R O C Z N I K I   F I L O Z O F I C Z N E
Tom XXXIX–XL, zeszyt 1 – 1991–1992

LUDWIK BORKOWSKI
Wrocław

DEFINICJA OPERATORA EPSILONOWEGO W ONTOLOGII LEŚNIEWSKIEGO

Operator epsilonowy został wprowadzony przez Hilberta w węższym rachunku predykatów aksjomatem:

(I) $P(x) \rightarrow P(\underset{x}{\varepsilon}P(x))$

Na podstawie praw i reguł dla kwantyfikatorów wzór (I) jest inferencyjnie równoważny wzorowi:

(II) $\underset{x}{\exists}P(x) \rightarrow P(\underset{x}{\varepsilon}P(x))$

Ze wzoru (II) wynika wzór:

(III) $\underset{x}{\exists}P(x) \equiv P(\underset{x}{\varepsilon}P(x))$

Wzór (III) pozwala zdefiniować kwantyfikator szczegółowy za pomocą operatora epsilonowego. Natomiast nie można w tym rachunku zdefiniować operatora epsilonowego.

Zwrócimy jeszcze uwagę na to, że w szerszym rachunku predykatów tezą jest wyrażenie:

(IV) $P(x) \rightarrow \underset{Q}{\forall}(\underset{x}{\forall}(P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow Q(\underset{x}{\varepsilon}P(x)))$

D o w ó d:

1. $P(x)$	założenie:
2. $P(\varepsilon_x P(x))$	I, 1
1.1. $\forall_x (P(x) \to Q(x))$	założenie dodatkowe
1.2. $P(\varepsilon_x P(x)) \to Q(\varepsilon_x P(x))$	1.1
1.3. $Q(\varepsilon_x P(x))$	1.2,2
$\forall_Q (\forall_x (P(x) \to Q(x)) \to Q(\varepsilon_x P(x)))$	1.1 $\to$ 1.3, D$\forall$

Wzór (IV) jest inferencyjnie równoważny wzorowi:

(V) $\exists_x P(x) \to \forall_Q (\forall_x (P(x) \to Q(x)) \to Q(\varepsilon_x P(x)))$

Na podstawie tezy: $p \to q \equiv (p \equiv p \wedge q)$ wyrażenia:

$\exists_x P(x)$, $\exists_x P(x) \wedge \forall_Q (\forall_x (P(x) \to Q(x)) \to Q(\varepsilon_x P(x)))$

są równoważne.

W tym artykule wskazuję, w jaki sposób można zdefiniować operator epsilonowy w ontologii Leśniewskiego wzbogaconej o operatory różne od kwantyfikatorów.

Wyrażeniu (1) $\varepsilon_x P(x)$ odpowiadają w ontologii Leśniewskiego wyrażenia:

(2) $\varepsilon_a P(a)$, które czytamy: jakieś *a* takie, że P(a).

(3) $\varepsilon_a (a \varepsilon a \wedge P(a))$, które czytamy: jakiś przedmiot *a* taki, że P(a) lub też: jakiś przedmiot, który posiada własność *P*.

Zamiast wyrażenia (3) będziemy używać zapisu (3'): $\varepsilon'_a P(a)$

Wyrażenie (2) otrzymujemy z wyrażenia (1) przez zastąpienie zmiennej *x* węższego rachunku predykatów przez zmienną *a* ontologii Leśniewskiego. Pierwsza z tych zmiennych jest zmienną indywidualną, za którą można podstawiać tylko nazwy jednostkowe przedmiotów jakiejś dziedziny, a druga jest zmienną, za którą oprócz nazw jednostkowych można podstawiać także nazwy ogólne i puste. Z tego powodu pod względem sensu wyrażeniu (1) z pierwszego systemu dokładniej odpowiada wyrażenie (3) z drugiego systemu. Można zauważyć, że podobna możliwość dwojakiej interpretacji operatora występuje też w przypadku definiowania operatora deskrypcyjnego w ontologii Leśniewskiego[1].

Operator występujący w wyrażeniu (3') będziemy nazywać operatorem epsilonowym ograniczonym do przedmiotów.

Definienda definicji D1, D2 mają odpowiednio postać wyrażeń: $b \doteq \underset{a}{\varepsilon}P(a)$, $b \doteq \underset{a}{\varepsilon'}P(a)$. Sądzę, że wyrażenia o postaci definicji normalnych mające takie definiendum można wprowadzić jako definicje w ontologii Leśniewskiego, w której wyrażenia nazwowe równozakresowe są wzajemnie zastępowalne. Na końcu artykułu wskażę zresztą, że posługując się takimi definicjami, można sformułować definicje odpowiednich terminów w standardowej postaci przyjmowanej w tym systemie.

Wyrażenia (2) i (3') są wyrażeniami nazwowymi.

Operator epsilonowy występujący w wyrażeniu (2) wprowadzamy za pomocą definicji:

D1. $b \doteq \underset{a}{\varepsilon}P(a) \equiv \underset{a}{\exists}P(a) \wedge \underset{Q}{\forall}(\underset{a}{\forall}(P(a) \rightarrow Q(a)) \rightarrow Q(b)) \vee \sim \underset{a}{\exists}P(a) \wedge b \doteq \Lambda$

T1. $\underset{a}{\exists}P(a) \wedge \underset{Q}{\forall}(\underset{a}{\forall}(P(a) \rightarrow Q(a)) \rightarrow Q(\underset{a}{\varepsilon}P(a))) \vee \sim \underset{a}{\exists}P(a) \wedge \underset{a}{\varepsilon}P(a) \doteq \Lambda$

D o w ó d: Podstawiając w D1 za *b* wyrażenie $\underset{a}{\varepsilon}P(a)$, otrzymujemy równoważność, której lewą stroną jest podstawienie tezy $a \doteq a$, a prawą T1.

T2. $\underset{a}{\exists}P(a) \rightarrow P(\underset{a}{\varepsilon}P(a))$

D o w ó d:

1. $\underset{a}{\exists}P(a)$	założenie
1. $\sim\sim\underset{a}{\exists}P(a)$	1
3. $\sim(\sim\underset{a}{\exists}P(a) \wedge \underset{a}{\varepsilon}P(a) \doteq \Lambda)$	2
4. $\underset{a}{\exists}P(a) \wedge \underset{Q}{\forall}(\underset{a}{\forall}(P(a) \rightarrow Q(a)) \rightarrow Q(\underset{a}{\varepsilon}P(a)))$	T1, 3

[1] Por. L. B o r k o w s k i, *O operatorze deskrypcyjnym w ontologii Leśniewskiego*, „Roczniki Filozoficzne”, 26(1978), z. 1, s. 145-152.

5. $\forall_a(P(a) \rightarrow P(a)) \rightarrow P(\varepsilon_a P(a))$ 4, OK, O$\forall$

6. $\forall_a(P(a) \rightarrow P(a))$ teza

$P(\varepsilon_a P(a))$ 5, 6

T3. $\sim \exists_a P(a) \rightarrow \varepsilon_a P(a) \doteq \Lambda$

Dowód T3 jest analogiczny do dowodu T2.

Z T2 wynika:

T4. $\exists_a P(a) \equiv P(\varepsilon_a P(a))$

T4 pozwala zdefiniować kwantyfikator szczegółowy za pomocą operatora epsilonowego.

Operator epsilonowy ograniczony do przedmiotów, występujący w wyrażeniu (3'), wprowadzamy za pomocą definicji:

D1'. $b \doteq \varepsilon'_a P(a) \equiv \exists_a(a\varepsilon a \wedge P(a)) \wedge \forall_Q(\forall_a(a\varepsilon a \rightarrow (P(a) \rightarrow Q(a))) \rightarrow Q(b)) \vee$
$\vee \sim \exists_a(a\varepsilon a \wedge P(a)) \wedge b \doteq \Lambda$

Na podstawie definicji D1', w analogiczny sposób jak na podstawie definicji D1, dowodzimy:

T1'. $\exists_a(a\varepsilon a \wedge P(a)) \wedge \forall_Q(\forall_a(a\varepsilon a \rightarrow (P(a) \rightarrow Q(a))) \rightarrow Q(\varepsilon'_a P(a))) \vee$
$\vee \sim \exists_a(a\varepsilon a \wedge P(a)) \wedge \varepsilon'_a P(a)) \doteq \Lambda$

T2'. $\exists_a(a\varepsilon a \wedge P(a)) \rightarrow P(\varepsilon'_a P(a))$

Jeśli istnieją przedmioty posiadające własność *P*, to jakiś przedmiot, który posiada własność *P*, posiada tę własność.

T3'. $\sim \exists_a(a\varepsilon a \wedge P(a)) \rightarrow \varepsilon'_a P(a) \doteq \Lambda$

Jeśli nie istnieją przedmioty posiadające własność *P*, to nazwa „jakiś przedmiot, który posiada własność *P*” jest nazwą pustą.

T4'. $\exists_a(a\varepsilon a \wedge P(a)) \equiv P(\varepsilon'_a P(a))$

T4' pozwala zdefiniować kwantyfikator szczegółowy ograniczony do przedmiotów za pomocą operatora epsilonowego ograniczonego do przedmiotów.

Na zakończenie wskażę, w jaki sposób posługując się takimi definicjami, jak D1, D1', można wprowadzić terminy w nich definiowane za pomocą definicji spełniających standardowe warunki przyjmowane dla definicji w ontologii Leśniewskiego.

Niech definicja terminu *W* (taka jak D1, D1') ma postać:

$$b \doteq W \equiv \Phi(b)$$

Można ją zastąpić przez definicję:

$$A\varepsilon W \equiv A\varepsilon A \wedge \underset{b}{\exists}(A\varepsilon b \wedge \Phi(b))$$

z uwagi na równoważności:

$$A\varepsilon W \equiv A\varepsilon A \wedge \underset{b}{\exists}(A\varepsilon b \wedge b \doteq W) \equiv A\varepsilon A \wedge \underset{b}{\exists}(A\varepsilon b \wedge \Phi(b))$$

DEFINITION OF THE EPSILON OPERATOR IN LEŚNIEWSKI'S ONTOLOGY

Summary

The epsilon operator, introduced in the predicate calculus by D. Hilbert, is indefinable in this system. The paper presents the definition of this operator in Leśniewski's ontology. In Leśniewski's ontology we can distinguish:

1) the epsilon operator occurring in the expression $\underset{a}{\varepsilon}P(a)$, defined by D1 and read: an *a* such that P(a),

2) the epsilon operator restricted to objects, occurring in the expression $\underset{a}{\varepsilon'}P(a)$, (i.e. in the expression $\underset{a}{\varepsilon}(a\varepsilon a \wedge P(a)))$, defined by D1' and read: an object *a* such that P(a) (or read: an object having the property *P*).

The sense of this second operator corresponds to the sense accepted in the predicate calculus, since in this system the nominal variables are individual variables for which we can substitute the individual names of objects of a given domain.

By virtue of the definitions D1, D1' the basic theorems concening these operators are proved (T1-T4, T1'-T4').

According to the remarks given at the end of the paper the definitions D1, D1' can be formulated also in the standard form accepted in Leśniewski's ontology.

Summarized by Ludwik Borkowski