.
3. ApNp (*p* lub nie-*p*) jest zdaniem zawsze stwierdzanym, czyli tautologią.
Mamy tu więc do czynienia z różnymi sensami wyrażenia „prawo wyłączonego środka”[27]. Pierwsze z powyższych sformułowań wiąże się z pojęciem prawdy i fałszu: każde zdanie jest albo prawdziwe, albo nie jest prawdziwe. Gdy liczba wartości logicznych jest ograniczona do dwóch, drugie sformułowanie przechodzi w sformułowanie pierwsze. Sformułowanie drugie jest więc ogólniejsze od pierwszego. Prawo wyłączonego środka w sformułowaniu drugim nie jest, jak to wskazywano wyżej, odrzucane w logice wielowartościowej – jest ono warunkiem budowy każdego systemu logicznego; jeśli przyporządkujemy zdaniu pewną wartość, to nie możemy jednocześnie zaprzeczyć tej wartości. Sformułowanie trzecie (właściwe) ma z jednej strony, jak to wskazuje Zinowiew, charakter najbardziej ogólny. Dotyczy bowiem dowolnych zdań i ich negacji, a nie tylko metasystemowych zdań o wartościach logicznych. Z drugiej zaś strony opiera się na założeniu dotyczącym liczby wartości logicznych zdań oraz na określeniach alternatywy i negacji. Jak wiadomo, w pewnych wielowartościowych systemach logicznych (na przykład w systemie Łukasiewicza) alternatywa i negacja są określone jako uogólnienia dwuwartościowej alternatywy i negacji, a wyrażenie A*p*N*p* nie

podczas gdy zbiory tez obu tych logik są różne (dewiacja zawiera mniej tez niż logika klasyczna). Por. S. H a a c k. *Deviant Logic*. Cambridge 1974 s. 4.

[27] Por. Z i n o w i e w. *Filozoficzne problemy* s. 117. Sformułowania pierwsze i drugie są sformułowaniami metasystemowymi.

jest tezą systemu[28]. Jest to oczywiste ponieważ w przeciwnym przypadku niknie podstawa do porównywania odpowiednich praw. Warunek porównywania dla alternatywy i negacji jest następujący: mogą być takie uogólnienia dwuwartościowej alternatywy i negacji, że wyrażenie A*p*N*p* jest tautologią, mogą być też takie, że A*p*N*p* tautologią nie jest (np. w systemie $Ł_3$ Łukasiewicza). Natomiast warto podkreślić fakt, iż w żadnym systemie logiki wielowartościowej tezą systemu nie może być wyrażenie NA*p*N*p*. Zatem, mimo że wyrażenie A*p*N*p* może nie być tautologią systemu, to jednak jego negacja również nie może być tautologią żadnego systemu – w tym sensie zagwarantowana jest jedność logiki i niesprzeczność systemów.

Analogiczne rozważania można przeprowadzić dla prawa niesprzeczności. Prawo to można podać również w trzech następujących wariantach:
1. Zdanie nie może być jednocześnie prawdziwe i fałszywe.
2. Zdanie nie może jednocześnie przybierać wartości „*i*” oraz „nie-*i*”.
3. NK*p*N*p* (nie jest tak, że *p* i nie-*p*).
Relacje między tymi trzema sformułowaniami prawa niesprzeczności są analogiczne jak w przypadku prawa wyłączonego środka, z tym jednak, że tutaj pierwsze sformułowanie prawa zachowuje ważność dla dowolnej logiki *n*-wartościowej, podczas gdy pierwsze sformułowanie prawa wyłączonego środka nie musiało być dla dowolnej logiki obowiązujące (np. nie było ważne w systemie $Ł_3$). Gdy idzie o wartość sformułowania trzeciego, to zależy ona wyłącznie od definicji koniunkcji i negacji przyjmowanej w danym systemie[29].

Na podstawie powyższych ustaleń można więc stwierdzić, że drugie sformułowania, zarówno prawa wyłączonego środka jak i prawa niesprzeczności, zachowują ważność w dowolnej logice *n*-wartościowej; są one wa-

[28] Odpowiednie matryce w systemie Łukasiewicza są następujące:

p	Np
0	1
½	½
1	0

Apq	0 ½ 1
0	0 ½ 1
½	½ ½ 1
1	1 1 1

Ograniczając liczbę wartości logicznych do dwóch (1,0), powyższe matryce przechodzą w dwuwartościowe matryce negacji i alternatywy.

[29] W systemie $Ł_3$ stosowna matryca koniunkcji jest następująca:

Kpq	0	½	1
0	0	0	0
½	0	½	½
1	0	½	1

runkami poprawności konstrukcji. Aby natomiast ocenić trzecie sformułowania, trzeba by poddać analizie matryce określające funktory negacji, koniunkcji i alternatywy. Szczególnie ważna jest tu analiza funktora negacji. Dla porównywania praw logiki dwuwartościowej i wielowartościowej negacja wielowartościowa winna być uogólnieniem negacji dwuwartościowej. Takie uogólnienie winno zaś spełniać dwa warunki:
1) W logice dwuwartościowej zaprzeczeniem prawdy jest fałsz, zaprzeczeniem fałszu – prawda. Odpowiada temu warunkowi w logice wielowartościowej warunek następujący: jeśli i jest wartością logiczną odpowiadającą prawdzie, a k fałszowi, to winny zachodzić związki Ni=k, Nk=i.
2) W logice dwuwartościowej negacja przekształca zdanie stwierdzane w niestwierdzane i na odwrót. Rozkład ten pokrywa się z podziałem na prawdę i fałsz. Podobnie winno też być w logice wielowartościowej. Warunek 1) w logice trójwartościowej Łukasiewicza jest spełniony (N1=0, N0=1), natomiast warunek 2) okazuje się nie spełniony, gdyż negacja ½ jest równa ½, a więc nie jest tak, że negacja w tym systemie przekształca zdanie niestwierdzane w zdanie stwierdzane. Choć przy tym nie są oczywiście prawami systemu wyrażenia NApNp, NNKpNp (bo NA½N½=NA½ ½=N½=½, NNK½N½=NNK½ ½=NN½=N½=½)[30]. Negacja nie spełnia więc w tym systemie warunków uogólnienia wymaganych od negacji wielowartościowej. A zatem wydaje się, że wyrażenia NKpNp, ApNp, nie będące tezami systemu $Ł_3$, nie są odpowiednikami dwuwartościowych praw niesprzeczności i wyłączonego środka. Innymi słowy, funktory logiki wielowartościowej (w tym wypadku logiki trójwartościowej) nie są ścisłymi uogólnieniami funktorów dwuwartościowych. Zinowiew, radykalizując w *Logice nauki* swoje stanowisko, twierdzi, iż w trójwartościowej logice funktory pozostają takie same jak w logice dwuwartościowej, lecz tabelki, za pomocą których się te funktory definiuje, są już inne, choćby przez to, że dołącza się do nich trzecią wartość logiczną. Budowane są one tak, by istniał związek z logiką dwuwartościową (na przykład spełnienie warunku 1) dla negacji – przy wykluczeniu trzeciej wartości logicznej tabelki te przechodzą w matryce dwuwartościowe), równocześnie jednak dobiera się je tak, by nie wszystkie prawa dwuwartościowe były prawami w „nowych tabelkach"; na przykład w

[30] Ten punkt systemu Łukasiewicza wzbudza wiele oporów. Matryca koniunkcji jest tak zbudowana, że dla wartości ½ zarówno negacja, jak i koniunkcja nie zmieniają wartości logicznej zdania: N½=½, K½N½=½. Koniunkcja dwóch zdań sprzecznych, jak i negacja tej koniunkcji mają tę samą wartość ½. Por. np. L. B o r k o w s k i. *W sprawie intuicyjnej interpretacji logiki trójwartościowej Łukasiewicza*. „Roczniki Filozoficzne" 25:1977 z. 1 s. 61-68.

systemie Łukasiewicza nie jest spełniony warunek drugi dla negacji[31]. Zinowiew wskazuje, że ignoruje się najczęściej ten fakt. Ale zignorowaniu podlega też drugi fakt, że matryce logiki trójwartościowej można dobrać inaczej, mianowicie tak, by były one uogólnieniami matryc dwuwartościowych w tym sensie, żeby dla wartości klasycznych przechodziły w matryce dwuwartościowe, a jednocześnie by nie wykluczały odpowiedników praw logiki dwuwartościowej[32].

Powyższe wywody prowadzą więc do wniosku, że nie można mówić o dewiacyjności logiki trójwartościowej (i wielowartościowych) względem logiki dwuwartościowej. W logice trójwartościowej bowiem, jak twierdzi Zinowiew, charakterystyka funktorów koniunkcji, alternatywy i negacji jest inna niż w logice dwuwartościowej. Wielowartościowe wyrażenia, będące (na pozór) odpowiednikami praw wyłączonego środka i niesprzeczności, zawierają inne funktory niż funktory logiki dwuwartościowej[33]. Stąd nie można twierdzić, iż pewne z praw logiki dwuwartościowej nie są prawami logiki trójwartościowej (wielowartościowej).

Powyższe rozważania były próbą prezentacji Zinowiewa koncepcji logiki wielowartościowej i jej stosunku do logiki dwuwartościowej. Główne rysy tej koncepcji można przedstawić w następujących punktach:

1. Logika wielowartościowa nie jest konkurencyjna względem logiki dwuwartościowej.

2. Zasady konstrukcji każdej logiki wielowartościowej wymagają użycia jako podstawy logiki dwuwartościowej.

3. U podstaw każdego systemu wielowartościowego leży zasada dwuwartościowości. Nie należy jej jednak mieszać z założeniem o liczbie wartości logicznych.

4. Przyjęcie większej od dwóch liczby wartości logicznych (wielowartościowość) odzwierciedla różne możliwe warianty nie-prawdziwości zdania (różne jego korelaty semantyczne). Wybór między stosowaniem logiki

---

[31] Por. Z i n o w i e w. *Logika nauki* s. 318.

[32] Por. tamże s. 319.

[33] Łatwo to zauważyć, zmieniając na przykład matrycę dla negacji (przyjmując taką jak u intuicjonistów):

p	Np
0	1
½	0
1	0

przy definicji koniunkcji jak u Łukasiewicza. Wtedy prawo niesprzeczności jest zachowane w systemie (choć odbywa się to kosztem prawa podwójnego przeczenia, które przestaje być tezą systemu CNNpp-CNN½ ½=CNO½=½).

dwuwartościowej a wielowartościowej jest podyktowany potrzebami podmiotu poznającego.

5. Logik wielowartościowych nie można uznać za dewiacje logiki dwuwartościowej. Fakt, że wyrażenia równokształtne z pewnymi tezami logiki dwuwartościowej nie są tezami logiki wielowartościowej, jest spowodowany przez inne niż w logice dwuwartościowej rozumienie funktorów negacji, alternatywy i koniunkcji. W logikach wielowartościowych wyrażenia te są sformułowaniami innych niż w logice dwuwartościowej praw.

6. Jeśli uzna się logikę za teorię gwarantującą poprawność rozumowań, problem liczby wartości logicznych przestaje być ważny, gdyż systemy logiczne w tym sensie są jednowartościowe. Jeśli bowiem przesłanka ma inną niż prawda wartość, to nie można przyjmować wynikających z niej wniosków za prawdziwe, jako że reguły systemu prowadzą od zdań prawdziwych do zdań prawdziwych.

A.A. ZINOVIEV'S CONCEPTION OF THE MANY-VALUED LOGIC

S u m m a r y

The paper seeks to reconstruct A.A. Zinoviev's many-valued logic. In order to construct any system of the many-valued logic it is essential to assume the two-valued logic. The many-valued logic cannot be treated as competitive to the two-valued one. The choice between the two is dictated by the cognitive needs of their users.

Translated by Jan Kłos