ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom XLVIII, zeszyt 1 – 2000

MAREK LECHNIAK
Lublin

KILKA UWAG O JANA ŁUKASIEWICZA ROZUMIENIU KONIECZNOŚCI

Pojęcia modalne stanowiły przedmiot zainteresowania J. Łukasiewicza przez wiele lat (od 1918 r. aż do końca życia Łukasiewicza). Zasadniczej inspiracji do ich badania dostarczało Łukasiewiczowi studium logiki Arystotelesa. Jednakże w miarę rozwoju zainteresowań i sprawności formalnych Łukasiewicza spadało u niego zainteresowanie analizami filozoficznymi[1]. Późne prace Łukasiewicza są doskonałe pod względem formalnym, jednakże filozoficzne uzasadnienia, jakie towarzyszą wynikom formalnym, są co najmniej kontrowersyjne[2]. W niniejszym artykule przedstawimy niektóre poglądy Łukasiewicza na temat funktorów modalnych, a szczególnie na temat funktora konieczności. W poglądach Łukasiewicza mamy jakby dwie koncepcje konieczności (tak jak i całej logiki modalnej) – jedną wczesną, której zwieńczeniem był artykuł *Uwagi filozoficzne* [...], drugą późną, z lat czterdziestych i pięćdziesiątych XX w. Łukasiewicz zasadniczo koncentrował się zawsze na funktorze możliwości, natomiast funktorem konieczności bądź zajmował się

[1] Co spowodowało krytykę Łukasiewicza przez Twardowskiego w artykule z r. 1921 *Symbolomania i pragmatofobia* w: K. T w a r d o w s k i, *Wybrane pisma filozoficzne*, Warszawa 1965, s. 355-363. O dyskusji: Łukasiewicz–Twardowski zob.: R. J a d c z a k, *Logistyka a pogląd na świat. Przyczynek do biografii Jana Łukasiewicza*, [w:] *Fragmenty filozoficzne ofiarowane Henrykowi Hiżowi*, pod red. H. Zelnik, Warszawa 1992, s. 40-48.

[2] Zarówno Łukasiewicz, jak i Leśniewski byli bardzo krytyczni co do stanu, do którego doszła filozofia po stuleciach nie kończących się dyskusji i argumentacji. Podczas gdy Łukasiewicz, będąc pod wielkim wrażeniem sukcesów, jakie osiągnięto na polu badań logicznych, bronił nowej metody filozofowania, Leśniewski odszedł od filozofii na tyle daleko, że mógł deklarować się jako apostata filozofii. Jednakże ci, którzy znali ich obu i studiowali pod ich kierownictwem, zgodzą się na opinię, iż Leśniewski naprawdę był człowiekiem o wiele bardziej filozoficznie myślącym niż Łukasiewicz oraz inni jego koledzy logicy. Zob. C. L e j e w s k i, *A Handful of Reminiscences Related to Jan Łukasiewicz* (mps), s. 16.

przy okazji tego pierwszego, bądź Łukasiewicza rozumienie tego funktora można odtworzyć z analiz funktora możliwości[3].

I. ROZUMIENIE POJĘĆ MODALNYCH U ARYSTOTELESA I MEGAREJCZYKÓW

Ponieważ Łukasiewicz często nawiązuje do prac Arystotelesa oraz innych autorów starożytnych, przypomnijmy więc w paru punktach ustalenia kilku uznanych autorów dotyczące tego zagadnienia.

1. U Arystotelesa zagadnienie zdań zawierających funktory modalne pojawiało się głównie w dwóch dziełach: *Hermeneutyce* oraz *Analitykach Pierwszych*. Można u niego z grubsza[4] mówić o dwóch znaczeniach terminu „możliwy" (Arystoteles sam te znaczenia odróżnia w *Analitykach Pierwszych* (np. 25 a 37-40, 32 a 18-21):

– „możliwy" w znaczeniu możliwości jednostronnej, gdzie „możliwe" jest równoważne z „nie niemożliwym";

–„możliwy" w znaczeniu możliwości dwustronnej, gdzie „możliwe" jest równoważne z „nie-niemożliwym i nie-koniecznym".

W *Hermeneutyce* Arystoteles poświęca temu zagadnieniu rozdz. 12 i 13[5].

---

[3] Generalnie można powiedzieć, że Łukasiewicz funktor konieczności darzył niechęcią, a funktor możliwości (przy czym chodziło tu o możliwość dwustronną) sympatią. Geneza tej aury uczuciowej jest chyba taka, że konieczność Łukasiewicz wiązał z determinacją (i determinizmem), który to pogląd zwalczał, a możliwość – z indeterminizmem (i wolnością ludzką). Por. np. J. Łukasiewicz, *Wykład pożegnalny*, „Studia Filozoficzne", 1988, nr 5, s. 127-129 czy, z drugiej strony, ostatnie zdania z jego książki *Sylogistyka Arystotelesa z punktu widzenia współczesnej logiki formalnej* (Warszawa 1988, s. 276).

[4] Na zawikłania tekstów logicznych Arystotelesa w tej materii wskazuje I. M. Bocheński (*Z historii logiki zdań modalnych*, Lwów 1938, s. 23-44).

[5] W *Hermeneutyce* oczywiście jest więcej miejsc poświęconych analizie pojęć modalnych, wystarczy wspomnieć mający bardzo bogatą literaturę rozdz. IX, dotyczący rozważań nad zagadnieniem prawdziwości i logicznej konieczności zdań o przyszłych zdarzeniach. Ta wielość znaczeń pojęć modalnych zdaje się być spowodowana tym, że w *Hermeneutyce* Arystoteles rozpoczyna analizy, jak twierdzi Ross, wychodząc od sposobu używania wyrażeń modalnych w języku naturalnym. Dlatego mamy tam, charakterystyczne dla języka naturalnego, przemieszanie różnych znaczeń pojęć modalnych. Por. np. W. D. Ross, *Aristotle, a Complete Exposition of His Life and Thought*, New York 1959, s. 34. Na temat różnych znaczeń pojęć modalnych przytoczmy tu również następujące rozróżnienia Rossa: „zarówno 1) 'konieczne', jak i 2) 'nie-konieczne', jak też i 3) 'zdolne być' są nazywane możliwym. Ale z tych pierwsze spełnia jedynie jeden z warunków bycia możliwym: nie jest niemożliwe. Nie spełnia natomiast drugiego warunku (tj. że nie jest konieczne) i dlatego jest nazwane możliwym tylko w drugim

Zasadniczo w *Hermeneutyce* występuje pierwsze znaczenie terminu „możliwy"[6], a w *Analitykach Pierwszych* – drugie znaczenie (dwustronna możliwość). Sylogistyka modalna zawarta w tym dziele zbudowana jest przy użyciu funktora „możliwy" rozumianego jako funktor dwustronnej możliwości[7].

2. Również rozumienie konieczności u Arystotelesa jest sprawą dość zawiłą; można wskazać, że odróżniał on:

– konieczność w sensie ścisłym, czyli konieczność, która przysługuje zdaniom, rozumianą jako „nie jest możliwe (w sensie możliwości jednostronnej), że nie ..."; dla tego pojęcia obowiązuje scholastyczna zasada *Ab oportere ad esse valet consequentia*;

– konieczność (według terminologii proponowanej np. przez Bocheńskiego) logiczną, która przysługuje koniecznemu związkowi pomiędzy przesłankami a wnioskiem w rozumowaniu[8];

sensie (tj. jednostronnej możliwości). To, co aktualne, może podobnie być nazwane możliwym w tym samym, niewłaściwym sensie. Natomiast gdy zwrócimy się ku różnicy między nie-koniecznym a zdolnym być, możemy zauważyć, że Arystoteles mówiąc o tym ostatnim, ma na myśli przypadki, w świecie możliwości (szans) i zmiany, zwykłego, ale nie niezmiennego posiadania własności przez podmiot; mówiąc zaś o 'nie-koniecznym', ma na myśli Arystoteles sytuacje, kiedy albo nie istnieje reguła, która stosuje się w większości wypadków, albo taka reguła jest pogwałcona przez jakiś wyjątek" (tamże, s. 34 n.). Por. także: J. L. A c r i l l, *Aristotle's Categories and De Interpretatione*, Oxford 1963, s. 149 n.

[6] Chociaż w zestawieniu relacji między zdaniami modalnymi w rozdz. XIII (por. *Hermeneutyka*, 22 b, 10-28) dochodzi też do pomieszania znaczenia pojęć: implikacje dane w tab. I i III zachodzą jedynie dla „możliwy" użytego jako możliwość dwustronna, podczas gdy implikacje w tab. II i IV zachodzą jedynie dla możliwości jednostronnej. Przez późniejszą transpozycję I 4 (nie musi być) z III 4 (nie musi nie być) uczynił Arystoteles całą tabelę poprawną; „możliwość" jest wtedy rozumiana w całej tabeli jako możliwość jednostronna – dla możliwości dwustronnej Arystoteles tabeli nie wypracował. Por. A c r i l l, dz. cyt., gdzie można znaleźć szczegółowy komentarz do całej tabeli Arystotelesowej. Występujący w tabeli zwrot „dopuszczalne, żeby było" (traktowane w średniowieczu jako „jest kontyngentne") jest tu synonimem zwrotu „może być" („możliwe") i dlatego może zostać w owych tabelach pominięte. Por. A. N. P r i o r, *Formal Logic*, Oxford 1955, s. 187. Nawiasem mówiąc szkoda, że w polskim wydaniu *Hermeneutyki* nie znalazł się żaden przypis odnośnie do logicznej interpretacji tego fragmentu dzieła.

[7] „We wstępie do sylogizmów o przesłance wzgl. przesłankach H (tj. możliwy w sensie bliżej nieokreślonym) podaje Arystoteles tezę EMpMNp (An. Priora A 13, 32 a 29 nn.) i stosuje ją potem konsekwentnie w toku wykładu" (B o c h e ń s k i, dz. cyt., s. 28). Por. też np. G. P a t z i g, *Aristotle's Theory of Syllogism*, Dordrecht 1968; R. P a t t e r s o n, *Aristotle's Modal Logic*, Cambridge 1995.

[8] W tym znaczeniu Arystoteles mówi nieraz, że coś „z konieczności jest koniecznym" albo nawet „z konieczności możliwym". Por. B o c h e ń s k i, dz. cyt., s. 27.

– konieczność (nazwaną przez Bocheńskiego) koniecznością hipotetyczną, przysługującą każdemu zdaniu prawdziwemu; kiedy coś jest, jest konieczne; obowiązuje dla tego pojęcia zasada (zwana przez Łukasiewicza „zasadą Arystotelesa") *Unumquodque, quando est, oportet esse*; to użycie zwrotu „jest konieczne" może być nazwane również koniecznością temporalną, czyli niezmienialnością tego, co już się wydarzyło – jeśli coś już zaistniało, to nie może być już inne[9].

3. Inaczej na modalności patrzył megarejski logik Diodor (zwany Kronosem). Rozumie on modalności w sposób temporalny. Definiuje „możliwe" jako to, co albo jest, albo w pewnym czasie będzie prawdziwe, „niemożliwe" jako to, co ani nie jest, ani nigdy nie będzie prawdziwe, a „konieczne" jako to, co zarówno jest, jak i zawsze będzie prawdziwe. Definicje te zakładają, jak przyjmowano zarówno w starożytnej, jak i średniowiecznej logice, że to samo zdanie może być prawdziwe w jednym, a fałszywe w innym czasie[10].

II. UWAGI OGÓLNE O ŁUKASIEWICZA ROZUMIENIU MODALNOŚCI

Po tych – z konieczności bardzo wybiórczych – uwagach dotyczących rozumienia modalności u autorów starożytnych przejdźmy do analizowania prac Łukasiewicza. Na początek oczywista uwaga: poglądy Łukasiewicza w tej materii ulegały zmianom, choć z pewnych ustaleń, które poczynił on w pierwszych pracach o modalnościach (np. w tzw. odczytach lwowskich z 1920 r.)[11], nie zrezygnował do końca życia. Te stale utrzymujące się poglądy Łukasiewicza można streścić w następujących stwierdzeniach:

1. Wszelkie funktory, także modalne, winny być prawdziwościowe. A ponieważ funktory modalne są jednoargumentowymi funktorami zdaniotwórczymi od argumentów zdaniowych, a takich w logice dwuwartościowej może być tylko cztery, więc funktory modalne, by nie być trywialnym powtórzeniem klasycznych funktorów, muszą być funktorami charakteryzowanymi przez

[9] Występuje to znaczenie konieczności, zwłaszcza w IX rozdz. *Hermeneutyki*, gdzie Arystoteles analizuje możliwość niezdeterminowanych zdarzeń przyszłych. Por. np. A c r i l l, dz. cyt., s. 133.

[10] Por. A. N. P r i o r, *Diodoran Modality*, „Philosophical Quarterly", 1955, s. 205-213; t e n ż e, *Time and Modality*, Oxford 1957, s. 84-93 (wykład IX).

[11] Por. J. Ł u k a s i e w i c z, *O pojęciu możliwości*, „Ruch Filozoficzny", 5(1920) 169 n. lub „Studia Filozoficzne", 1988, nr 5, s. 129 n.

matryce więcej niż dwuwartościowe[12]; różnica między logiką trójwartościową a tzw. systemem Ł-modalnym jest ta, że czterowartościowe matryce tego ostatniego powstają przez mnożenie dwuwartościowych matryc klasycznego rachunku zdań przez nie same, a zatem że te matryce dla odpowiedników klasycznych funktorów N, C, K, A, E sprawdzają te same tezy, co matryce dwuwartościowe.

2. W związku z poprzednim stwierdzeniem pozostaje fakt, że Łukasiewicz duże znaczenie w myśleniu o funktorach modalnych przykładał do tezy prototetyki CδpCδNpδq, będącej wyrazem dwuwartościowości: jeżeli coś się orzeka zarazem o *p*, jak i o nie-*p*, to orzeka się to i o dowolnym zdaniu[13].

3. Różne znaczenia pojęć modalnych (np. różne ze wskazanych u Arystotelesa rozumienia możliwości czy konieczności) dadzą się połączyć w jednym funktorze logiki modalnej (odpowiednio: funktorze możliwości lub konieczności); jest to wyraz jakiejś, przyznam – dość trudnej dla mnie do zrozumienia, chęci skonstruowania najogólniejszych pojęć modalnych; tak jest począwszy od odczytu *O pojęciu możliwości* poprzez *Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań*[14] aż do późnych prac Łukasiewicza. Przekonanie to prowadziło Łukasiewicza od modalnego uzasadnienia dla logiki trójwartościowej do bardzo zdecydowanej krytyki pojęcia konieczności, prowadzącej aż do wyrugowania tego pojęcia z zakresu terminów użytecznych w logice.

Po tych kilku ogólniejszych uwagach przejdźmy do nakreślenia i krytycznej analizy rozumienia przez Łukasiewicza konieczności na gruncie trójwartościowego systemu Ł3.

---

[12] I choć „wczesny" Łukasiewicz nie znał jeszcze prac Lewisa, to jednak w późnych pracach Łukasiewicz wyraźnie krytykuje systemy logik modalnych, w których funktory modalne są funktorami nieekstensjonalnymi – por. Ł u k a s i e w i c z, dz. cyt., s. 189.

[13] Na gruncie prototetyki można wykazać, że jedynym aksjomatem logiki zdań może być m.in. bądź bardzo ogólne sformułowanie zasady dwuwartościowości, bądź zasady ekstensjonalności. W argumentacji za logiką trójwartościową zasada ta pełni ważną rolę, choć oczywiście tezą systemu trójwartościowego ona być nie może. Jednakże Łukasiewicz chętnie z tej zasady korzystał, będąc świadomym jej wielkiej mocy dedukcyjnej.

[14] [W:] J. Ł u k a s i e w i c z, *Z zagadnień logiki i filozofii*, Warszawa 1961, s. 144-163.

III. SYSTEM Ł3

System logiki trójwartościowej skonstruowany ok. 1920 r. przez Jana Łukasiewicza (zwany skrótowo systemem Ł3) można przedstawić za pomocą matryc trójwartościowych charakteryzujących podstawowe funktory tego systemu[15]. W 1930 r. Łukasiewicz podał (we wzmiankowanym już artykule *Uwagi filozoficzne)* tzw. modalne uzasadnienie dla logiki trójwartościowej. Postuluje tam łączne obowiązywanie trzech grup, zwanych przez niego oczywistymi, zasad modalnych, obejmujących:

a) możliwość jednostronną

zasada: *Ab esse ad posse valet consequentia*,

co po przekształceniach daje sformułowanie:

I. *Jeśli nie jest możliwe, że* p, *to nie*-p.

b) możliwość uczasowioną, związaną (na gruncie płynącej z kwadratu logicznego dla modalności zasady stwierdzającej, iż zdanie „Jest możliwe, że *p*" jest równoważne z „Nie jest konieczne, że nie-*p*") z koniecznością temporalną. Zasadą przywoływaną tu przez Łukasiewicza jest tzw. zasada Arystotelesa głosząca, że:

Unumquodque, quando est, oportet esse, która, o ile zwrot czasowy *quando* zostanie zastąpiony przez funktor implikacji[16], przybiera postać:

II. *Jeśli się zakłada, że nie*-p, *to (przy tym założeniu) nie jest możliwe, że* p.

c) możliwość dwustronną; pojęcie to jest reprezentowane przez zasadę głoszącą, iż:

III. *Dla pewnego* p *jest możliwe, że* p, *i jest możliwe, że nie*-p.

Te zasady łącznie wzięte prowadzą bądź do trywializacji pojęć modalnych (funktory modalne byłyby redukowalne do jednego z czterech funktorów jednoargumentowych klasycznego rachunku zdań), bądź do sprzeczności. Dlatego, by umożliwić wprowadzenie jednoargumentowych funktorów modalnych, konieczne jest – zdaniem Łukasiewicza – uchylenie zasady dwuwartościowoś-

[15] Ponieważ matryce te są znane, nie będziemy tu ich zamieszczać; dla dokładniejszej charakterystyki tych matryc oraz ich filozoficznej interpretacji por. M. L e c h n i a k, *Interpretacje wartości matryc logik wielowartościowych*, Lublin 1999.

[16] A takie zastąpienie – sugeruje Łukasiewicz (*Uwagi filozoficzne* [...], s. 146) jest dopuszczone: „Słówko «quando» [...] oraz odpowiadające mu 'ὅταν' nie jest partykułą warunkową, lecz czasową; forma czasowa przechodzi jednak w formę warunkową, gdy w czasowo powiązanych zdaniach określenie czasu zostaje włączone do treści zdań".

ci i wzbogacenie podziału zdań na prawdziwe i fałszywe o nową, trzecią wartość logiczną. Wtedy funktory modalne można scharakteryzować w sposób następujący:

p	Mp	Ip	Lp	Qp
1	1	0	1	0
½	1	0	0	1
0	0	1	0	0

gdzie 'Lp' = 'Jest konieczne, że *p*', 'Mp' = 'Jest możliwe, że *p*' (w sensie możliwości jednostronnej), 'Qp' = 'Jest kontyngentne, że *p*', czyli 'Qp' = 'KMpMNp', i 'Ip' = 'Jest niemożliwe, że *p*', gdzie 'Ip' = 'NMp'.

Tabela powyższa jest konsekwencją zdefiniowania funktora możliwości jako „Mp" = „CNpp" ('jest możliwe, że *p*' znaczy tyle, co 'jeśli nie-*p*, to *p*'), czyli w ten sposób, aby „definicja pojęcia możliwości [...] pozwoliła [...] uzasadnić bez sprzeczności wszystkie przekazane przez tradycję intuicyjne twierdzenia dotyczące zdań modalnych"[17]. „Trzeba wczuć się w sens intuicyjny tej definicji. Wyrażenie CNpp jest fałszywe na gruncie matrycy trójwartościowej wtedy i tylko wtedy, gdy *p* jest fałszem. Poza tym CNpp jest prawdą"[18]. Łatwo zauważyć, że na gruncie klasycznej logiki wyrażenie CNpp jest równoważne z *p*; wyrażenie to stanowi poprzednik tezy Claviusa, której odpowiednik na gruncie systemu trójwartościowego nie jest tezą. Odpowiednik tezy Claviusa po zastosowaniu tej definicji ma postać: CMpp, czyli odpowiada on formalnemu sformułowaniu zasady II i nie jest tezą systemu Ł3, gdyż CM½½ = C1½ = ½. Na korzyść powyższej, sformułowanej przez Tarskiego, definicji funktora możliwości przemawia również to, że jej zastosowanie do definiowania funktora konieczności daje bardzo oczywisty rezultat:

'Lp' = 'NMNp' = 'NCpNp',

[17] Por. tamże, s. 154. Definicja, o której jest mowa w tym fragmencie, nie jest definicją, której używa Łukasiewicz w dalszych analizach. Ta ostatnia pochodzi od Tarskiego i jest ogólniejsza od definicji wcześniej odkrytej przez Łukasiewicza, mającej mniej intuicyjną postać:
'Mp' = 'AEpNpΠqNCpKqNq',
która znaczy tyle, co: bądź zdania *p* i nie-*p* są równoważne, bądź nie istnieje taka para wyrażeń sprzecznych, która wynikałaby ze zdania *p*.

[18] Tamże, s. 155.

czyli „mówiąc językiem potocznym wtedy i tylko wtedy możemy mówić o jakimś zdaniu α, że jest konieczne, jeśli nie pociąga ono za sobą swojej własnej negacji”[19].

Przyjrzyjmy się teraz funktorowi konieczności w systemie Ł3. W powyższej matrycy mamy, że zdanie Lp ma wartość 1 jedynie, gdy p = 1, czyli gdy *p* jest prawdziwe[20], wtedy jest ono konieczne. Z kolei I0 = 1, to jest, gdy *p* jest ‘całkiem fałszywe’, wtedy prawdą jest, że jest ono niemożliwe. Równania te znajdują uzasadnienie w tym, iż w systemie Ł3, podobnie jak u Arystotelesa, „zdanie jest uznane za definitywnie prawdziwe (z wartością „1”) jedynie, gdy (a) jest już zdeterminowane, że zdarzenie, do którego to zdanie się odnosi, będzie takie, jak owo zdanie stwierdza, lub (b) kiedy zdarzenie, do którego zdanie się odnosi, przeszło z przyszłości w teraźniejszość lub przeszłość tak, iż straciło ono potencjalność, którą miało, gdy było jeszcze zdaniem o przyszłości. Konieczne są w tym sensie jedynie te zdania, które są definitywnie prawdziwe. Jedynymi zaś zdaniami, które są w sensie Łukasiewicza niemożliwe, są zdania definitywnie fałszywe, czyli takie, dla których szansa, aby stały się one prawdziwe, przeminęła”[21]. Wydaje się, że takie określenie konieczności dobrze oddaje sens tego, co Arystoteles miał na myśli, gdy wypowiadał zasadę: *cokolwiek, co jest, skoro jest, jest konieczne*. Podkreślmy w tym miejscu, iż jeśli funktor konieczności ma być rozumiany nietrywialnie, czyli konieczność nie ma przysługiwać wszystkim zdaniom

---

[19] Tamże, s. 156. Dla tak scharakteryzowanych funktorów modalnych ważne w Ł3 są odpowiedniki następujących zasad:

a) CpMp i CLpp – prawa grupy I;

b) ClpLCpq i CLqLCpq – odpowiedniki paradoksów ścisłej implikacji;

c) CQpQNp – Arystotelesowskie prawo kontyngencji, które, pod nieobecność wzmiankowanej wyżej zasady prototetyki (zasada ta jest nieobecna, gdyż jej uznanie musiałoby prowadzić do uznania wyrażenia ApNp, a to tezą systemu Ł3 nie jest; do tezy CδCδNpδq wrócimy niżej), nie prowadzi do paradoksów;

d) C*LpLLp i C*MMpMp – aksjomat redukcji dla systemu S4 oraz

e) C*MpLMp i C*MLpLp – aksjomat redukcji dla systemu S5, gdzie C*pq można zdefiniować jako LCpq. Por. P r i o r, *Formal Logic*, s. 247.

[20] Dyskusję tego, jak interpretować wartości tabelek Łukasiewicza, można znaleźć w: L e c h n i a k, dz. cyt., s. 15-76, tu wskażmy jedynie, iż wydaje się, że klasycznie pojęta prawdziwość nie dopuszcza uzupełniania podziału wartości logicznych o nowe wartości; analizy Słupeckiego i Borkowskiego wykazały, że wartości „1” i „0” należy wiązać ze zdaniami o zdarzeniach zdeterminowanych, a wartość „½” ze zdaniami o zdarzeniach niezdeterminowanych.

[21] Zob. P r i o r, *Formal Logic*, s. 248.

prawdziwym, to „1" z tabelki rzeczywiście musi być interpretowana jako wartość zdania o zdarzeniu teraźniejszym, minionym lub zdeterminowanym.

Tak scharakteryzowane pojęcie konieczności jest bardzo szerokie. Obejmuje ono nie tylko konieczność zdań o zdarzeniach zaszłych i nieuniknionych (czyli konieczność temporalną), ale i konieczność praw logiki. Jednakże „ważne jest odróżnienie pojęcia konieczności, które jest wyrażone przez jednoargumentowy funktor L (taki, że L1 = 1, a L½ = L0 = 0), od konieczności, która dotyczy praw logiki. Ta ostatnia bowiem nie może w żadnym systemie być funkcją prawdziwościową. Jest ona raczej konsekwentną charakterystyką pewnych funkcji prawdziwościowych dotyczącą faktu, że wszystkie funkcje prawdziwościowe zbudowane w ten sam sposób bez względu na wartości logiczne ich argumentów są prawdziwe". Można to prześledzić na następującym przykładzie. Zdanie z funktorem modalnym: '*Jest logicznie konieczne*, że jeśli Sokrates umarł, to Sokrates umarł' jest prawdziwe bez względu na to, czy jego argument 'Sokrates umarł' jest prawdziwy, czy nie; jest ono prawdziwe ze względu na to, że implikacja o formie $p \rightarrow p$ jest prawem logiki i jako prawo logiki jest ona *logicznie konieczna*[22]. Inaczej jest ze zdaniem 'L(Jeżeli Sokrates umarł, to Sokrates umarł)'. Zdanie to jest prawdziwe dokładnie dlatego, że zdanie 'Sokrates umarł' jest prawdziwe. Podobnie zdanie 'L(Sokrates umarł)' jest prawdziwe, choć zdanie 'Sokrates umarł' nie jest podstawieniem prawa logiki[23]. Tak więc wyrażenia zdaniowe, które są prawami logiki, są konieczne w sensie Łukasiewicza, jako że są one zawsze prawdziwe. Jednakże są one konieczne w sensie Łukasiewicza z innej racji niż zdania logicznie konieczne. Konieczność w sensie Łukasiewicza przysługuje im bowiem ze względu na ich aktualną prawdziwość, podczas gdy konieczność logiczna przysługuje tym zdaniom ze względu na ich formę gwarantującą im bycie prawami logiki, czyli bycie wyrażeniami prawdziwymi bez względu na wartości logiczne argumentów występujących w nich funktorów zdaniotwórczych. Wydaje się, że sens funktora *L* jest temporalny (czy temporalno-kauzalny); jest nim nieuniknioność tego, co już się wydarzyło, wydarza się aktualnie lub czego przyczyna już istnieje.

Z powyższych rozważań oczywiście nie można wyprowadzić wniosku, że tezą jest np. *CpLp*; jest ono prawdziwe jedynie, gdy *p* przybiera wartości

[22] W niektórych standardowych systemach logiki modalnej ta konieczność logiczna jest przypisywana tezom logiki przez tzw. regułę Gödla o postaci $\vdash\alpha$, a więc $\vdash$ *Jest logicznie konieczne, że* α.

[23] Por. P r i o r, *Formal Logic*, s. 248.

klasyczne ze względu na to, że wyrażają one zdeterminowanie zdarzenia do bycia bądź niebycia. Nie jest natomiast ono prawdziwe dla p = ½, która to wartość wyraża zdarzenie niezdeterminowane. Wtedy mamy CpLp = ½. Można również zauważyć, że dla tak pojętej konieczności zdań zachodzi *ALpLNp* oraz *AMpMNp*, choć *ApNp* tezą systemu nie jest. Tak więc dla zdań o teraźniejszych zdarzeniach stwierdzenie zachodzenia tych zdarzeń i stwierdzenie ich konieczności jest równoważne (dla zdań o teraźniejszości czy przeszłości oraz zdań dotyczących faktów aczasowych, np. twierdzeń matematyki, trzecia wartość logiczna nie może być nigdy zastosowana). Przy stanowisku, że istnieją zdania o trzeciej wartości logicznej, cała logika klasyczna jest akceptowalna, zdaniem Priora, w odniesieniu do zdarzeń przeszłych, teraźniejszych oraz przyszłych zdeterminowanych[24].

IV. CZTEROWARTOŚCIOWY SYSTEM LOGIKI MODALNEJ

W latach pięćdziesiątych Łukasiewicz podał kilka wersji systemu logiki modalnej[25], który dalej będziemy nazywać systemem Ł4 (albo systemem Ł-modalnym). System ten Łukasiewicz opiera na tzw. podstawowej logice modalnej, która spełniać winna następujących osiem warunków:

I. Uznaje się implikację *Jeśli p, to jest możliwe, że p,* czyli symbolicznie:

1.1. ⊣CpΔp (gdzie „p" oznacza „Jest możliwe, że *p*").

II. Odrzuca się implikację *Jeśli jest możliwe, że p, to p*, czyli symbolicznie:

1.2. ⊣CΔpp (gdzie ⊣ jest znakiem odrzucania).

III. Odrzuca się zdanie *Jest możliwe, że p*, symbolicznie:

1.3. ⊣Δp.

IV. Uznaje się implikację *Jeśli jest konieczne, że p, to p*, symbolicznie:

1.4. ⊣CΓpp (gdzie „p" oznacza „Jest konieczne, że *p*").

V. Odrzuca się implikację *Jeśli p, to jest konieczne, że p*, symbolicznie:

[24] Por. tamże, s. 250.

[25] Por. J. Łukasiewicz, *System logiki modalnej*, [w:] tenże, *Z zagadnień logiki i filozofii*, s. 275-305 (pierwsze wydanie w 1953 r.); tenże, *Sylogistyka Arystotelesa* [...], s. 180-278 (pierwsze wydanie w 1956 r.). Por. także wiele innych artykułów z tego okresu, np. tenże, *O zmiennych funktorach od argumentów zdaniowych*, [w:] tenże, *Z zagadnień logiki i filozofii*, s. 250-259 czy dość kontrowersyjny artykuł *Arithmetic and Modal Logic*, „The Journal of Computing Systems", 1(1954) 213-219.

1.5. ⊣CpΓp.

VI. Odrzuca się zdanie *Nie jest konieczne, że p*:

1.6. ⊣NΓp.

VII. Uznaje się równoważność *Jest możliwe, że p – wtedy i tylko wtedy, gdy – nie jest konieczne, że nie-p*:

1.7. ⊢EΔpNΓNp.

VIII. Uznaje się równoważność *Jest konieczne, że p – wtedy i tylko wtedy, gdy – nie jest możliwe, że nie-p*:

1.8. ⊢EΓpNΔNp.

Warunek I charakteryzuje możliwość jednostronną, IV – konieczność związaną z możliwością jednostronną, oba łącznie odpowiadają I grupie tzw. oczywistych zasad modalnych wymienianych przez Łukasiewicza w związku z systemem Ł3; są to zależności płynące z kwadratu modalnego.Warunek II odpowiada powiedzeniu *A posse ad esse non valet consequentia*, jego odpowiednikiem dla konieczności jest warunek V, dwa ostatnie warunki ustalają płynące z kwadratu modalnego związki między pojęciem konieczności a możliwości. Owych sześć warunków jest znanych logice tradycyjnej; przedstawiają one zależności kwadratu modalnego. Specjalny charakter mają warunki III i VI. „Trzeci warunek stwierdza, że nie wszystkie wyrażenia zaczynające się od Δ są uznawane, gdyż w przeciwnym wypadku *p* byłoby równoważne funkcji verum od *p*, która nie jest funkcją modalną [...] Szósty warunek stwierdza, że nie wszystkie wyrażenia zaczynające się od *N*Γ są uznane, gdyż w przeciwnym wypadku *p* byłoby równoważne funkcji falsum od *p*, która nie jest funkcją modalną. [...] W całej tej pracy przyjmuję, że Δ i Γ są funktorami zdaniotwórczymi od jednego argumentu zdaniowego i że Δ p oraz Γp są funkcjami prawdziwościowymi [...] Ponieważ w logice dwuwartościwej nie istnieje żaden funktor, który spełniałby wzory 1.1, 1.2 i 1.3 lub 1.4, 1.5 i 1.6, jest jasne, że podstawowa logika modalna, a w konsekwencji każdy system logiki modalnej jest systemem wielowartościowym”[26].

Dla podstawowej logiki modalnej Łukasiewicz proponuje następujący układ aksjomatów (w których Δ jest funktorem pierwotnym):

2.1. ⊢CpΔp.

2.2. ⊣CΔpp.

2.3. ⊣p.

[26] Ł u k a s i e w i c z, *System logiki modalnej*, s. 276.

2.4. ⊢$E\Delta p\Delta NNp$[27].

Podstawową logikę modalną można uogólnić, otrzymując system Ł4, który w postaci aksjomatycznej można przedstawić w następujący sposób:

A) Aksjomaty:

1. ⊢$C\delta pC\delta Np\delta q$,
2. ⊢$Cp\Delta p$,
3. ⊣$C\Delta pp$,
4. ⊣Δp,

gdzie δ jest zmiennym funktorem zdaniotwórczym od jednego argumentu zdaniowego.

B. Reguły:

a) reguła podstawiania dla wyrażeń uznanych (z rozszerzeniem dla δ-podstawiania)[28],

b) reguła odrywania dla wyrażeń uznanych,

c) reguła podstawiania dla wyrażeń odrzuconych: jeśli α jest odrzucone i α jest podstawieniem β, to β musi być odrzucone,

d) reguła odrywania dla wyrażeń odrzuconych: jeśli $C\alpha\beta$ i β jest odrzucone, to α musi być odrzucone.

Jeśli przyjmiemy warunki 1.7 i 1.8, można otrzymać równoległy do powyższej aksjomatyki układ aksjomatów zawierających jako termin pierwotny funktor konieczności, gdzie obok aksjomatu 1. mamy odpowiedniki wyrażeń 1.4, 1.5, 1.6.

Konsekwencją przyjętych przez Łukasiewicza założeń (których rezultatem jest powyższa aksjomatyka) są następujące matryce dla podstawowych funkto-

[27] Wzór 2.4 jest równoważny ze wzorem 1.7 (do dyskusji związku między 2.4 a 1.7 wrócimy w dalszej, krytycznej części tego punktu), a jest użyty jako aksjomat ze względu na elegancję, gdyż 1.7 zawiera termin zdefiniowany. Por. tamże, s. 277.

[28] Na temat reguły δ-podstawiania zob. Łukasiewicz, *O zmiennych funktorach* [...], s. 250-260. Reguła ta prowadzi często do bardzo nieintuicyjnych konsekwencji – por. np. następującą uwagę Lejewskiego (dz. cyt., s. 16): „Łukasiewicz dopuścił tu zmienne funktory zdaniotwórcze od jednego argumentu zdaniowego. Oczywiście, rachunek podobny temu jest częścią prototetyki. Najbardziej charakterystyczną cechą δ-rachunku (czyli systemu Ł4) są jego reguła podstawiania dla zmiennych funktorów i reguła definicji. Pierwsza jest daleko mniej intuicyjna niż korespondująca do niej reguła prototetyki, ale między innymi umożliwia stosowanie reguły definicji. Wraz z tradycyjną regułą odrywania formują one tak potężne narzędzie dedukcji, że Łukasiewicz mógł oprzeć cały δ-system, tj. rachunek zdań ze zmiennymi funktorami, na zasadzie dwuwartościowości jako jedynym aksjomacie".

rów (które powstają dla funktorów odpowiadających klasycznym przez mnożenie przez siebie odpowiednich matryc dwuwartościowych)[29]:

C	1	2	3	4	N	Δ	Γ
*1	1	2	3	4	4	1	2
2	1	1	3	3	3	2	2
3	1	2	1	2	2	3	3
4	1	1	1	1	1	3	4

Po tym krótkim przedstawieniu podstawowej logiki modalnej i systemu Ł-modalnego przejdźmy do bardziej szczegółowych analiz licznych problemów intuicyjnych, których ten system dostarcza. Jako punkt wyjścia tych analiz przypomnijmy kilka wyrażeń uznanych i kilka odrzuconych (dotyczących funktora konieczności) systemu.

1. NIEKTÓRE WYRAŻENIA UZNANE SYSTEMU Ł4

Z podanej wyżej aksjomatyki można m.in. wyprowadzić następujące wzory[30]:

1. Wszystkie tezy klasycznego rachunku zdań, w tym prawo ekstensjonalności:

---

[29] W systemie przedstawionym w książce *Sylogistyka Arystotelesa* [...] matryce dla funktora konieczności i możliwości różnią się nieco od powyższych. Mamy tam bowiem:

p	Δ	Γ
1	1	2
2	1	2
3	3	4
4	3	4

[30] Używamy terminologii Łukasiewicza „można wyprowadzić wzory", a nie „udowodnić następujące tezy", gdyż w systemie jedne z aksjomatów są uznane (tezy), a inne odrzucone (kontrtezy?); dyskusje rozumienia operacji (?) uznawania (odrzucania) przeprowadzimy niżej. Dla ułatwienia czytelnikowi orientacji w analizach systemu Łukasiewicza dla wyrażeń wymienianych w artykule *System logiki modalnej* używamy numeracji wyrażeń stosowanej tam przez Łukasiewicza, przy czym wybrano te wyrażenia, które są ciekawe ze względów intuicyjnych.

73. ⊢CEpqCδpδq.

2. Wzory dla funktora konieczności:

130. ⊢CΓCpqCΓpΓq „Jeśli konieczna jest implikacja i konieczny jej poprzednik, to konieczny jest jej następnik"; odpowiednik aksjomatu systemu T.

132. ⊢CCpqCΓpΓq „Jeśli (uznana?) jest implikacja i konieczny jej poprzednik, to konieczny jest następnik".

133. ⊢CΓCpqCpΓq

134. ⊢CΓqCpΓp

135. ⊢CΓpΓΓp Odpowiednik I aksjomatu redukcji – odpowiednik aksjomatu systemu S4.

136. ⊢EΓΓpΓp

141. ⊢EΓNΓpΓNp II prawo redukcji; według 136 i 141 zdanie apodyktyczne (także zdanie apodyktyczno-problematyczne „Jest koniecznie możliwe, że *p*") jest równoważne zawsze ze zdaniem apodyktycznym. Odpowiednio w systemie S5 mamy jako tezę wyrażenie EΓNΓpNΓp, stwierdzające odwrotnie, iż zdanie apodyktyczno-problematyczne („Jest koniecznie możliwe, że *p*") jest redukowalne do zdania problematycznego.

149. ⊢EΓKpqKΓpΓq

154. ⊢EΓApqAΓpΓq Uznane są zdania: Jest konieczne, iż *p* i *q* (*p* lub *q*) wtedy i tylko wtedy, gdy jest konieczne, że *p* i (lub) jest konieczne, że *q*.

2. NIEKTÓRE WYRAŻENIA ODRZUCONE SYSTEMU Ł4 (WZORY DLA FUNKTORA KONIECZNOŚCI)

156. ⊣CpΓp

157. ⊣NΓp

160. ⊣ΓCpp

3. KWESTIA OBOWIĄZYWANIA ZASADY CδpCδNpδq

Według Łukasiewicza system logiki modalnej winien być oparty na logice klasycznej, a wszystkie funktory modalne winny być prawdziwościowe. To ufundowanie na logice klasycznej zapewnić ma zasada CδpCδNpδq. Umożliwia ona, wraz z regułą δ-podstawiania i zwykłą regułą odrywania, wyprowadzenie z niej (co najmniej) wszystkich tez logiki klasycznej. Jednakże zasada ta prowadzi do nieintuicyjnych konsekwencji, np. do wyrażenia 160. ⊣ΓCpp, głoszącego, że odrzucone jest zdanie „Konieczne jest, że jeśli *p*, to *p*" (odrzucone jest zdanie, że prawa logiki są konieczne). W związku z tym rozważmy dwie sprawy: 1) kwestię obowiązywalności tej zasady w każdym rachunku czterowartościowym (opartym na logice klasycznej), 2) kwestię prawdziwościowości funktorów modalnych.

1. System Ł-modalny oparty jest (podobnie jak systemy standardowe) na logice klasycznej, ale jedynie on opiera się na zasadzie CδpCδNpδq wziętej z prototetyki. „We wszystkich aksjomatach prototetyki zawarta jest teza ekstensjonalności CEpqCδpδq – póki jesteśmy na gruncie klasycznego rachunku zdań, funktory wyznaczają funkcje dwuwartościowe, a my nie potrzebujemy obawiać się o to prawo ani jego konsekwencje. Jednakże, gdy do funktorów zdaniotwórczych włączymy funktory Δ i Γ, powinniśmy albo *explicite* wyłączyć funktory modalne z dziedziny funktora δ, albo uchylić CδpCδNpδq"[31].

W systemach standardowych logik modalnych zachodzi ta pierwsza możliwość – deklaruje się, że funktory modalne nie są prawdziwościowe, a więc nie wchodzą do dziedziny funktora. Natomiast w Ł4 funktory modalne są podstawialne za δ, a więc zarówno ⊢CΔpCΔNpΔq, jak i ⊢CΓpCΓNpΓq. Gdyby w systemach Lewisa było tezą któreś z tych wyrażeń, pociągałoby zaraz uznanie wyrażenia CΔpp (bo CΔpCΔNpΔq prowadzi do CΔpCΔNpΔKpNp, a to łącznie z NΔKpNp prowadzi do CΔp NΔNp, a więc do CΔpΓp). Ale w systemie Ł4 żadne wyrażenie znane nie może zaczynać się od NΔ, a więc i NΔKpNp nie jest wyrażeniem uznanym systemu. Podobnie tezą systemów standardowych nie jest ani CEpqCΓpΓq, ani CEpqCΔpΔq (gdyż jeśli np. *p* i *q* są fałszywe, to jednak przy *p* możliwym *q* może być niemożliwe – a taka sytuacja może być brana pod uwagę w tych systemach). Według Priora[32] nawet w systemie Ł-modalnym mamy „coś podobnego do dylematu: ograniczyć zakres czy pominąć CδpCδNpδq". W rachunku czysto asertorycznym ograniczenie dziedziny w wyrażeniu CδpCδNpδq jest obecne, choć nie odczuwane, ponieważ taki rachunek nie zawiera żadnego funktora, dla którego to prawo nie zachodzi. To ograniczenie jest też zakładane w Ł4, gdyż wyrażenie CδpCδNpδq utrzymuje swe obowiązywanie albo tylko pod warunkiem, że ograniczymy dziedzinę δ do takich funktorów, jak Δ czy Γ, które trzeba traktować jako zmienne funktory zmieniające swe wartości jedynie w części

[31] P r i o r, *Time and Modality*, s. 123.

[32] Poniższa analiza jest w znacznym stopniu oparta na rozważaniach Priora z *Time and Modality*, s. 3-5, 123-132.

dziedziny, albo uznamy, że rachunek nie jest funkcjonalnie pełny, tzn. że istnieją funktory jednoargumentowe, które nie są definiowalne w Ł4. W czterowartościowym rachunku istnieje 256 wszystkich funktorów jednoargumentowych, ale jedynie 16 z nich jest definiowalnych w Ł4. Są to funktory wyznaczone przez składanie dwuwartościowych funkcji jednoargumentowych klasycznego rachunku zdań; „Wyrażenie (Na, Nb) [za pomocą którego definiuje się czterowartościowy funktor negacji – przyp. M. L.] jest szczególnym przypadkiem formuły ogólnej (εa, ξb), gdzie ε, ξ mogą przybierać jako swe wartości funktory: V (*verum*), S (asercja), N (negacja) i F (*falsum*) z rachunku dwuwartościowego. Ponieważ każdą z czterech wartości ε można połączyć z każdą z czterech wartości ζ, otrzymujemy 16 kombinacji, które definiują 16 funktorów od jednego argumentu rachunku czterowartościowego"[33]. Jak funktor czterowartościowej negacji N(a, b) = (Na, Nb), tak funktor możliwości Δ (a, b) = (Sa, Vb) = (a, Cbb), a funktor konieczności Γ (a, b) = (Sa, Fb) = (a, Fb). Mamy więc z góry założone ograniczenie możliwych do rozważania funkcji systemu do tych, które dadzą się traktować jako złożenie klasycznych funkcji jednoargumentowych (do rozważań sensu intuicyjnego takiej konstrukcji funktorów wrócimy później). Jeżeli wyjdziemy poza tę dziedzinę i założymy, że możemy zdefiniować każdy funktor, wyrażenie CδpCδNpδq musi odpaść. Można np. zdefiniować funktor Xp taki, że Xp = (odpowiednio) 1, 1, 1, 4, gdy p = 1, 2, 3, 4. Mamy wtedy CX3XN3X4 = C1CX24 = C1C14 = C14 = 4. Albo funktor Yp = 2, 3, 4, 1, gdy p = 1, 2, 3, 4, i wtedy CY1CYN1Y3 = 3. Podobnie prawo ekstensjonalności CEpqCδpδq jest fałszywe dla tych funktorów. Prior podsumowuje to w sposób następujący: „Faktycznie nie znam żadnego systemu zawierającego to prawo, który nie ma co najmniej jednego z następujących ograniczeń: albo 1) system jest dwuwartościowy, albo 2) system jest funkcjonalnie niepełny, albo 3) system nie zawiera wszystkich klasycznych praw dla funktorów C, E"[34]. A zatem, jak na razie, wydaje się, że Łukasiewicz arbitralnie założył, że funktory modalne powinny zachowywać się jak funktory prawdziwościowe.

2. Ciekawą argumentację za tym, że funktory modalne nie są prawdziwościowe, przedstawił Prior w *Formal Logic*[35]. Punktem wyjścia tej argumentacji jest teza Arystotelesa dotycząca możliwości obustronnej (kontyngencji),

---

[33] Ł u k a s i e w i c z, *Sylogistyka Arystotelesa* [...], s. 224 n.

[34] P r i o r, *Time and Modality*, s. 129. Dalej Prior konstruuje systemy mające trzecie z tych ograniczeń.

[35] S. 190-192.

głosząca, iż *Jeśli jest kontyngentne, że p, to jest kontyngentne, iż nie p* (gdyż Qp = KΔpΔNp = KΔNpΔp → KΔNpΔNNp = QNp). Łukasiewicz[36] wykazał, że korzystając z tezy CδpCδNpδq i tezy Arystotelesa CQpQNp, można dojść do paradosalnych konsekwencji, iż jeśli jakieś zdanie jest kontyngentne, to każde zdanie jest kontyngentne[37].

Trudność w tym wywodzie leży, według Priora, w wierszu 4: „nie jest po prostu prawdą, że jeśli jakieś zdanie jest kontyngentne, to jeżeli nie-*p* jest też kontyngentne, to wszystko jest kontyngentne". Funktor „Jest kontyngentne, że [...]" nie jest takim funktorem, który można podstawiać za δ. Można bowiem przywołać w tym miejscu analogię z kwantyfikatorami. Jeśli jest prawdziwe dla jakiegoś predykatu ϕ, że KΣxϕxΣxNϕx), to będzie to prawdą i dla Nϕ. A więc mamy:

C(KΣxϕxΣxNϕx)(KΣxNϕxΣxNNϕx),(gdyżK(Σxϕx)(ΣxNϕx)→K(ΣxNϕx)(Σxϕx) → K(ΣxN x)(ΣxNNϕx)). Jeśli użyjemy skrótu Oxϕx dla wyrażenia KΣxϕxΣxNϕx, możemy naszą tezę zapisać: COxϕxOxNϕx i wyprowadzić z niej absurdalny wniosek w następujący sposób:

1. CδpCδNpδq
2. CCpqCCpCqrCpr (sylogizm Fregego)
3. COxϕxOxNϕx
   1 p/ϕx, q/ψx – 4
4. CδϕxCδNϕxψx
   4 δ/Ox – 5
5. COxϕxCOxNϕxOxψx
   2 p/Oxϕx, q/OxNϕx, r/Oxψx – C3 – C5 – 6
6. COxϕxOxψx
   6 Σϕ – Πψ – 7
7. CΣOxϕxΠOψxψx

[36] *O zmiennych funktorach*, s. 250 n.

[37] Wywód Łukasiewicza jest następujący:
1. CδpCδNpδq
2. CCpqCCpCqrCpr (sylogizm Fregego)
3. CQpQNp (zasada Arystotelesa)
   1 δ/Q – 4
4. CQpCQNpQq
   2 p/Qp, q/QNp, r/Qq – C3 – C4 – 5
5. CQpQq
   5 – Σp – Πq – 6
6. CΣpQpΠqQq.

Tak więc, jeśli istnieje jakiś predykat ϕ, o którym można powiedzieć, że coś własność przez niego reprezentowaną ma i coś tej własności nie ma (np. własność bycia studentem w zbiorze ludzi), wtedy możemy powiedzieć to o każdym predykacie, to znaczy, iż nie ma prawdziwych zdań ogólnych. Źródło trudności leży tu w traktowaniu złożonego kwantyfikatora „Ox" jako podstawialnego za δ w 4. Widzimy, że funkcja odpowiadająca kwantyfikatorowi „Ox" odpowiada zdaniu kontyngentnemu i ta funkcja nie jest prawdziwościowa (bo aby stwierdzić, czy zdania „Oxϕx" i „OxNϕx" są prawdziwe, czy nie, trzeba znać predykat reprezentowany przez ϕ; dla pewnych predykatów tak jest, dla innych zaś nie). A zatem funktor kontyngencji (możliwości obustronnej) nie jest prawdziwościowy. A skoro tak, to, zważywszy na (wymieniane wyżej) powiązania między funktorami modalnymi, żaden funktor modalny nie jest prawdziwościowy.

Argumentacja powyższa wydaje się bardzo przekonująca. Oczywiście, Łukasiewicz wyciąga inne wnioski z wyrażenia CΣpQpΠqQq; wnioskiem jego jest, iż zasadę Arystotelesa należy odrzucić, gdyż prowadzi do paradoksalnych konsekwencji. Z argumentacji wyżej przedstawionej i rozważań dotyczących zasady CδpCδNpδq wynika, że to ta ostatnia zasada jest odpowiedzialna za nieintuicyjne konsekwencje; funktory modalne nie mogą być podstawiane za zmienną.

4. PRÓBA INTUICYJNEJ INTERPRETACJI FUNKTORÓW MODALNYCH W SYSTEMIE Ł4

Prior podjął się jednak próby podania pewnego rozumienia funktorów Ł-modalnych, tak aby sposób określenia tych funktorów wydał się bardziej racjonalny. „Wyrażenie postaci 'Jest możliwe, że *p*' ma wiele znaczeń, lecz istnieje w pewnym stopniu kres górny i dolny tego, co ono może znaczyć. Nigdy nie stwierdza ono więcej niż to, że *p* jest aktualnie prawdziwe, i nigdy nie stwierdza mniej niż to, że *p* jest prawdziwe, jeśli ono jest prawdziwe. Podobnie – 'Jest konieczne, że *p*' nigdy nie stwierdza mniej niż to, że *p* jest aktualnie prawdziwe, i nigdy nie stwierdza więcej niż to, że *p* jest zarazem prawdziwe i fałszywe (ponieważ to ostatnie jest kresem górnym każdej asercji [...] We wszystkich systemach modalnych oprócz tego jednego jest przyjmowane, że te kresy leżą poza dziedziną możliwych dopuszczalnych znaczeń 'Jest możliwe, że ...' i 'Jest konieczne, że ...' Znaczy to, że 'Jest możliwe, iż p' jest wzięte jako stwierdzające nie tylko nie więcej niż *p*, ale dokładnie mniej niż samo *p* (bycie prawdziwym w przypadkach, w których samo *p* nie jest prawdziwe) i nie tylko nie mniej, ale dokładnie więcej niż 'Jeśli *p*, to *p*' (ponieważ to ostatnie jest prawdą nawet w przypadkach, w których *p* nie musi być możliwe, ale może być nawet niemożliwe. Jest prawdą np., że jeśli 2 i 2 jest i nie jest 4, to 2 i 2 jest i nie jest 4). Ale formuły, które występują w systemie Ł-modalnym jako aksjomaty i twierdzenia, nie obowiązują wtedy, gdy 'Jest możliwe, że *p*' jest dane jako znaczące coś *pomiędzy* górnym i dolnym kresem, ale obowiązują, gdy jest dane znaczenie dotyczące samego kresu górnego czy samego kresu dolnego. To jest, w formułach systemu, funktor Δ zachowuje się, jak gdyby on nie był stałym, ale zmiennym funktorem, zdolnym zajmować pozycję albo prostego 'Jest tak, że ...', albo 'Jeśli jest tak, że (tak a tak), wtedy tak jest'. Na przykład CpΔp jest prawem, ponieważ ono utrzymuje się niezależnie od tego, czy zastąpisz Δp przez Cpp, czy przez zwykłe *p*, a proste Δp nie jest prawem, gdyż nie utrzymuje się, gdy zastąpisz je przez zwykłe *p*. Γ z systemu Ł4 może być podobnie interpretowane – tezy systemu zawierające Γ są takimi formułami zawierającymi Γ, które będą prawami zwykłego rachunku zdań niezależnie, czy *p* będzie zastąpione przez zwykłe *p*, czy przez KpNp. Fatalna formuła CΓpqCpΓq[38] jest prawem, ponieważ gdy po prostu pominiesz Γ, otrzymasz CCpqCpq, które jest dość oczywistą tautologią, a gdy zastąpisz Γα przez KαNα, przejdzie to wyrażenie w wyrażenie CKCpqNCpqCpKqNq, które jest prawdziwe, ponieważ jego poprzednik jest zawsze fałszywy"[39]. Przypatrzmy się rozważaniom Łukasiewicza, aby zbadać słuszność wniosków Priora.

Łukasiewicz pisze: „Wzory z Δ są oczywiście iloczynem wzorów sprawdzanych przez *S* i *V*. Wzór CpΔp jest uznany, gdyż jest uznany dla Δ = S i Δ = V, wzory CΔpp i Δp są odrzucane, ponieważ odrzuca się pierwszy wzór dla Δ = V, a drugi wzór dla Δ = S – możemy uzyskać iloczyn mnożąc S przez V, co daje funkcję Δ (a, b) = (Sa, Vb) = (a, Cbb)"[40]. Przy tym „klasyczny rachunek zdań, do którego wszystkie wzory naszej logiki modalnej są matrycowo sprowadzalne, jest nasycony, tj. dowolny wzór musi być albo uznany na podstawie uznanych aksjomatów, albo odrzucony na podstawie aksjomatu

[38] Jest ona „fatalna" w tym sensie, że – jak zauważa Prior – odpowiada błędowi, o którym często wspominali średniowieczni autorzy, polegającemu na pomieszaniu *necessitas consequentiae* z *necessitas consequentis*. Zob. rozróżnienia różnych rodzajów konieczności u Arystotelesa z początku tego artykułu.

[39] P r i o r, *Time and Modality*, s. 4.

[40] Por. Ł u k a s i e w i c z, *System logiki modalnej*, s. 289.

odrzucania *p*, który wynika łatwo z naszego aksjomatu 3 lub 4”[41]. Widzimy więc tu tę własność, o której pisze Prior, przeskakiwania funkcji możliwości (a to samo można powiedzieć o funktorze konieczności, dla którego odpowiednio można stwierdzić, że wzory są iloczynem wzorów sprawdzanych przez *S* i przez *F*. Wzór CΓpp jest uznany, bo jest uznany dla Γ = S i dla Γ = F, wzór zaś CpΓp jest odrzucony, gdyż odrzuca się go dla Γ = F, a wzór NΓp jest odrzucony, bo odrzuca się go dla Γ = S) od kresu dolnego do górnego przez zakres, który właściwie jest dla tego funktora przeznaczony, gdzie standardowe funktory modalne „pracują” nie osiągając owych kresów. Tu dochodzimy do ważnego dla niniejszych rozważań miejsca – roli, jaką w systemie Łukasiewicza pełni schemat: wyrażenia uznane – wyrażenia odrzucone.

5. SCHEMAT: WYRAŻENIA UZNANE – WYRAŻENIA ODRZUCONE

Schemat: wyrażenia uznane – wyrażenia odrzucone wymaga odrębnych analiz. W „zwykłym” systemie logiki mamy jedną kategorię wyrażeń – wyrażenia uznane, których zbiór pokrywa się ze zbiorem tez. Wszystkie inne wyrażenia zbudowane w języku systemu są pomijane w rozważaniach – nie są tezami, ponieważ nie dadzą się wywieść z aksjomatów za pomocą reguł prowadzących od tez do tez. Mamy więc w takim systemie właściwie do czynienia tylko z jedną wartością logiczną (prawdą?) będącą kresem górnym zbioru wartości logicznych; wartości wszystkich innych wyrażeń znajdują się poniżej tego kresu. To, że zmienna zdaniowa nie jest tezą systemu, wynika z faktu, iż można podać takie jej podstawienie, które jest zdaniem fałszywym. W systemie Ł4, jeśli liczyć się z objaśnieniami Łukasiewicza, ten schemat winien również obowiązywać – „odrzucona formuła” znaczy bowiem tyle, co „nie każde jej podstawienie jest uznane” (trzeci warunek (1.3) stwierdza, że nie wszystkie wyrażenia zaczynające się od Δ są uznane[42]), a zatem, ściśle rzecz biorąc, należałoby symbole $\vdash\alpha$, $\dashv\alpha$ odczytywać jako (odpowiednio): wszelkie podstawienia α są uznane, nie wszelkie podstawienia α są uznane.

[41] Tamże, s. 288.

[42] Gdyby bowiem czytać znak „$\dashv$” w sposób mocny, tzn. „odrzucona formuła” to tyle, co „każde jej podstawienie jest fałszywe”, to niemożliwa byłaby w ogóle logika modalna, gdyż nie dopuszczałoby się żadnego prawdziwego zdania problematycznego; to nie było jednak intencją Łukasiewicza (ponieważ, jak wynika z matrycy Ł4, jeśli *p* ma wartość wyróżnioną, to i Mp ma taką wartość).

Dochodzimy wówczas do tego, co musi uderzać w zetknięciu z systemem Ł4 – gdyby ograniczyć się tylko do aksjomatów uznanych i jeszcze zawiesić w stosunku do funktorów modalnych działanie zasady CδpδNpδq (ze względu na podnoszone wyżej wątpliwości), to zawarta w systemie „pozytywna" wiedza o modalnościach byłaby bardzo uboga (w systemie pozostałyby jedynie warunki 1.1, 1.4, 1.7 i 1.8, czyli zasada *Ab oportere ad esse* ... i pochodząca z kwadratu modalnego zależność między Δ i Γ, ale nie naruszająca „zdrowych" intuicji dotyczących pojęć modalnych. Intuicje te są bowiem naruszane przez konsekwencje rozszerzenia działania zasady CδpδNpδq na funktory modalne i przez aksjomaty odrzucania. Rola tych ostatnich jest taka, że (jak sam Łukasiewicz wskazuje) bronią one system Ł4 przed trywializacją. Aksjomaty 1.2 i 1.5 bronią funktory Δ i Γ przed trywialnym sprowadzeniem do funktora asercji, aksjomat 1.3 broni funktor Δ przed sprowadzeniem do funktora *verum*, a aksjomat 1.6 – funktor konieczności przed sprowadzeniem do funktora *falsum*. Jeśli założyłoby się, że funktory modalne są prawdziwościowe, a nie byłoby zdań „odrzuconych", musiałaby być sytuacja taka, jak w Ł3 – konieczne byłyby wszystkie zdania o wartości najlepszej (prawdziwe, o zdarzeniach zdeterminowanych, już minionych), a możliwe – wszystkie zdania nie-fałszywe (o wszystkich wartościach poza wartością najgorszą), ale tego Łukasiewicz chciał uniknąć (np. zasada *Unumquodque, quando est, oportet esse* jest po prostu odrzucana). Natomiast skonstruowanie rachunku nasyconego (dzięki schematowi: wyrażenia uznane – wyrażenia odrzucone) spowodowało paradoksalną sytuację, iż żadne zdanie konieczne nie może być uznane. Nie ma bowiem w systemie Ł4 możliwości wprowadzenia „pierwszego" uznanego zdania koniecznego do systemu (w systemach standardowych wprowadzanie do systemu zdań koniecznych umożliwia np. reguła Gödla, która przypisuje konieczność wyrażeniom na podstawie tego, że wyrażenia te są np. tezami klasycznego rachunku zdań); w Ł4 reguły dla odrzucania skutecznie eliminują wszystkie wyrażenia zaczynające się od funktora konieczności. Jeśli bowiem ⊣p (bo jego konsekwencją podstawieniową jest odrzucone wyrażenie ⊣Δp), to z reguły odrywania dla odrzucania i wyrażenia ⊢CΓpp mamy wyrażenie ⊣Γp. Skoro żadne zdanie nie może być konieczne, to tak jest i z prawami logiki, np. 160. ⊣ΓCpp albo ⊣Γ(x = x)[43]. Choć ściśle mó-

[43] Za tym, że ⊣Γ(x = x), Łukasiewicz przeprowadza osobliwy wywód, będący odpowiedzią na trudności związane z koniecznościowaniem zdań analitycznych podniesione przez Quine'a. Por. Łukasiewicz, *Sylogistyka Arystotelesa* [...], s. 228-231; tenże, *Arithmetic and Modal Logic*, s. 391 n.

wiąc, zgodnie z wyżej przytoczonymi ustaleniami Łukasiewicza wyrażenie *p* należałoby czytać nie: „żadne zdanie nie jest konieczne”, ale „nie możemy przyjąć, że wszystkie zdania apodyktyczne są prawdziwe”, co jest trywialnie prawdziwe (istnieje bowiem co najmniej jedno zdanie kontyngentne prawdziwe).

Innym ewentualnie sposobem, w jaki zdania konieczne mogłyby „wejść” do systemu, mogłyby być tezy redukcyjne. W systemie S5 mamy np. tezę: Jest możliwie konieczne, że *p* wtedy i tylko wtedy, gdy jest konieczne, iż *p* (a więc zdania problematyczno-apodyktyczne są redukowalne do zdań apodyktycznych). W systemie Ł4 natomiast mamy 141. ⊢EΓNΓpΓNp stwierdzające, że zdania apodyktyczne są redukowalne do zdań apodyktycznych. Te konsekwencje sprawiają, że wielu autorów ocenia system Ł4 jako dziwny, osobliwy[44]. Osobliwa jest również np. teza 154. ⊢EΓApqAΓpΓq dotycząca rozkładania funktora konieczności na człony alternatywy. Dla zdarzeń sprzecznych alternatywa zdań opisujących te zdarzenia jest prawdziwa i, chciałoby się powiedzieć, logicznie konieczna (prawo wyłączonego środka), natomiast oczywiste jest, iż żadne z tych zdań konieczne być nie musi (teza 154 jest konsekwencją zasady CδpCδNpδq).

Z powyższych wyników Łukasiewicz wyprowadza wnioski filozoficzne odnośnie do możliwości wszelkiej wiedzy apodyktycznej. Podkreśla on ważność odkrycia wskazującego, iż żadne zdania apodyktyczne nie mogą być prawdziwe, czyli na niemożliwość wiedzy apodyktycznej. Warto w tym miejscu zauważyć, że ten rezultat systemu Ł4 właściwie nie jest odkryciem, ale założeniem poczynionym przez Łukasiewicza. Na jakiej bowiem podstawie Łukasiewicz przyjmuje aksjomaty systemu oraz jego reguły? Dlaczego wśród tych reguł są reguły odrzucania, które oczyszczają zbiór zdań ze zdań koniecznych? Poniższy cytat z ostatniego rozdziału *Sylogistyki Arystotelesa* trzeba więc traktować raczej jako źródło systemu Ł4, jako jego filozoficzną motywację, a nie filozoficzną konsekwencję tego systemu[45]. Łukasiewicz

[44] „Te osobliwości są prawdopodobnie przyczyną tego, że system Ł4 nie jest cytowany w pracy: R. F e y s, J. D o p p, *Modal Logic*, Paris–Leuven 1965. Por. J. P o r t e, *The Ω-System and the Ł-System of Modal Logic*, „Notre Dame Journal of Formal Logic”, 20(1979) 915-920.

[45] Z analizy całej twórczości Łukasiewicza wyraźnie płynie wniosek, iż u podstaw systemów, które tworzył, są pewne presupozycje filozoficzne, czyli, innymi słowy, iż Łukasiewicz faktycznie próbował realizować swój program filozofii logicznej, traktując systemy, które tworzył, jako pozostające na usługach żywionych przez siebie poglądów. Mylące jest w pracach Łukasiewicza to, że wiele z tych prac logiczno-filozoficznych pozostaje w związku z badania-

pisze: „Nie istnieją prawdziwe zdania apodyktyczne i z punktu widzenia logiki nie zachodzi różnica między prawdą matematyczną i empiryczną. Logikę modalną można opisać jako rozszerzenie logiki zwykłej przez wprowadzenie akceptacji 'mocniejszej' i 'słabszej'. Akceptacja apodyktyczna Lp (w pracy *Sylogistyka Arystotelesa* funktor *L* odpowiada naszemu Γ, a *M* – naszemu Δ – przyp. M. L.) jest mocniejsza, a akceptacja problematyczna Mp słabsza od akceptacji asertorycznej *p*. Używając niezobowiązujących wyrażeń 'mocniejsze' i 'słabsze' zamiast 'konieczne' i 'kontyngentne'[46], możemy uwolnić się od pewnych niebezpiecznych skojarzeń związanych z terminami modalnymi. Konieczność zawiera w sobie przymus, kontyngencja sugeruje przypadek. Uznajemy to, co konieczne, ponieważ czujemy się do tego zmuszeni. Ale jeżeli *La* jest tylko akceptacją mocniejszą niż *a* i *a* jest prawdziwe, to dlaczego mielibyśmy uznawać *La*? Prawda jest wystarczająco silna i nie ma potrzeby wprowadzania 'superprawdy' silniejszej niż prawda"[47]. Z cytowanych rozważań przebija wyraźnie instrumentalizm, który „późny" Łukasiewicz wyraźnie głosił, i płynący z niego empiryzm. „Zdaję sobie sprawę z tego, że są możliwe inne systemy logiki modalnej, oparte na innych pojęciach konieczności i możliwości. Jestem mocno przekonany, że nigdy nie będziemy mogli rozstrzygnąć, który z nich jest prawdziwy. Systemy logiczne są narzędziami myślenia i im bardziej przydatny jest system logiczny, tym bardziej jest wartościowy"[48]. Poddajmy analizie te dwa cytaty, traktując je jako motywację dla systemu Ł4 – być może wtedy system Ł4 przestanie wydawać nam się dziwny i osobliwy?

---

mi nad Arystotelesem, co powoduje, iż traktuje się je jako próbę interpretacji poglądów Stagiryty, podczas gdy są to własne dzieła Łukasiewicza, będące wyrazem jego poglądów na świat, a tylko podparte pewnymi tezami wziętymi od Arystotelesa (podobnie jak sam Arystoteles posługuje się tezami swych poprzedników, argumentując za własnymi twierdzeniami). Oczywiście nie próbuję tu kwestionować pozycji Łukasiewicza jako historyka logiki, np. w pracy *Sylogistyka Arystotelesa z punktu widzenia współczesnej logiki formalnej* z łatwością można odróżnić miejsca, gdzie Łukasiewicz pisze jako historyk, od tych, w których pisze jako filozof. Chodzi tu tylko o sposób, w jaki posługiwał się twierdzeniami z tradycji dla umotywowania własnych systemów. Jeśliby powyższa konstatacja była pozbawiona wartości poznawczej, to jak wytłumaczyć na przykład fakt zestawienia przez Łukasiewicza trzech grup zasad modalnych, z których każda dotyczyła jawnie innego znaczenia tych pojęć w argumentacji za systemem Ł3 (musielibyśmy uznać, że Łukasiewicz popełnił ekwiwokację, co jest nie do przyjęcia w stosunku do jednego z największych logików w historii!).

[46] Ciekawe, że Łukasiewicz użył tu wyrażenia „kontyngentne", a nie „możliwe". Wygląda na to, że myśląc o możliwości, miał on stale na uwadze możliwość dwustronną.

[47] Ł u k a s i e w i c z, *Sylogistyka Arystotelesa* [...], s. 275.

[48] T e n ż e, *System logiki modalnej*, s. 296.

Pierwszą rzeczą, która uderza tutaj, jest sprowadzenie funktora konieczności do roli pojęcia epistemicznego. Czyż konieczność, którą Arystoteles przypisywał związkowi między poprzednikiem a następnikiem poprawnego sylogizmu, można wiązać z pojęciem akceptacji?[49] Ta konieczność wyraźnie znaczy, jak przekonująco argumentuje na przykład Patzig, tyle, co uniwersalna ważność sylogizmu – „[...] koniecznie prawdziwe nie znaczy nic więcej niż prawdziwe we wszystkich możliwych przypadkach, tj. dla dowolnego podstawienia konkretnych terminów za zmienne A, B, C, występujące w danym trybie sylogistycznym"[50]. Innym rodzajem zdań, które Arystoteles uznawał za konieczne, są zdania oparte na definicjach, np. „Jest konieczne, aby człowiek był zwierzęciem"; w takich zdaniach konieczne jest połączenie pomiędzy podmiotem i orzecznikiem. Otóż Łukasiewicz traktuje konieczne zdania oparte na definicjach jako przykłady zdań analitycznych, w zdaniach analitycznych jest bowiem tak, iż orzecznik zawiera się w podmiocie. Jednakże zdania oparte na definicjach u Arystotelesa czerpią swą konieczność z konieczności zawartej w definicji realnej, a ta konieczność pochodzi z intelektualnej oczywistości będącej źródłem definicji realnej. A więc zdania oparte na definicjach są absolutnie konieczne, tzn. spełniają dwa warunki:

– orzecznik przynależy do wszystkich przedmiotów podpadających pod termin będący podmiotem;

– orzecznik przynależy tym przedmiotom jako takim, tj. na mocy definicji[51]. Nie wszystkim więc zdaniom analitycznym przysługuje taka absolutna konieczność, np. nie przysługuje ona zdaniom takim, jak „Każdy człowiek jest zdolny do śmiechu", „Każdy człowiek śpi (w jakimś czasie)" itp. zdania.

---

[49] Takie podejście było charakterystyczne dopiero dla późnego średniowiecza z jego rozważaniami epistemicznymi dotyczącymi pojęcia konsekwencji (por. moją recenzję książki: I. B o h, *Epistemic Logic in the Late Middle Ages*, London–New York 1993, zawartą w niniejszym tomie). Niestosowność takiej postawy podkreślał sam Łukasiewicz (*Sylogistyka Arystotelesa*, s. 197): „[...] jak interpretować konieczność, gdy mamy zdanie pozbawione zmiennych wolnych, a zwłaszcza, gdy zdanie to jest implikacją składającą się z fałszywych poprzedników i fałszywego następnika [...] Widzę tylko jedną rozsądną odpowiedź: Winniśmy powiedzieć, że ktokolwiek uznaje przesłanki takiego sylogizmu, to jest zmuszony przyjąć z konieczności jego wniosek. Lecz konieczność miałaby charakter psychologiczny [tak jak właśnie w późnośredniowiecznych traktatach o konsekwencjach – przyp. M. L.] i jako taka byłaby zupełnie obca nauce logiki. Ponadto jest bardzo wątpliwe, aby znalazł się ktokolwiek uznający zdania oczywiście fałszywe za prawdziwe. Nie znam lepszego środka na tę trudność, jak usunięcie funktora L (konieczności) sprzed każdej uznanej implikacji)".

[50] P a t z i g, dz. cyt., s. 27 i por. cały rozdz. II, zatytułowany: „Logical Necessity" (s. 16-42).

[51] Por. tamże, s. 34.

które o *species* orzekają np. *proprium*. Łukasiewicz zdaje się wcale tego nie dostrzegać. Trzeci rodzaj zdań koniecznych dla Arystotelesa, które podejmuje Łukasiewicz, to zdania wyrażające podstawowe zasady metafizyczne. Znowu Łukasiewicz argumentuje przeciw nim, jakby nic nie wiedział o metafizyce Arystotelesa. Łukasiewicz pisze: „W *Hermeneutyce* czytamy: «Jeżeli można zgodnie z prawdą powiedzieć, że coś jest białe albo niebiałe, to z konieczności to coś musi być białe albo niebiałe». Jak się wydaje, w tym zdaniu stwierdza się konieczne połączenie pomiędzy «rzeczą» jako podmiotem i «bielą» jako orzecznikiem. Posługując się zmienną zdaniową zamiast zdania «Coś jest białe» otrzymujemy formułę: «Jeśli prawdą jest, że *p*, to jest konieczne, iż *p*»"[52]. Oczywiście to, że Łukasiewicz „nie zauważył prawa wyłączonego środka i potraktował je jako zwykłe zdanie prawdziwe lub fałszywe, wskazuje na zdecydowanie empirystyczne stanowisko reprezentowane przez Łukasiewicza. Zauważmy: w pierwszym przytoczonym przykładzie dotyczącym sylogizmu argumentem za pozbawieniem sylogizmu konieczności była możliwość fałszywości jego argumentów; a przecież ten fakt jest właśnie źródłem konieczności sylogizmu! Prawa logiki bowiem są zdaniami nie o faktach, ale o powszechnych i koniecznych związkach między faktami. Tylko skrajnym empiryzmem można wytłumaczyć fakt, że we wszystkich przytoczonych tu przykładach Łukasiewicz sprowadził te związki do zdań ogólnych. Wtedy oczywiście pojęcie konieczności jest zbędne: zarówno prawa logiki, metafizyki jak i prawdy dotyczące relacji między *species* a *genus* czy *differentia specifica* w definicji realnej są tylko uogólnieniami empirycznymi, a pojęcie konieczności można sprowadzić, co najwyżej, do zbędnego pojęcia akceptacji.

Na gruncie powyższych rozważań nie dziwi nas tak bardzo twierdzenie Łukasiewicza, że nie istnieją prawdziwe zdania apodyktyczne. Widzimy, że Łukasiewicz posunął się tu dalej od Hume'a, który dopuszczał przynajmniej konieczność związków między ideami (np. twierdzenia matematyki). Według Łukasiewicza twierdzenia matematyki nie zasługują na jakieś szczególne traktowanie: prawda *a priori* zawsze jest syntetyczna. Nie wyłania się jednak dzięki jakiejś tajemniczej zdolności umysłu[53], ale z bardzo prostych do-

[52] Łukasiewicz, *Sylogistyka Arystotelesa* [...], s. 205.

[53] Cały ten cytat jest skierowany przeciw Arystotelesowi i jego koncepcji wiedzy apodyktycznej opartej na definicjach jako ostatecznych podstawach. Oczywistość intelektualna dająca konieczność definicjom gwarantowała u Arystotelesa prawdziwość wszelkiej wiedzy opartej na sylogizmie, który umożliwiał dziedziczenie owej konieczności ostatecznych przesłanek przez zdania udowodnione w sposób apodyktyczny.

świadczeń, które zawsze można powtórzyć. [...] Aksjomaty logiki i matematyki opierają się na takich właśnie doświadczeniach; nie ma żadnej fundamentalnej różnicy pomiędzy naukami apriorycznymi a aposteriorycznymi"[54]. Jeśli faktycznie konstrukcję systemu Ł4 poprzedzały powyższe rozstrzygnięcia filozoficzne, to owa konstrukcja staje się zrozumiała. Skoro system był pomyślany – jak to deklaruje Łukasiewicz – jako służący analizie pojęcia kontyngencji, która przysługuje zdaniom o faktach (czyli wszystkim twierdzeniom nauki), a funktor konieczności jest związany z funktorem możliwości dwustronnej prawami kwadratu modalnego, to konstrukcja systemu Ł4 musiała iść w tym kierunku, żeby uniemożliwić jakimkolwiek zdaniom apodyktycznym przyjmowanie wartości wyróżnionej. Stąd schemat: uznawanie – odrzucanie, reguły odrzucania dla podstawiania i odrywania, brak odpowiednika reguły Gödla, która sprowadzona do praw rachunku zdań rzeczywiście trywializowałaby system, nakazując uznać za konieczne każde zdanie prawdziwe i w końcu niestandardowe tezy redukcyjne. System musiał być na tyle szczelny, by w ogóle dopuszczając istnienie zdań apodyktycznych, uchronić się od uznania choćby jednego z nich za prawdziwe.

Konkludując trzeba stwierdzić, że koncepcja konieczności, którą dysponował Łukasiewicz, na przestrzeni lat ulegała zmianie równolegle, jak ulegała zmianie jego koncepcja logiki. „Późny" Łukasiewicz, głosząc w kwestii obowiązywalności systemów logiki instrumentalizm, a w kwestii pochodzenia prawd logicznych – empiryzm, nie mógł dopuścić możliwości zdań apodyktycznych. Tak więc w walce z pojęciem konieczności i determinizmem, który z tym pojęciem Łukasiewicz wiązał, toczonej przez całe swe życie naukowe, Łukasiewicz odniósł ostatecznie zwycięstwo.

---

[54] Łukasiewicz, *Sylogistyka Arystotelesa* [...], s. 276.

SOME REMARKS
ON JAN ŁUKASIEWICZ'S CONCEPTION OF NECESSITY

S u m m a r y

In the logical works of Aristotle modal concepts are taken in some different meanings. At the first period of his modal considerations Łukasiewicz constructs the logical system (so called system Ł3) in which, according to Łukasiewicz's intention, these different meanings of modality are covered in (included). He also assumes that modal functors are true-functional and the logical system for such functors has to be many-valued. In this three-valued system Ł3 the functor of necessity may be characterized as a temporal one. Necessity is applied to sentences about past and present events and to sentences about determined events, while contingency (interpreted as two-sided possibility) to future undetermined events.

In the fifties „the late" Łukasiewicz constructs the four-valued system Ł4. In this system the matrices for counterparts of classical functors: A, C, E, K, N are defined by multiplying suitable two-valued matrices by theirselves. Thus, the system Ł4 is classical logic. Axiomatic construction of Ł4 is based on dividing the set of all propositions into two subsets: asserted and rejected. In consequence, no proposition which is preceded by the functor of necessity can be asserted in this system and iterated modalities are reduced in way which is different from standard one. The philosophical conclussion drawn by Łukasiewicz is that there are no difference between logical (and mathematical) thesis and empirical one with respect to „strenght" of affirmation (which he identifies with modality of proposition).

Summarized by Marek Lechniak