ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom XLI, zeszyt 1 - 1993

LUDWIK BORKOWSKI

BEZKWANTYFIKATOROWY ZAŁOŻENIOWY SYSTEM RACHUNKU NAZW
C z ę ś ć d r u g a

Artykuł obecny stanowi drugą część artykułu, którego pierwsza część ukazała się w "Rocznikach Filozoficznych" 28: 1980 z. 1 s. 133–148. Przy końcu części pierwszej zostały sformułowane reguły dołączania i opuszczania symboli π i σ (Dπ, Oπ, Dσ, Oσ) i podane przykłady dowodów przeprowadzonych z zastosowaniem tych reguł. Obecnie omówimy nieco dokładniej te reguły, modyfikując je nieco, a w szczególności upraszczając ograniczenia występujące w ich sformułowaniu. Wyjaśnimy sens intuicyjny tych ograniczeń i wskażemy, jak dzięki tym ograniczeniom unika się w przedstawianym systemie dowodu zdania formułującego możliwość nieprawidłowego przestawienia w zdaniach symboli π i σ. Dwa sformułowania reguły opuszczania stałej σ (z użyciem stałych lub bez użycia stałych) odpowiadają dwom sformułowaniom reguły opuszczania kwantyfikatora szczegółowego[1]. Podajemy obecnie sformułowania wymienionych reguł. Przypominamy, że używane w schematach tych reguł wyrażenie $\phi(\pi a)$ (lub wyrażenie $\phi(\sigma a)$) oznacza wyrażenie, w którym symbol π (lub symbol σ) jest pierwszym od lewej strony symbolem występującym w tym wyrażeniu spośród występujących w tym wyrażeniu symboli π, σ, a więc nie poprzedzonym w tym wyrażeniu żadnym z tych symboli. Będziemy używać dużych liter alfabetu łacińskiego jako zmiennych wprowadzanych przy stosowaniu w odpowiedni sposób reguł opuszczania i dołączania stałych π, σ. Jako stałych wprowadzanych przy stosowaniu reguły opuszczania stałej σ będziemy też używać tych liter z naturalnymi dolnymi wskaźnikami oraz z dolnymi wskaźnikami będącymi dużymi literami tego alfabetu. Występujące w schemacie danej reguły wyrażenia $\phi(A)$, $\phi(A_1)$, $\phi(A_C)$ oznaczają wyrażenia powstające z wyrażenia $\phi(\sigma a)$ (lub wyrażenia $\phi(\pi a)$) przez zastąpienie kon-

[1] Por. L. B o r k o w s k i. *Wprowadzenie do logiki i teorii mnogości.* Lublin 1991, s. 90–95.

tekstu σa (lub kontekstu πa) odpowiednio przez zmienną A, stałą A_1 lub złożone wyrażenie nazwowe A_C. Analogicznie w przypadku wyrażenia $\phi(\pi b)$ (lub wyrażenia $\phi(\sigma b)$) używa się wyrażeń B, B_1, B_C.

Dla ułatwienia zrozumienia wprowadzonych sformułowań reguł i występujących w nich ograniczeń zwracamy uwagę na to, że w bezkwantyfikatorowym rachunku nazw wyrażenie "każde a" odpowiada w systemie zawierającym kwantyfikatory wyrażeniu $\underset{A\varepsilon a}{\forall}$, zaś wyrażenie "pewne a" odpowiada wyrażeniu $\underset{A\varepsilon a}{\exists}$, a więc wyrażenia te odpowiadają kwantyfikatorom ograniczonym do przedmiotów. Wyrażenie "każde a" odpowiada kwantyfikatorowi ogólnemu o ograniczonym zakresie, wyrażenie "pewne a" odpowiada kwantyfikatorowi szczegółowemu o ograniczonym zakresie.

$$\mathrm{O}\pi \quad \frac{\phi(\pi a)}{A\varepsilon a \rightarrow \phi(A)}$$

gdzie A jest dowolnym wyrażeniem nazwowym.

$$\mathrm{D}\pi \quad \frac{A\varepsilon a \rightarrow \phi(A)}{\phi(\pi a)}$$

jeśli A jest zmienną, która nie jest wolną ani w założeniach dowodu, ani w założeniach dodatkowych, ani w wyrażeniu $\phi(\pi a)$, a także jeśli zmienna A nie występuje w wyrażeniu $\phi(A)$ na żadnym miejscu jako wskaźnik przy stałych wprowadzanych przez drugi schemat reguły $\mathrm{O}\sigma$ przy użyciu stałych.

$$\mathrm{D}\sigma \quad \frac{A\varepsilon a \wedge \phi(A)}{\phi(\sigma a)}$$

gdzie A jest wyrażeniem nazwowym.

Bez użycia stałych formułujemy regułę $\mathrm{O}\sigma$ następująco:

$$\phi(\sigma a)$$

$$\frac{A\varepsilon a \wedge \phi(A) \vdash \psi}{\psi}$$

gdzie zmienna wolna A nie występuje w dotychczasowych wierszach dowodu ani w wyrażeniu ψ.

Dowód przeprowadzony według tak sformułowanej reguły przebiega następująco: Jeśli w dowodzie występuje wyrażenie $\phi(\sigma a)$ i z założenia dodatkowego $A\varepsilon a \wedge \phi(A)$ oraz dotychczasowych wierszy dowodu otrzymamy wyrażenie ψ i spełnione są przy tym warunki podane w sformułowaniu tej reguły, to do dowodu można dołączyć wyrażenie ψ.

Przytoczymy obecnie (w nieco zmienionym zapisie) przeprowadzony za pomocą tej reguły dowód tezy T27, podanej na końcu części pierwszej, wyjaśniając na przykładzie sens intuicyjny stosowanej reguły.

T27. $\sigma a P \pi b \rightarrow \pi b \breve{P} \sigma a$

1	$\sigma a P \pi b$	z.
1.1	$A \varepsilon a \wedge A P \pi b$	z.d.
1.2	$B \varepsilon b \rightarrow A P B$	$\mathrm{O}\pi$, 1.1
1.1.1	$B \varepsilon b$	z.d.
1.1.2	APB	1.2, 1.1.1
1.1.3	$A \varepsilon a \wedge B \breve{P} A$	1.1, 1.1.2, df $\smile$
1.1.4	$B \breve{P} \sigma a$	$\mathrm{D}\sigma$, 1.1.3
1.3	$B \varepsilon b \rightarrow B \breve{P} \sigma a$	1.1.1 $\rightarrow$ 1.1.4
1.4	$\pi b \breve{P} \sigma a$	$\mathrm{D}\pi$, 1.3
	$\pi b \breve{P} \sigma a$	$\mathrm{O}\sigma$, 1, 1.1 $\rightarrow$ 1.4

Jako przykład T27 weźmiemy następujące zdanie: Jeśli pewni abonenci tej biblioteki przeczytali każdą książkę z tej biblioteki, to każda książka z tej biblioteki została przeczytana przez pewnych abonentów tej biblioteki.

Myśl dowodu T27 zilustrujemy na tym przykładzie. Zakładamy, że pewni abonenci tej biblioteki przeczytali każdą książkę z tej biblioteki (z. 1). Przyjmujemy, jako założenie dodatkowe, że A jest abonentem tej biblioteki i że A przeczytał każdą książkę z tej biblioteki (z. 1.1). Na tej podstawie dowodzimy, że każda książka z tej biblioteki została przeczytana przez pewnego abonenta tej biblioteki (1.4). A wiec wykazaliśmy, że jeśli ktoś jest abonentem tej biblioteki, który przeczytał każdą książkę z tej biblioteki, to każda książka z tej biblioteki została przeczytana przez pewnego abonenta tej biblioteki (1.1 $\rightarrow$ 1.4). Stąd i z faktu, że z założenia z. 1 wynika, że ktoś jest abonentem tej biblioteki, który przeczytał każdą książkę z tej biblioteki, wnioskujemy, że z poprzednika przytoczonego zdania wynika jego następnik, a więc, że to zdanie jest prawdziwe.

Przy użyciu stałych formułujemy regułę $\mathrm{O}\sigma$ następująco:

1) W przypadku, gdy w wyrażeniu $\phi(\sigma a)$ nie występują różne od zmiennej A zmienne $B, C, ...$, wprowadzane przez regułę $\mathrm{O}\pi$, schemat reguły $\mathrm{O}\sigma$ ma postać:

$$\frac{\phi(\sigma a)}{A_i \varepsilon a \wedge \phi(A_i)}$$

gdzie $i = 1, 2, ...$. A_i $(i = 1, 2, ...)$ jest tutaj stałą, oznaczającą jakiś przedmiot spełniający warunek $\phi(A)$.

Przy tym za każdym razem stosowania reguły $\mathrm{O}\sigma$ w tym samym dowodzie wprowadzamy nową stałą dotąd w dowodzie nie występującą.

2) W przypadku, gdy w wyrażeniu $\phi(\sigma a)$ występują różne od zmiennej A zmienne $B, C, ...$, wprowadzane przez regułę $\mathrm{O}\pi$, schemat reguły $\mathrm{O}\sigma$ ma postać:

$$\frac{\phi(\sigma a)}{A_{B,C,...} \varepsilon a \wedge \phi(A_{B,C,...})}$$

gdzie zmienne $B, C, ...$ są wszystkimi różnymi od zmiennej A zmiennymi wprowadzanymi przez regułę $\mathrm{O}\pi$.

Stosując regułę $\mathrm{O}\sigma$ z użyciem stałych, otrzymujemy następujący dowód tezy T27:

1	$\sigma a P \pi b$	z.
2	$A_1 \varepsilon a \wedge A_1 P \pi b$	$\mathrm{O}\sigma, 1$
3	$B \varepsilon b \rightarrow A_1 P B$	$\mathrm{O}\pi, 2$
4	$B \varepsilon b \rightarrow B \breve{P} A_1$	3, df $\smile$
1.1	$B \varepsilon b$	z.d.
1.2	$B \breve{P} A_1$	4, 1.1
1.3	$A_1 \varepsilon a \wedge B \breve{P} A_1$	2, 1.2
1.4	$B \breve{P} \sigma a$	$\mathrm{D}\sigma, 1.3$
5	$B \varepsilon b \rightarrow B \breve{P} \sigma a$	$1.1 \rightarrow 1.4$
	$\pi b \breve{P} \sigma a$	$\mathrm{D}\pi, 5$

Myśl tego dowodu ilustrujemy na podanym powyżej przykładzie następująco:

Zakładamy, że pewni abonenci tej biblioteki przeczytali każdą książkę z tej biblioteki (z.1). Jednego z takich abonentów oznaczamy literą A_1. A więc A_1 przeczytał każdą książkę z tej biblioteki (2). Stąd wynika, że jeśli B

jest dowolną książką z tej biblioteki, to książka B została przeczytana przez A_1, a więc przez pewnych abonentów tej biblioteki (5). A więc z przyjętego założenia wynika, że każda książka z tej biblioteki została przeczytana przez pewnych abonentów tej biblioteki (ostatni wiersz dowodu). Prawdziwe jest więc zdanie: Jeśli pewni abonenci tej biblioteki przeczytali każdą książkę z tej biblioteki, to każda książka z tej biblioteki została przeczytana przez pewnych jej abonentów.

Rozpatrzymy obecnie, jak ograniczenia wprowadzone w sformułowaniach przedstawionych reguł uniemożliwiają przeprowadzenie dowodów wyrażeń fałszywych. Jako jeden z przykładów weźmiemy odwrócenie T27, tj. wyrażenie $\pi b\breve{P}\sigma a \rightarrow \sigma aP\pi b$, i wskażemy, w którym punkcie próba dowodu tego wyrażenia urywa się.

1	$\pi b\breve{P}\sigma a$	z.
2	$B\varepsilon b \rightarrow B\breve{P}\sigma a$	$\mathrm{O}\pi$, 1
1.1	$B\varepsilon b$	z.d.
1.2	$B\breve{P}\sigma a$	2, 1.1
1.3	$A_B\varepsilon a \wedge B\breve{P}A_B$	$\mathrm{O}\sigma$, 1.2
1.4	$A_B\varepsilon a \wedge A_BPB$	df $\smile$, 1.3
3	$B\varepsilon b \rightarrow A_B\varepsilon a \wedge A_BPB$	$1.1 \rightarrow 1.4$

Dowód urywa się w tym miejscu. Do wiersza 3 nie można mianowicie zastosować reguły $\mathrm{D}\pi$, gdyż zmienna B występuje w nim również jako wskaźnik przy stałej A_B, wprowadzonej w wierszu 1.3 przez drugi schemat reguły $\mathrm{O}\sigma$ z użyciem stałych.

Nawiązując do podanego przykładu, można stwierdzić, że z założenia, iż każda książka z tej biblioteki została przeczytana przez pewnych jej abonentów, wynika tylko tyle, że jeśli B jest książką z tej biblioteki, to jest taki abonent tej biblioteki, który ją przeczytał (którego oznaczamy jako A_B) (3). Stąd zaś wcale nie wynika, że jest taki abonent tej biblioteki, który przeczytał każdą książkę z tej biblioteki.

Gdybyśmy do wiersza 1.2 zastosowali regułę $\mathrm{O}\sigma$ bez użycia stałych, otrzymalibyśmy w wierszu 1.3 wyrażenie: $A\varepsilon a \wedge B\breve{P}A$, które trzeba by przyjąć jako założenie dodatkowe o numerze 1.1.1. Ponieważ w tym założeniu, jak i w założeniu 1.1, występuje zmienna wolna B, nie ma możliwości zastosowania tu reguły $\mathrm{D}\pi$, a więc również i w tym przypadku dowód urywa się.

Podobnie jak nie można udowodnić odwrócenia T27, nie można udowodnić wyrażenia $\pi a P \sigma b \rightarrow \sigma b \overset{\smile}{P} \pi a$. Potwierdza to podaną w części pierwszej uwagę, że kontekstów πa, σa nie można traktować jako wyrażeń nazwowych, gdyż dla wszystkich wyrażeń nazwowych a, b tezą jest wyrażenie: $aPb \rightarrow b\overset{\smile}{P}a$[2].

Można natomiast udowodnić tezy T32, T33 analogiczne do T27:

T32. $\sigma a P \sigma b \rightarrow \sigma b \overset{\smile}{P} \sigma a$

1	$\sigma a P \sigma b$	z.
2	$A_1 \varepsilon a \wedge A_1 P \sigma b$	$1, \mathrm{O}\sigma, 1$
3	$A_2 \varepsilon b \wedge A_1 P A_2$	$2, \mathrm{O}\sigma, 2$
4	$A_2 \overset{\smile}{P} A_1$	df $\smile$, 3
5	$\sigma b \overset{\smile}{P} A_1$	$\mathrm{D}\sigma, 4, 3$
	$\sigma b \overset{\smile}{P} \sigma a$	$\mathrm{D}\sigma, 5, 2$

T33. $\pi a P \pi b \rightarrow \pi b \overset{\smile}{P} \pi a$

1	$\pi a P \pi b$	z.
2	$A \varepsilon a \rightarrow A P \pi b$	$\mathrm{O}\pi, 1$
1.1	$A \varepsilon a$	z.d.
1.2	$A P \pi b$	$2, 1.1$
1.3	$B \varepsilon b \rightarrow A P B$	$\mathrm{O}\pi, 1.2$
1.4	$B \varepsilon b \rightarrow B \overset{\smile}{P} A$	df $\smile$, 1.3
3	$A \varepsilon a \rightarrow (B \varepsilon b \rightarrow B \overset{\smile}{P} A)$	$1.1 \rightarrow 1.4$
4	$B \varepsilon b \rightarrow (A \varepsilon a \rightarrow B \overset{\smile}{P} A)$	3
2.1	$B \varepsilon b$	z.d.
2.2	$A \varepsilon a \rightarrow B \overset{\smile}{P} A$	$4, 2.1$

[2] Uwaga odnosi się do wyrażenia "pewne *a*", rozumianego jako niektóre *a* (w sensie przynajmniej niektóre, a nie tylko niektóre), a nie dotyczy wyrażenia "pewien (jakiś) *a*", występującego w kontekstach, w których wyraz ten oznacza dokładnie jeden przedmiot, który jest *a*. Por. mój artykuł: *Logiczna analiza wyrażenia "jakiś (jakaś, jakieś) a"* w niniejszym tomie "Roczników Filozoficznych".

2.3	$B\breve{P}\pi a$	Dπ, 2.2
5	$B\varepsilon b \rightarrow B\breve{P}\pi a$	$2.1 \rightarrow 2.3$
	$\pi b\breve{P}\pi a$	Dπ, 5

Przykładem tezy T33 jest zdanie:

Jeśli każdy abonent tej biblioteki przeczytał każdą książkę z tej biblioteki, to każda książka z tej biblioteki została przeczytana przez każdego abonenta tej biblioteki.

Analogiczne zdanie, w którym zamiast wyrazu "każdy" występuje wyraz "pewni", jest przykładem T32.

Tezy T27, T32, T33 odpowiadają prawom przestawiania kwantyfikatorów o ograniczonym zakresie.

Prawom rozkładania i wyciągania kwantyfikatorów o ograniczonym zakresie odpowiadają następujące tezy:

$\pi a\varepsilon b \wedge \pi a\varepsilon c \equiv \pi a\varepsilon b \cap c$
$\sigma a\varepsilon b \vee \sigma a\varepsilon c \equiv \sigma a\varepsilon b \cup c$
$\pi a\varepsilon b \vee \pi a\varepsilon c \rightarrow \pi a\varepsilon b \cup c$
$\sigma a\varepsilon b \cap c \rightarrow \sigma a\varepsilon b \wedge \sigma a\varepsilon c$

T34. $P(\pi a) \wedge P(\pi b) \equiv P(\pi(a \cup b))$

1	$P(\pi a)$	z.
2	$P(\pi b)$	z.
3	$A\varepsilon a \rightarrow P(A)$	Oπ, 1
4	$A\varepsilon b \rightarrow P(A)$	Oπ, 2
5	$A\varepsilon a \vee A\varepsilon b \rightarrow P(A)$	3, 4
6	$A\varepsilon a \cup b \rightarrow P(A)$	5
	$P(\pi(a \cup b))$	Dπ, 6
1	$P(\pi(a \cup b))$	z.
2	$A\varepsilon a \cup b \rightarrow P(A)$	Oπ, 1
3	$A\varepsilon a \vee A\varepsilon b \rightarrow P(A)$	2
4	$A\varepsilon a \rightarrow P(A)$	3
5	$A\varepsilon b \rightarrow P(A)$	3
6	$P(\pi a)$	Dπ, 4
7	$P(\pi b)$	Dπ, 5

	$P(\pi a) \wedge P(\pi b)$	6,7

Według T34 zdanie: "Każdy uczeń klasy trzeciej zdał egzamin i każdy uczeń klasy czwartej zdał egzamin" jest równoważne zdaniu: "Każdy uczeń klasy trzeciej lub klasy czwartej zdał egzamin".

T35. $P(\sigma a) \vee P(\sigma b) \equiv P(\sigma(a \cup b))$

1	$P(\sigma a) \vee P(\sigma b)$	z.
1.1	$P(\sigma a)$	z.d.
1.2	$A_1 \varepsilon a \wedge P(A_1)$	Oσ,1.1
1.3	$A_1 \varepsilon a \cup b \wedge P(A_1)$	1.2
1.4	$P(\sigma(a \cup b))$	Dσ,1.3
2.1	$P(\sigma b)$	z.d.
2.2	$A_2 \varepsilon b \wedge P(A_2)$	Oσ,2.1
2.3	$A_2 \varepsilon a \cup b \wedge P(A_2)$	2.2
2.4	$P(\sigma(a \cup b))$	Dσ,2.3
	$P(\sigma(a \cup b))$	$1, 1.1 \rightarrow 1.4, 2.1 \rightarrow 2.4$
1	$P(\sigma(a \cup b))$	z.
2	$A_1 \varepsilon a \cup b \wedge P(A_1)$	Oσ,1
3	$(A_1 \varepsilon a \vee A_1 \varepsilon b) \wedge P(A_1)$	2
4	$A_1 \varepsilon a \wedge P(A_1) \vee A_1 \varepsilon a \wedge P(A_1)$	3
1.1	$A_1 \varepsilon a \wedge P(A_1)$	z.d.
1.2	$P(\sigma a)$	Dσ,1.1
2.1	$A_1 \varepsilon b \wedge P(A_1)$	z.d.
2.2	$P(\sigma b)$	Dσ,2.1
	$P(\sigma a) \vee P(\sigma b)$	$4, 1.1 \rightarrow 1.2, 2.1 \rightarrow 2.2$

Według T35 zdanie: "Pewni uczniowie klasy trzeciej nie zdali egzaminu lub pewni uczniowie klasy czwartej nie zdali egzaminu" jest równoważne zdaniu: "Pewni uczniowie klasy trzeciej lub klasy czwartej nie zdali egzaminu".

W podanych poniżej tezach występują wyrażenia zdaniowe o postaci $\pi a \varepsilon b$, $\sigma a \varepsilon b$. Zgodnie z uwagą podaną w części pierwszej na s. 143 predykatami w tych wyrażeniach są odpowiednio wyrażenia: $\pi ... \varepsilon$ (każde...jest), $\sigma ... \varepsilon$ (pewne ...są).

T36. $\pi a \varepsilon b \equiv \sim \sigma a \varepsilon - b$

1	$\pi a \varepsilon b$	z.
2	$\sigma a \varepsilon - b$	z.d.n.
3	$A_1 \varepsilon a \wedge A_1 \varepsilon - b$	$O\sigma, 2$
4	$A_1 \varepsilon a \rightarrow A_1 \varepsilon b$	$O\pi, 1$
5	$\sim A_1 \varepsilon b$	$3, \mathrm{df} - b$
6	$A_1 \varepsilon b$	$4, 3$
	sprz.	$5, 6$
1	$\sim \sigma a \varepsilon - b$	z.
2	$\sim \pi a \varepsilon b$	z.d.n.
3	$P \sigma a \varepsilon b$	$1, \mathrm{df} - b$
4	$A_1 \varepsilon a \wedge A_1 \varepsilon b$	$O\sigma, 3$
5	$A_1 \varepsilon a \rightarrow \sim A_1 \varepsilon b$	$O\pi, 2$
6	$A_1 \varepsilon b$	4
7	$\sim A_1 \varepsilon b$	$5, 4$
	sprz.	$6, 7$

T36 można odczytać następująco:
Każde *a* jest *b* wtedy i tylko wtedy, gdy nie jest tak, że pewne *a* są nie *b*.

Podstawiając w T36 $-b$ za b, negując obie strony równoważności i redukując dwa znaki negacji występujące obok siebie, otrzymujemy:

T37. $\sigma a \varepsilon b \equiv \sim \pi a \varepsilon - b$

Pewne *a* są *b* wtedy i tylko wtedy, gdy nie jest tak, że każde *a* jest nie *b*.

T36 pozwala zdefiniować π za pomocą σ; teza T37 pozwala zdefiniować σ za pomocą π.

Negując obie strony T36, T37 i redukując dwa powtarzające się znaki negacji, otrzymujemy tezy:

T38. $\sim \pi a \varepsilon b \equiv \sigma a \varepsilon - b$

Nie jest tak, że każde *a* jest *b* wtedy i tylko wtedy, gdy pewne *a* są nie *b*.

T39. $\sim \sigma a \varepsilon b \equiv \pi a \varepsilon - b$

Nie jest tak, że pewne *a* są *b* wtedy i tylko wtedy, gdy każde *a* jest nie *b*.

Ze względu na swój sens intuicyjny tezy T36–T39 odpowiadają szczególnym przypadkom praw, pozwalających jeden z kwantyfikatorów o ograniczonym zakresie (ogólny lub szczegółowy) zdefiniować za pomocą drugiego, oraz szczególnym przypadkom praw de Morgana dla kwantyfikatorów o ograniczonym zakresie. Ogólne sformułowanie tych praw otrzymalibyśmy, gdybyśmy zamiast predykatów "$\pi ... \varepsilon$", "$\sigma ... \varepsilon$" wzięli predykaty "$\pi ... P$", "$\sigma ... P$".

W języku naturalnym używa się nieraz zwrotow typu "każde (pewne) a będące b" lub też "każde (pewne) a, które jest (są) b". Można te zwroty zapisać za pomocą kontekstów $\pi(a \cap b), \sigma(a \cap b)$. Świadczy o tym fakt, że stosując np. regułę $O\pi$ do wyrażenia $\phi(\pi(a \cap b))$ i korzystając z definicji symbolu $\cap$, otrzymujemy wyrażenie $A\varepsilon a \wedge A \varepsilon b \rightarrow \phi(A)$. Posługując się takimi kontekstami oraz symbolami: S = następnik, $\mathcal{N}$ = liczba naturalna, można np. w rachunku nazw sformułować zasadę indukcji matematycznej następująco:

$$0\varepsilon a \wedge S(\pi(\mathcal{N} \cap a))\varepsilon a \rightarrow \pi\mathcal{N}\varepsilon a$$

Słownie: Jeśli 0 jest a i następnik każdej liczby naturalnej będącej a jest a, to każda liczba naturalna jest a.

Można łatwo zauważyć, że podane w pierwszej części reguły dołączania i opuszczania stałych a, i sylogistyki arystotelesowskiej stanowią szczególny przypadek reguł dołączania i opuszczania stałych π, σ.

Język naturalny nie zawiera kwantyfikatorów, które są operatorami wiążącymi zmienne. Zawiera jednak takie wyrażenia, jak "każde a", "pewne a", za pomocą których można wyrazić różne treści formułowane przy użyciu kwantyfikatorów. Budując bezkwantyfikatorowy założeniowy system rachunku nazw, chcemy z jednej strony zbudować system jak najbardziej zbliżony do języka naturalnego, w którym można by wyrazić wiele treści formułowanych przy użyciu kwantyfikatorów. Z drugiej zaś strony wprowadzone tu reguły operowania wyrażeniami "każde a", "pewne a" są regułami wtórnymi w systemie zawierającym kwantyfikatory. A więc sformułowanie tych reguł umożliwia bezpośrednie ich zastosowanie do odpowiednich przykładów wyrażeń formułowanych w języku naturalnym, bez konieczności ich przeformułowywania przy użyciu kwantyfikatorów. Oczywiście należy zdawać sobie sprawę z tego, że system zawierający kwantyfikatory jest znacznie bogatszy od systemu bezkwantyfikatorowego, co umożliwia niekiedy wprowadzenie w nim subtelniejszych sformułowań od tych, które dają się wyrazić w systemie bezkwantyfikatorowym.

A QUANTIFIER-LESS SUPPOSITIONAL SYSTEM
OF THE CALCULUS OF NAMES
Part II

S u m m a r y

The restrictions occurring in the formulations of the rules of adding and omitting the constants π and σ in the suppositional proofs of the theses of the suppositional system of the calculus of names are simplified. Various theorems containing these constants are proved, among others the theorems corresponding to the basic theses for quantifiers with a limited range in the predicate calculus.

Summarized by Ludwik Borkowski