ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom XXXIX–XL, zeszyt 1 – 1991–1992

ANNA I. BUCZEK
Lublin

O PEWNEJ KONCEPCJI FILOZOFII MATEMATYKI

Konieczność uwzględnienia jakiejś filozofii w rozważaniach nad naukami jest dostrzegana coraz powszechniej. Przede wszystkim w odniesieniu do nauk formalnych postulat taki jest wyraźnie formułowany. Filozoficzne ubogacenie tych rozważań ma na celu pełne wyświetlenie statusu nauk formalnych oraz ich właściwego usytuowania w całokształcie kultury. Ze względu na rozłożone akcenty mówi się o filozoficznych aspektach nauk albo o ich filozoficznych podstawach, albo jedynie o ich filozoficznym zaangażowaniu. Obok tych raczej przyczynkarskich badań coraz częściej podejmuje się próby zbudowania jakiejś – w miarę możliwości – całościowej filozofii poszczególnych nauk formalnych. Proponujemy przyjrzeć się próbie zarysowania pewnej koncepcji filozofii matematyki.

Matematyka jest osobliwą dziedziną wiedzy ludzkiej[1]. Ujawnia się to w aspekcie zarówno epistemologiczno-metodologicznym, jak i ontologicznym. Nie wiadomo do końca, ani jaka jest natura poznania matematycznego, ani co jest

[1] Opowiadamy się tym samym za pluralizmem wiedzy, czyli stanowiskiem, które przyjmuje, że istnieje kilka podstawowych, nawzajem niesprowadzalnych typów wiedzy: wiedza potoczna, naukowa i filozoficzna. W obrębie zaś wiedzy naukowej uznaje się różnicę między naukami realnymi a formalnymi. Odrzucamy tym samym stanowisko monizmu epistemologicznego (J. S. Mill, W. V. Quine, I. Lakatos, H. Putnam), według którego takie przeciwstawienie jest nie do przyjęcia. Por. S. K a m i ń s k i, *Typy ludzkiej wiedzy*, [w:] t e n ż e, *Jak filozofować? Studia z metodologii filozofii klasycznej*, do druku przygotował T. Szubka, Lublin 1989, s. 13-32; T. S z u b k a, *O uzasadnieniu pluralizmu wiedzy ludzkiej*, „Roczniki Filozoficzne", 35(1987), z. 1, s. 331-343; S. K a m i ń s k i, *Pojęcie nauki i klasyfikacja nauk*, Lublin 1981[3], s. 169 n., t e n ż e, *O kryteriach wartościowania wiedzy teoretycznej*, „Roczniki Filozoficzne", 30(1982), z. 2, s. 125; A. M. K r ą p i e c, *Monizm – pluralizm*, [w:] *W kręgu filozofii i religii*, pod red. ks. M. Kiliszka, J. Leskiewiczowej, Warszawa 1987, s. 1-70; t e n ż e, *O rozumienie filozofii*, (Dzieła, t. XIV), Lublin 1991, rozdz. IV: „Monizm – pluralizm" (s. 149-197).

przedmiotem matematyki, jaka jest jego geneza, ontyczna struktura i jak on istnieje. Także zarysowanie problematyki typowej dla różnych dyscyplin matematycznych natrafia na trudności i dalekie jest od jednomyślności. Rozmaitość poglądów sprawia, że pytanie: „Co to jest matematyka?", które interesowało filozofów zawsze, nie traci nic ze swej aktualności i dzisiaj. Niektórzy nawet sądzą, że powinno być ono stawiane z całą ostrością ciągle na nowo, ponieważ nie ma w tej sprawie rozstrzygnięć arbitralnych i ogólnie akceptowanych.

Matematyka jest dyscypliną otwartą, ciągle ubogacaną, rozwijającą się, i to wielostronnie. Podlegają więc modyfikacjom i zmianom zarówno determinacja jej przedmiotu, jak i sposób jej ustalania. Zmieniać się więc musi także lista zagadnień o charakterze filozoficznym związanych z matematyką. Wystarczy wspomnieć o problemach powstałych w związku z konstrukcją i wprowadzeniem do matematyki teorii mnogości. Jeśli się tę wewnętrzną dynamikę teorii uwzględni, to nie można uchylać się od podejmowania badań mających na celu aktualizację i weryfikację proponowanych rozstrzygnięć, jak i już ustalonych stanowisk.

Na jakim gruncie można i należy te badania przeprowadzać? Czy możliwe jest wykorzystanie samozwrotności poznania i sformułowanie rodzących się problemów wokół determinacji natury matematyki w ramach samej matematyki? Kto ma dokonać uwyraźnienia filozoficznych założeń: matematyk czy filozof?

Niewątpliwie obydwaj natrafiają na wielkie bogactwo problematyki epistemologicznej i ontologicznej: filozof, gdy jest zainteresowany swoistymi procesami poznania matematycznego, i matematyk, jeśli jest skłonny dokonywać filozoficznej refleksji nad swoim dziełem (I. Dąmbska). Sprawdza się tymczasem w praktyce spostrzeżenie, które poczynił D. Dubarle, że „matematyk nieudolnie mówi o tym, co robi doskonale". Znane są też powiedzenia, że równie rzadko spotyka się matematyków o gruntownej kulturze filozoficznej, jak i filozofów o rozległej wiedzy matematycznej (N. Bourbaki). Nie trzeba zaś specjalnie uzasadniać, że do wyświetlenia zarysowanej tu problematyki pożyteczna, jeśli nie wymagana, byłaby równie dobra znajomość obydwu dziedzin. Tymczasem podkreśla się trudności płynące nie tylko ze strony matematyków, lecz przede wszystkim samej matematyki. Ta skomplikowana dziedzina wydaje się nauką, w której nie wiadomo, o czym mowa, ani też, czy to, co się w niej mówi, jest prawdziwe (B. Russell). Bardziej dobitnie formułował podobne stanowisko na przykład H. Putnam, który był przekonany, że im więcej znamy matematykę, tym mniej wiemy, czym się ona zajmuje, a jej przedmiot staje się coraz bardziej tajemniczy, żeby nie powiedzieć – mistyczny.

Jednocześnie wiadomo, że wielu matematyków było filozofami. Wystarczy wymienić tylko przykładowo: Platon, Kartezjusz, Bolzano, Frege, Russel. Z drugiej strony wiadomo też, że wielu matematyków o zainteresowaniach filozoficznych przechodziło w ciągu swego życia znaczną ewolucję poglądów. Nieliczni tylko odznaczali się konsekwentną, niezachwianą stałością swych postaw filozoficznych[2]. Uzasadnione jest więc przypuszczenie, że nie unikniemy dalszych trudności, gdy ograniczymy się tylko do wypowiedzi samych matematyków o swojej dziedzinie, także wtedy, gdy świadomie podejmują refleksję nad tym, co robią. Wobec tego należy uznać za zasadny postulat, aby ostrożnie przyjmować to, co matematycy mówią o matematyce, a raczej patrzeć, co i jak w niej robią.

W tej sytuacji może więc zwrócenie się z nadzieją w kierunku tradycji filozoficznej dostarczy nam więcej jasności w sprawie statusu matematyki. Powiązania filozofii i matematyki na przestrzeni dziejów rozwoju wiedzy były rozmaite i na różnych poziomach. Jest to fakt ogólnie uznawany.

Historycznie rzecz ujmując, do końca XVI w. matematyka zdominowana była przez badanie bardzo ograniczonej klasy bytów: liczb, wielkości, figur geometrycznych, czyli tego wszystkiego, co dało się ująć w kategorii ilości. Ta zaś była rozumiana jako stała, niezmienna – ciągła w odniesieniu do figur i nieciągła w dziedzinie liczbowej. Owe liczby, wielkości i figury były przedmiotami, które można było utożsamiać z pewnymi obiektami realnie istniejącymi i niemal zmysłowo dostępnymi, a ich związek z takimi obiektami można było w pewien sposób określić (najczęściej przez abstrakcję). Matematyka była wtedy traktowana jako kontemplacja obiektów, które są dane z zewnątrz i niezależne od ludzkiego poznania. Była jedną z dziedzin ludzkiej wiedzy. Może najlepszą, ale jedną pośród wielu.

Powstanie algebry jako samodzielnej dyscypliny, geometrii analitycznej i początki klasycznej analizy wyznaczyły następny okres jej rozwoju. Wielkość już nie jest traktowana jako stała, lecz zmienna zmierzająca do granicy. A w połowie XIX w. znano już nie tylko wielkości zmienne, ale i zmieniające się relacje. Od czasu mniej więcej Kartezjusza następuje rozdźwięk pomiędzy filozofią i matematyką. Dla filozofa stawała się ona coraz bardziej niezrozumiała, bo oddalająca się szybko od rzeczywistości. Była bardziej wiedzą o rezultatach konstrukcji i operacji dokonywanych przez matematyka niż wiedzą o tym, co jest. Stawała się coraz mniej dostępna, bo coraz bardziej skomplikowany stawał

[2] Stałością poglądów odznaczał się L. E. J. Brouwer, który całe życie był bezkompromisowym konceptualistą, także A. Church, który opowiadał się za platonizmem. Skrajnym nominalistą był A. Goodman. A np. D. Hilbert uchodzi za ojca współczesnego formalizmu, lecz jego matematyka w pewnym stopniu jest konceptualistyczna. K. Gödel jest zaliczany do platonistów, ale jego pierwsze prace były pod silnym wpływem szkoły D. Hilberta. W. Quine rozpoczynał jako logicysta, przez wiele lat pozostawał nominalistą, wreszcie gotów był opowiedzieć się za konceptualizmem, byleby tylko nie popaść w platonizm.

się jej przedmiot. Została więc jakoś wyodrębniona z całokształtu naukowego poznania.

W całej nowożytnej filozofii dominuje przekonanie o swoistości matematyki, odmienności jej poznania i jej odrębności od innych dziedzin naukowego poznania. Jeśli zajmowano się matematyką, to przede wszystkim dlatego, aby wyświetlić podstawy, na których ta odrębność matematyki się opiera i dzięki którym dałoby się ją usprawiedliwić. Odpowiedzi dawano różne, najczęściej wyznaczały je inspiracje czerpane z przyjętych uprzednio określonych stanowisk filozoficznych. Postawa wobec matematyki wkomponowana była w zakładany *implicite* system filozoficzny. Stąd cały wachlarz rozbieżnych opinii – od neopozytywistów, odmawiających matematyce jakiegokolwiek przedmiotu, poprzez ujęcia operacjonistyczne, według których punkt wyjścia matematyki przybiera osobliwy charakter, aż po radykalnych empirystów, którzy są zwolennikami utożsamienia ontycznego obiektu matematyki z rzeczywistością, ale wziętą w specjalnym, bardzo ogólnym aspekcie[3]. Jak wartościować te różne propozycje? Potrzebę podjęcia bardziej systematycznych badań, które mimo całego skomplikowanego bogactwa problematyki byłyby próbą oceny zgłaszanych stanowisk, dostrzegali zarówno matematycy, jak i filozofowie. Zainteresowania jednych i drugich oraz metody proponowanych badań znacznie sią jednak między sobą różniły. Różnice te były uwarunkowane nie tylko zakładanymi stanowiskami filozoficznymi, lecz także niejednakowym podejściem do problemu i odmiennymi punktami wyjścia.

W ten sposób wytworzyły się dwa zasadnicze nurty badań podstawowych, które miały na celu wyświetlenie osobliwości matematyki. Jeden to nurt – można powiedzieć – matematyczny, podyktowany wewnętrzną sytuacją w matematyce, zwany teorią podstaw matematyki; drugi, bardziej zewnętrzny – nazywany filozofią matematyki.

Pierwszy, choć obecny był w matematyce od starożytności, dopiero mniej więcej od czasu ostatniego kryzysu matematyki klasycznej na przełomie XIX i XX w., zwanego po prostu kryzysem podstaw matematyki, przybrał kształt świadomie podejmowanych i niezwykle zaawansowanych teoretycznie oddzielnych badań[4]. Wiązało się to głównie z trudnościami teorii mnogości, wynikającymi z nie dookreślonego pojęcia zbioru nieskończonego oraz wykrytymi w niej antynomiami, które okazały się groźne dla całej ówczesnej matematyki. To nowe wyzwanie, aby po raz kolejny matematyka dokonała samookreślenia, stało

---

[3] Por. K a m i ń s k i, *Pojęcie nauki i klasyfikacja nauk*, s. 259-266; t e n ż e, *O ilościowym charakterze przedmiotu matematyki*, „Roczniki Filozoficzne", 14(1966), z. 1, s. 126-130.

[4] Zob. O. B e c k e r, *Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung*, Freiburg 1964.

się źródłem i motywem rozwoju współczesnej postaci badań nad jej podstawami. Podjęła je z jednej strony sama teoria mnogości, przyjmując na siebie rolę podstawowej dyscypliny matematycznej, z drugiej zaś logika matematyczna. Ta ostatnia zresztą czerpała wiele inspiracji z rozwoju wszelkich dziedzin formalnych, np. powstanie geometrii nieeuklidesowych dostarczyło jej nowych bodźców na równi z trudnościami semantyki.

Należy podkreślić, że nawet współczesna postać badań nad podstawami matematyki nigdy nie była jednolita. Pojawiały się różne akcenty, wskazujące na niekiedy jednostronne i już z góry wartościujące podejścia: od czysto matematycznego (L. Henkin), poprzez teoriopoznawcze podstawy matematyki, traktujące całą matematykę jako poznanie (Ch. Thiel), aż po filozoficzne problemy związane raczej z poszczególnymi pojęciami podstawowymi (G. Frey).

To ostatnie stanowisko skłania zapewne niektórych (np. J. Perzanowskiego) do uznania, że podstawy matematyki są ogólną refleksją nad matematyką i wobec tego obejmują również tzw. filozofię matematyki[5]. Takie szerokie rozumienie badań podstawowych różni się od dotychchczas przyjmowanego. Przypomnijmy, że podstawy matematyki są pojmowane jako badania pozostające w nurcie inspirowanym matematyką, jej rozwojem, jej dynamiką i jej trudnościami. Źródeł zaś filozofii matematyki należy szukać nie tylko w samej matematyce. Nie wydaje się więc możliwe, aby można było ją podporządkować jako składową podstawom matematyki. Zasadniczym problemem dla rozstrzygnięcia tej sprawy wydaje się jednak ustalenie, jak rozumie się filozofię i jej stosunek do nauki.

Odrębny nurt logiczny to nurt bardziej formalny, dotyczący teorii podstaw logiki i matematyki. Centralnym zagadnieniem dla niego jest pytanie o logiczną strukturę wiedzy. Dlatego miejsce wyróżnione przyznano metamatematyce, pojętej jako teoria dowodu (D. Hilbert). W jej ramach uzyskano wiele ważnych wyników, precyzujących pojęcie systemu sformalizowanego i jego własności metodami finitystycznymi. Ograniczoność wykorzystanych środków i w związku z tym wybiórczość formułowanych zagadnień zacieśniła możliwości postawienia problemów związanych z naturą matematyki. Matematykę rozumie się tu w określony sposób, i to już w punkcie wyjścia. Przezwyciężając więc radykalny formalizm, próbowano rozszerzać problematykę w ramach metodologii nauk formalnych lub logiki nauk ścisłych (A. Nowaczyk), uwzględniających również

[5] L. Henkin, *Matematyczne podstawy matematyki*, „Wiadomości Matematyczne", 18(1974) 55-80; Ch. Thiel, *Erkenntnistheoretische Grundlagen der Mathematik*, Hildesheim 1982; G. Frey, *Einführung in die philosophischen Grundlagen der Mathematik*, Hannover 1968; J. Perzanowski, *Podstawy matematyki i logiki*, [w:] *Mała Encyklopedia Logiki*, Wrocław 1988[2], s. 141-151.

aspekty semantyczne. Wprawdzie gwarantuje ona nieco szersze podejście niż to z matematyki, ale nie obejmuje – bo nie może obejmować – wyjaśnień dotyczących natury matematyki. Filozofię rozumie się tu wąsko – jako swoistą matanaukę, będącą refleksją nad aparaturą pojęciową nauki i jej językiem. Czasem idzie się jeszcze dalej, przyjmując, że filozofia może być częściowo hipotetycznym, przedmiotowym dopełnieniem nauki. Wtedy jest ona po prostu zespolona z nauką. To stanowisko wyraźnie monistyczne[6].

Sumując, należy stwierdzić, że badania nad podstawami matematyki w wersjach dotąd omawianych były ważne, ale jednak jednostronne. Mimo to wydaje się zbędne stawianie pytań o potrzebę podejmowania tego typu analiz. Bronią się one same poprzez uzyskane wyniki, nadto zawsze były stymulowane wewnętrznym rozwojem matematyki. Z niej wyrosły, na jej potrzeby odpowiadały. Nie mogły nie być podjęte. Natomiast rodzi się inne pytanie: czy będąc konieczne, były zarazem wystarczające? Czy wyjaśniły ostatecznie skomplikowaną, złożoną sytuację matematyki? Czy dopomogły w jej ostatecznym ugruntowaniu?

Wybiórczość rozważań, jednostronność podejść i wartościujące punkty wyjścia zdają się wskazywać na fragmentaryczność rozwiązań i odpowiedzi. Charakterystyka matematyki na tej drodze otrzymana jest niepełna. Domaga się więc uzupełnienia. Ale i w tej sprawie nie ma zgody. Chociaż oczywista wydaje się niezbędność uwzględnienia oferty filozofii, czyli zewnętrznej oceny matematycznej osobliwości, niektórzy (jak np. intuicjoniści) odmawiają filozofii przydatności do wyjaśnienia odmienności matematyki. A przecież wiadomo, że o swoistości matematyki można mówić nie tylko w aspekcie epistemologiczno-metodologicznym, lecz także ontologicznym. Wtedy jednak wkraczamy wyraźnie na teren filozofii, i to odpowiednio pojętej. Nie może to być filozoficzna refleksja nad matematyką uprawiana przez matematyków jakby na marginesie ani taki rodzaj filozofii, która byłaby wprawdzie odrębną dyscypliną, lecz uprawianą zgodnie z rygorami wiedzy naukowej (jak tego by chcieli neopozytywiści). Nie może to być filozofia bazująca na naukach i będąca ich uogólnieniem. Dlatego wydaje się, że filozofii matematyki nie można sprowadzić do rejestru współczesnych kierunków w niej występujących[7]. Wszystkie

[6] Dla nas jest to stanowisko nie do przyjęcia. Uważamy filozofię za dyscyplinę autonomiczną co do przedmiotu i metod. Ale też uznajemy, że metodologiczna autonomia filozofii w stosunku do nauk szczegółowych nie wyklucza ich wzajemnych związków i wpływów genetycznych lub funkcjonalnych. Por. K a m i ń s k i, *O naturze filozofii*, [w:] t e n ż e, *Jak filozofować?*, s. 46; K r ą p i e c, *O rozumienie filozofii*.

[7] A tak zdaje się sądzić T. Batóg, poniekąd i R. Murawski. Warto jednak zauważyć, że kierunki w filozofii matematyki wyrosły z podejmowania prób udzielenia odpowiedzi na konkretne problemy kryzysowe w podstawach matematyki. Nie są to wszelako próby ugruntowania mate-

one ukształtowały się w nawiązaniu do znanych poglądów filozoficznych, zwłaszcza: Platona, Arystotelesa, Leibniza i Kanta. Wszelako ich punkt widzenia nie jest typowo filozoficzny, matematyka zaś znacznie ograniczona. Dodajmy, że przynajmniej dwa z nich, logicyzm i formalizm, są już właściwie, w pewnej ich radykalnej wersji, przezwyciężone. Intuicjonizm może jest najbardziej obiecujący, ale też nie w pierwotnej wersji. Stąd postulat, aby za właściwą koncepcję filozofii matematyki uznać tę, której normą byłoby dotarcie do faktycznej matematycznej praktyki badawczej, a nie taką, która wynikałaby z przyjętych uprzednio założeń.

Dotychczasowa prezentacja sposobów rozumienia filozofii matematyki doprowadziła nas do przekonania, że niewątpliwie wszystkie propozycje dotykają problematyki filozoficznej związanej z matematyką, ale jej nie wyczerpują. Stanowią fragmentaryczną, wycinkową charakterystykę matematyki albo jako poznania osobliwego rodzaju, albo jako nauki, której jedynie podstawy należy formalnie dobrze ugruntować, aby nie powodowały kryzysu.

Wydaje się wszakże, iż można, a nawet należy spróbować łączyć obydwa punkty widzenia: korzystając z analizy praktyki badawczej matematyków, podejmować rodzącą się tam problematykę filozoficzną, jak również całą matematykę prześwietlić filozofią, aby w ten sposób wydobyć implikacje filozoficzne związane z uprawianiem matematyki[8]. Otrzymamy wtedy koncepcję filozofii matematyki pełniejszą niż proponowane, ale właściwie pozostającą w kręgu filozofii poszczególnych nauk (tak jak mówi się np. o filozofii fizyki, filozofii biologii czy innych nauk). A więc dyscyplinę, która przyjmując za punkt wyjścia samoświadomość metodologiczną danej dziedziny wiedzy, pragnie ją dopełnić, badając ontologiczne uwarunkowania i poznawczą wartość teorii czy też analizując jej język, metody, strukturę i dynamikę. Będzie to zatem dyscyplina, którą można usytuować albo w filozofii poznania naukowego, albo w filozofii kultury, jeśli matematykę pojmie się odpowiednio bądź jako poznanie pewnego rodzaju, bądź jako jedną z poddziedzin kultury, jako fakt kulturowo-cywilizacyjny[9].

---

matyki. Jest to co najwyżej refleksja filozoficzna w ramach podstaw matematyki. Nadto autorzy ci uważają, że twórcze uprawianie filozofii matematyki przeszło niemal całkowicie w ręce matematyków. Por. T. B a t ó g, *Filozofia matematyki*, [w:] *Filozofia a nauka. Zarys encyklopedyczny*, Wrocław 1987, s. 177-186; R. M u r a w s k i, *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*, Poznań 1986, s. 9-15.

[8] S. Kamiński swoją koncepcję filozofii matematyki zarysował w ramach prowadzonych wykładów monograficznych w latach: 1974/75, 1977/78, 1984/85. Dopracowywał ją przy okazji przygotowywanych pod jego kierunkiem rozpraw doktorskich z tego zakresu.

[9] W sprawie podstawowych typów desygnatów terminu „nauka" zob. K a m i ń s k i, *Pojęcie nauki i klasyfikacja nauk*, s. 14.

Istotnie, gdy potraktujemy filozofię matematyki możliwie szeroko, wszechstronnie ujmując problematykę powstającą na pograniczu zderzenia filozofii z matematyką, to należy uwzględnić zarówno ontologiczne, teoriopoznawcze, jak i metodologiczne problemy matematyki. Wśród pierwszych ontologicznych (metafizycznych) problemów na ogół zgodnie wymienia się problem natury przedmiotów badanych przez matematykę, sposobu ich istnienia oraz problem istnienia i statusu nieskończoności aktualnej jako typowe dla matematyki. Do teoriopoznawczych zalicza się zagadnienie natury matematycznego poznania, warunki stosowania matematyki w naukach empirycznych oraz problemy związane z maszynami matematycznymi[10].

Okazuje się, że ta tradycyjna siatka nałożona na matematykę budzi pewne kontrowersje. Są bowiem tacy autorzy, którzy się wprawdzie godzą na rozważenie problemów ontologicznych i epistemologicznych, lecz nie widzą potrzeby uwzględnienia w swej koncepcji filozofii matematyki problemów metodologicznych[11]. Gdy się jednak stoi na stanowisku, że metodologia danej dyscypliny jest uwarunkowana jej ontologią i teorią poznania, to nie można ich nie uwzględnić, zwłaszcza że są one sproblematyzowane przez matematyczną osobliwość. S. Kamiński zalicza do nich przede wszystkim akceptację założeń, osobliwość języka matematyki oraz zagadnienie związane z systematyzacją dyscyplin matematycznych. Dlatego trzeba się zgodzić, że istotnie problemy metodologiczne nie mogą być rozpatrywane wyłącznie od strony formalnej, w ramach logiki matematycznej. Ich analiza musi uwzględniać wcześniejsze ustalenia dotyczące specyfiki matematyki, czyli to, co osiągnięto w ontologii i epistemologii[12].

Wiadomo, że metodologia musi być proporcjonalnie dopasowana do przedmiotu badania danej nauki. W matematyce ma to szczególne znaczenie, bo założenia są jednocześnie definicjami rozmaitych struktur i różnych konstrukcji myślowych. Nie może więc wystarczyć ograniczenie się do formalnych kryteriów poprawności budowania systemów dedukcyjnych. I to ani wtedy, gdy porządkujemy już nagromadzoną wiedzę, ani wtedy, gdy budujemy system od podstaw. Założenia zawsze muszą być tak dobrane, aby determinowały mniej lub bardziej dokładnie przedmiot badania. Dlatego np. sposób akceptacji założeń, zwłaszcza w teorii mnogości, musi być dopasowany do

[10] Na przykład A. Lubomirski (*O uogólnianiu w matematyce*, Wrocław 1983, s. 41-61) obok ontologii i epistemologii jako działów filozofii matematyki wymienia aksjologię, która jest teorią wartości regulujących proces poznania w matematyce. Wydaje się, że nie ma potrzeby wyróżniać osobnego działu, ponieważ kryteria wartościowego poznania matematycznego mieszczą się dobrze w teoriopoznawczych problemach matematyki.

[11] Przykładowo wymieńmy: T. Batóg, R. Murawski, A. Lubomirski.

[12] Zob. K a m i ń s k i, *O ilościowym charakterze przedmiotu matematyki*, s. 126 n.

mocy dowodowej twierdzeń, a także brać pod uwagę analogie między strukturami.

Podobnie rzecz się ma z charakterystyką języka matematyki. Dyskutuje się, jak rozumieć formę logiczną (np. wnioskowania). A przecież znacznie trudniej ustalić, jak się mają do siebie forma obiektu matematycznego i forma wyrażenia. Nie wydaje się bowiem, aby formą obiektu była forma czysto ilościowa. Podobnie osobnego przeanalizowania wymaga relacja formy do treści. Trzeba ustalić, czy idzie tu o stan czystej formy i czystej treści czy o jakąś stopniowalność, rodzaj gradualizmu. Wydaje się, że bez dobrego ugruntowania w ontologicznych i teoriopoznawczych rozstrzygnięciach w tej sprawie nie otrzyma się rozwiązań definitywnych.

Sądzimy zatem, że przytoczone tu argumenty pozwalają zasadnie dojść do przekonania, iż metodologiczny punkt widzenia powinien być z konieczności składową takiej filozofii matematyki, która ma ambicje wszechstronnie oświetlać całą praktykę badawczą matematyków. Włączenie tego aspektu rozważań chroni nas nadto przed pokusą minimalizacji całej problematyki filozoficznej, jaka niewątpliwie w uprawianiu matematyki występuje. Zauważa się bowiem dwie tendencje w ustalaniu obszaru badań dla filozofii matematyki: następuje redukcja bądź do formy i języka, bądź do teorii przedmiotu i poznania matematycznego. Wiąże się to ze sposobem uprawiania samej matematyki, który ma swoje odbicie w koncepcji jej filozofii. Gdy bowiem ruguje się intuicyjną treść i zwiększa się użyteczność formalizmu, zmniejsza się tym samym problemy filozoficzne. Gdy zaś tworzy się pojęcia i teorie najogólniejsze, wtedy problematyka filozoficzna wzrasta i nabiera znaczenia.

Po tych ustaleniach warto zastanowić się nad tym, co jest interesującego w zarysowanej tu propozycji. Zgłoszona problematyka ontologiczna, epistemologiczna i metodologiczna stanowi dość tradycyjną strukturę, w świetle której można badać i oceniać właściwie każdą naukę. Mając zatem do dyspozycji taki instrument ogólnie przydatny, wydaje się zbędne prezentowanie go w taki szczegółowy sposób w odniesieniu do jednej z wielu dziedzin wiedzy.

Taki zarzut można by istotnie zgłosić, gdyby w przypadku matematyki i filozofii chodziło o zwykłą relację między dwoma dyscyplinami. Tymczasem relacja ta jest również osobliwa. To ona jest gwarantem, że *prima facie* tradycyjna problematyka zarysowana dla filozofii matematyki może być rozpatrywana w nowoczesny sposób. Otóż okazuje się, że filozofia i matematyka spotykają się również w tzw. bazie zewnętrznej innych nauk. Niejednokrotnie każda z nich we właściwy sobie sposób przyjmuje na siebie rolę kryterium naukowości i racjonalności poszczególnych nauk. Dzieje się zaś dlatego, że obie te dyscypliny przy wszystkich możliwych różnicach wykazują wiele cech wspólnych. Wystarczy wymienić przykładowo tylko niektóre: obie są abstrakcyjne i dzięki temu w jakimś sensie uniwersalne, obie szukają najgłębszej, najogólniejszej prawdy, obie też – choć nie w takim samym sensie – przenikają inne nauki. W konsekwencji należy filozofię matematyki tak rozumieć, aby tę swoistą, nieprzypadkową relację uczynić przedmiotem szczególnego namysłu. Wydaje się, że stanowi to wystarczający powód odróżniający filozofię matematyki od filozofii innych nauk szczegółowych. Dostarcza też argumentu za tym, że nie można jednolicie i z tego samego punktu widzenia uprawiać filozofii nauk formalnych łącznie. Uzasadnić można krótko: ponieważ różne są powiązania między filozofią i logiką oraz filozofią i matematyką.

W tym miejscu wypada przytoczyć jeszcze jedną rację na rzecz osobliwej relacji, o której mowa. Poznanie matematyczne jest swoiste i dlatego trudno uprawiać filozofię poznania w ogóle, jeśli nie uwzględni się poznania tego rodzaju, zwłaszcza że kryteria wartościowego poznania w matematyce są bardzo różnorodne – od prawdziwości po elegancję.

Tak zarysowana koncepcja filozofii matematyki nie może być utożsamiana z podstawami matematyki, wszystko jedno jak rozumianymi. Można też, jak się wydaje, bronić tezy, że to dla ugruntowania podstaw matematyki potrzebna jest filozofia matematyki. Jest to wszakże odmienna teza od tej, którą głosił B. Russel, twierdząc, że podstawy matematyki są warunkiem filozofii matematyki, są do niej wprowadzeniem. Oczywiście jest to stanowisko logicyzmu, które całą sprawę sprowadza do konieczności ustalenia metody pozwalającej logice matematycznej stać się nieodzownym wstępem do filozofii matematyki[13]. Tymczasem „nauka zakłada filozofię, a nie dopiero ją umożliwia”[14]. Albo jeszcze wyraźniej: „filozofia jest implikowana w podstawach, a w okresach przełomowych pełni rolę heurystyczną”[15].

Wyjaśnijmy nadto, jaką filozofię ma na myśli S. Kamiński. Na kilku miejscach wprawdzie przestrzega, że nie należy mieszać filozofii nauki z filozofią nauk, ponieważ pierwsza bada to, co jest naukom wspólne, a druga to, co osobliwe dla poszczególnych typów nauk. Wydaje się jednak, że to, co mówi o sposobie uprawiania filozofii nauki, powinno być również odniesione do filozofii dowolnej z nauk. A mówi tak: „Aby więc filozofia nauki mogła trafnie i

---

[13] Por. B. R u s s e l, *Wstęp do filozofii matematyki*, tł. [z jęz. ang.] Cz. Znamierowski, Warszawa 1958, s. 6. Podobne stanowisko podziela np. E. Beth (*The Foundations of Mathematics*, Amsterdam 1959, zwłaszcza cz. IX; *Mathematical Thought*, Dordrecht 1965, szczególnie rozdz. I, IX).

[14] S. K a m i ń s k i, *Nauka i filozofia a mądrość*, [w:] t e n ż e, *Jak filozofować?*, s. 60.

[15] T e n ż e, *Filozofia*, [w:] *Encyklopedia Katolicka*, t. V, pod red. L. Bieńkowskiego, P. Hemperka, S. Kamińskiego [i innych], Lublin 1989, kol. 251.

adekwatnie rozstrzygać, jaka wiedza jest dla człowieka i społeczeństw najdonioślejsza, oraz ocenić poszczególne dziedziny wiedzy ludzkiej, musi liczyć się z aspiracjami człowieka oraz winna oprzeć się na wszechstronnie uprawianej i traktowanej jako nadrzędna (o autonomicznym przedmiocie i metodzie) filozofii poznania i bytu. Pominięcie bowiem tych ostatnich dziedzin poznawczych zmusza do dogmatycznego niezasadnego lub jednostronnie uzasadnionego przyjęcia założeń filozofii nauki, które mają przecież stanowić fundament najbardziej doniosłych w skutkach ocen wiedzy ludzkiej”[16].

Dlatego sądzę, że S. Kamińskiego koncepcja filozofii matematyki jest zakorzeniona w jego koncepcji filozofii nauki wraz ze wszystkimi jej uwarunkowaniami, koncepcji metodologii domagającej się filozoficznego uzupełnienia, a wszystko razem znajduje swoje uzasadniające wyjaśnienie w przyjmowanym przez Autora pluralizmie typów wiedzy i maksymalistycznie rozumianej filozofii typu klasycznego. Dopiero taka filozofia, autonomiczna w stosunku do nauk, ma szanse podjąć problemy filozoficzne związane także z matematyką po to, aby w pełni ukazać swoistość i osobliwość nie tylko poznania matematycznego, ale i matematyki od strony przedmiotowej.

Zaprezentowana koncepcja filozofii matematyki jest, jak się wydaje, pozytywną odpowiedzią na postawione w 1957 r. przez P. Lorenzena pytanie: „Jak możliwa jest filozofia matematyki?” Co więcej, propozycja ta idzie znacznie dalej, bo wykazuje niezbędność uprawiania filozofii matematyki. Ona jest nie tylko możliwa, lecz po prostu konieczna z uwagi na to, że dla ugruntowania matematyki nie jest wystarczające ani formalne podejście logiki matematycznej, ani teoria jej podstaw.

ON A CERTAIN CONCEPTION OF PHILOSOPHY OF MATHEMATICS

S u m m a r y

The article takes up the problem of the possibility and usefulness of philosophy of mathematics for grounding mathematics itself. It shows that neither taking the formal attitude of mathematical logic nor the theory of its foundations are sufficient to explain the status of mathematics and putting it in its proper place in the whole of culture. A certain comprehensive conception of philosophy of mathematics is proposed here which takes into consideration the peculiarity of mathematics in epistemological-methodological and ontological respect. The conception is rooted

[16] T e n ż e, *O niektórych uwarunkowaniach współczesnej filozofii nauki*, „Zeszyty Naukowe KUL”, 4(1961), nr 3, s. 82.

on the one hand in the properly understood philosophy of science and on the other hand in such an approach to methodological problems which demands philosophical complement.

The conception presented here originates from the accepted pluralism of types of knowledge and from the maximalistically understood philosophy of the classical type. It turns out that such a philosophy offers a chance of taking up philosophical problems connected also with mathematics in order to fully present the uniqueness and peculiarity of both mathematical cognition and mathematics approached from the objective side.

Translated by Tadeusz Karłowicz