ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom XLVIII, zeszyt 1 – 2000

PAWEŁ GARBACZ
Lublin

UWAGI O GENEZIE WSPÓŁCZESNEJ LOGIKI MODALNEJ

Jedną z najbujniej rozwiniętych gałęzi logiki współczesnej jest logika modalna[1]. Bogactwo poprawnych formalnie systemów przyczyniło się jednakże do tego, że początkowe nadzieje dotyczące ich zastosowań jako użytecznych poznawczo narzędzi rozwiewały się w miarę rozwoju formalizmów. Dziś coraz częściej wspomina się o potrzebie filozoficznych dociekań dotyczących ich wartości, które pomogłyby w ukierunkowaniu badań formalnych. Warto więc w tym kontekście przypomnieć, jakie racje legły u podstaw konstrukcji pierwszych nowoczesnych systemów logiki modalnej, tj. logik ścisłej implikacji Clarence'a Irvinga Lewisa[2].

Zasadnicza i stale obecna w jego rozważaniach argumentacja dotyczy nieadekwatności funktora „⊃" klasycznego rachunku zdań dla wyrażenia relacji implikacji. Już w pierwszym artykule anonsującym potrzebę zmiany istniejącego systemu logiki – *Implication and the Algebra of Logic*[3] znajdujemy wstępne sformułowanie i uzasadnienie tego poglądu. Nasz autor stwierdza tam:

„Rozwój algebry logiki [tzn. logiki formalnej – przyp. P. G.] ujawnia dwa nieco zadziwiające twierdzenia: (1) zdanie (*proposition*) fałszywe implikuje dowolne zdanie i (2) zdanie prawdziwe jest implikowane przez dowolne zdanie. [...] Same w sobie nie są one ani tajemniczymi stwierdzeniami, ani zna-

[1] Zwięzłe omówienie ważniejszych wyników z tej dziedziny można znaleźć m.in. w: L. G u m a ń s k i, *Logika modalna*, „Ruch Filozoficzny", 41(1984) 163-177.

[2] Lewis, jak wiadomo, proponował ostatecznie pięć logik ścisłej implikacji. Ponieważ w zasadzie nie różnicował on swych motywacji względem poszczególnych logik, zakładamy tymczasowo, że zrekonstruowane niżej uzasadnienia odnoszą się do nich wszystkich.

[3] C. I. L e w i s, *Implication and the Algebra of Logic*, „Mind", 21(1912) 522-531.

cącymi odkryciami, ani wielkimi absurdami. Ukazują one tylko, w jaskrawym świetle, znaczenie «implikuje», które zostało włączone do tej algebry”[4].

Znaczenie to określa definicja:

(1) $p \supset q \equiv df \sim p \vee q$,

czyli, jak odczytuje C. I. Lewis,

(2) Wyrażenie „P implikuje Q” znaczy na mocy definicji „P jest fałszywe lub Q jest prawdziwe”[5].

Dla zrozumienia dalszych jego wywodów użyteczne jest przedstawienie pozornie mało istotnej uwagi, jaką zamieszcza on w tym artykule w przypisie pierwszym. Jej konsekwencje decydują wszelako o kształcie i wartości wszystkich jego dokonań:

„Symbolizm [tzn. język rachunku logicznego – przyp. P. G.], który będzie używany w tej pracy, jest zaczerpnięty z pewnymi drobnymi zmianami z *Principia Mathematica*. Litery *p*, *q* reprezentują (*stand for*) zdania lub funkcje zdaniowe [tzn. formy zdaniowe – przyp. P. G.]. $\supset$ oznacza «implikuje». $\vee$ jest znakiem alternatywy. $\sim p$ może być odczytane jako «nie-*p*» lub «negacja *p*», lub «*p* jest fałszywe». Podobnie p może być odczytane tak, jak jest zapisane, lub jako «*p* jest prawdziwe»”[6].

Jak łatwo dostrzec, Lewis traktuje jako identyczne: funktor, nazwę funktora, jego metajęzykowy odpowiednik. W przypadku negacji symbolowi „~” przypisuje jednocześnie wyrażenia: „nie jest tak, że”, „negacja”, „jest fałszywe”.

Ów mieszany, językowo-metajęzykowy sposób odczytywania funktorów klasycznego rachunku zdań jest zachowany we wszystkich pracach autora współczesnej logiki modalnej[7]. Determinuje on sposób odczytywania formuł zbudowanych z tych funktorów. Oto kilka przykładów:

---

[4] Tamże, s. 522.

[5] Aby uniknąć niejednoznaczności, zachowując jednakże specyfikę notacji Lewisa, przyjmujemy, iż małe litery alfabetu łacińskiego będą reprezentować zdania, wielkie zaś – nazwy tych zdań.

[6] L e w i s, art. cyt., s. 523.

[7] Zob. np. t e n ż e, *A Survey of Symbolic Logic*, Berkeley 1918, s. 292; t e n ż e, C. H. L a n g f o r d, *Symbolic Logic*, New York 1959[2], s. 80. W tej ostatniej pracy pojawia się nowy sposób odczytania „~*p*” – „zaprzeczenie (*the contradictory of*) *p*”.

Formuła rachunku	Odczytanie formuły
$p \supset (q \supset p)$	Prawdziwe zdanie jest implikowane przez dowolne zdanie.
$\sim p \supset (p \supset q)$	Fałszywe zdanie implikuje dowolne zdanie[8].
$p \supset p \vee q$	P implikuje „*p* lub *q*". Jeśli P jest prawdziwe, to P jest prawdziwe lub dowolne zdanie, Q, jest prawdziwe[9].
$p \wedge q \supset p$	„Oba P i Q są prawdziwe" implikuje „P jest prawdziwe"[10].
$p \wedge q \supset (p \supset q)$	Z dowolnych dwóch zdań prawdziwych każde implikuje drugie.
$\sim(p \supset q) \supset (p \supset \sim q)$	Jeśli dane zdanie nie implikuje dowolnego innego zdania, to implikuje jego negację.
$(p \supset r) \supset (p \supset (q \supset r))$	Jeśli dane zdanie, P, implikuje inne, R, to P implikuje to, że R jest implikowane przez dowolne zdanie[11].
$\sim(p \supset q) \supset (q \supset \sim p)$	Jeśli P materialnie nie implikuje Q, to Q implikuje, że P jest fałszywe.
$(p \supset q) \vee (p \supset \sim q)$	Przynajmniej jedno z dwóch – „P materialnie implikuje Q", „P materialnie implikuje, że Q jest fałszywe", jest zawsze prawdziwe[12].

Stąd powszechnie przyjmowany pogląd głoszący, iż Lewis odczytał symbol „⊃" jako metajęzykowy odpowiednik „z ... wynika ...", wymaga uzupełnienia[13]. Albowiem nie tylko ten znak ma znaczenie metajęzykowe w jego logice, lecz również pozostałe funktory rachunku zdań są charakteryzowane w taki sposób. Ponadto zdarza się, szczególnie w bardziej złożonych formułach, iż odczytuje on „⊃" zarówno jako „... implikuje ...", jak i „jeśli ..., to ..." Przy tym nierzadkie jest, iż pozostałe funktory, występujące w jednej formule rachunku zdań kilkakrotnie, w jednym miejscu są odczytywane właśnie jako funktory (tzn. jako wyrażenie języka przedmiotowego), w innym

[8] C. I. L e w i s, *The Calculus of Strict Implication*, „Mind", 23(1914) 243.

[9] T e n ż e, *Implication and the Algebra of Logic*, s. 528.

[10] Tamże, s. 530.

[11] L e w i s, *The Calculus of Strict Implication*, s. 243 n.

[12] T e n ż e, L a n g f o r d, dz. cyt., s. 144 n.

[13] Twierdzenie takie można znaleźć m.in. w: L. B o r k o w s k i, *Uwagi o okresie warunkowym oraz implikacji materialnej i ścisłej*, [w:] t e n ż e, *Studia logiczne. Wybór*, Lublin 1990, s. 338 n.; W. Q u i n e, *Mathematical Logic*, Cambridge 1995, s. 27-32, 32 n.

miejscu jako swe nazwy lub metajęzykowe odpowiedniki. Z tego powodu twierdzimy, że, wedle Lewisa,

(3) Jedno ze znaczeń wyrażenia „jeśli ..., to ..." jest identyczne ze znaczeniem „... implikuje ..."[14]

W. Quine, argumentując za brakiem potrzeby modyfikacji logiki klasycznej, podkreśla, iż B. Russell i A. Whitehead (a za nimi również C. Lewis) pomieszali w *Prinicipia Mathematica* język z metajęzykiem. Przypisali bowiem okresowi warunkowemu „jeśli ..., to ..." wyrażenie „... implikuje ..." Pierwsze z nich należy przy tym do języka, a posługując się nim używamy zdań, drugie zaś należy do metajęzyka, a posługując się nim, nazywamy zdania. Nadto przypisanie „⊃" logiki zdań „... implikuje ..." jest niepoprawne składniowo, gdyż pierwsze wyrażenie jest funktorem zdaniotwórczym od dwóch argumentów zdaniowych, natomiast drugie tworzy zdania od dwóch nazw. Zatem krytyka Lewisa logiki klasycznej jest o tyle uprawniona, o ile założymy, iż funktor „⊃" oznacza relację implikacji (w co Quine słusznie powątpiewa). Nie dotyczy natomiast rachunku, w którym temu symbolowi przypisujemy wyrażenie „jeśli ..., to ..."[15]

Jeśli chodzi o pierwszy zarzut Quine'a dotyczący pomieszania stopni języka, to można zauważyć, że w istocie autor *A Survey of Symbolic Logic* przypisał w sposób nieuprawniony funktorowi „⊃" znaczenie „... implikuje ..."[16] Pociągnęło to za sobą, z racji faktycznej rozbieżności znaczeń tych wyrażeń, postawienie postulatu modyfikacji logiki klasycznej. Jednakże ponieważ każdy rachunek logiczny interpretował on metajęzykowo, ów zarzut jest częściowo trafny jedynie jako krytyka przyjętej przez niego interpretacji klasycznego rachunku zdań. Częściowo, gdyż twierdzi się czasami, iż okres warunkowy ma znaczenie metajęzykowe, związane z relacją wyprowadzalnoś-

[14] Mimochodem warto zauważyć, iż Lewis dostrzegał, że okres warunkowy języka potocznego ma także inne znaczenia. Twierdzi m.in., że w tzw. zdaniach terminujących (*terminating statements*) spójnik „jeśli ..., to ..." nie ma ani znaczenia wyznaczonego przez logikę klasyczną, ani znaczenia związanego z relacją ścisłej implikacji. Są to zdania o postaci okresu warunkowego „jeśli A, to E", które stwierdzają przewidywania dotyczące przyszłego doświadczenia podmiotu poznającego E, mogące być wywołane przez jego działanie A. Zob. C. I. L e w i s, *An Analysis of Knowledge and Valuation*, La Salle, Ill. 1946, s. 212-226.

[15] Q u i n e, dz. cyt.

[16] D. Sanford zwraca uwagę, iż już w 1919 r. G. E. Moore dostrzegał, że zaprzestanie takiego sposobu odczytywania tego funktora pozwala na uniknięcie paradoksów materialnej implikacji. Zob. G. E. M o o r e, *Commonplace Book (1919-1953)*, ed. C. Lewy, London 1962, s. 255 n.

ci[17]. Z tej racji Lewis, co najwyżej, mylnie odmówił wyrażeniu „jeśli ..., to ...” przedmiotowego znaczenia przypisywanego mu w logice klasycznej.

Stąd nie można rozumieć tego zarzutu jako twierdzenia, iż twórca logiki modalnej pomieszał w swojej logice interpretację językową z metajęzykową. Co prawda pozornie wydaje się, że odczytuje on formuły logiczne zarówno w sposób językowy, jak i metajęzykowy, lecz posługując się wyrażeniami, które zazwyczaj rozumie się jako należące do języka przedmiotowego, nadaje im zawsze sens metaprzedmiotowy. Innymi słowy, logika – wedle niego – ma zawsze charakter metajęzykowy.

(4) Funktory logik ścisłej implikacji Lewisa należą do metajęzyka.

Wydaje się, iż systemy Lewisa mogą być potraktowane z jednej strony jako logiki, w których znaczenie „$\prec$” jest pewną aproksymacją znaczenia potocznego okresu warunkowego, z drugiej strony jako logiki, w których „$\prec$” denotuje relację implikacji, rozumianej jako wyprowadzalność jednego zdania z innego. Stosunek tych dwóch ujęć zależy oczywiście od prawdziwości tezy *3*.

Podobnie, korzystając np. z twierdzeń gramatyki logicznej sformułowanych przez A. Andersona i N. Belnapa, łatwo oddalić zarzut błędu składniowego. Można bowiem „$\supset$” przyporządkować wyrażenie „to, że ..., implikuje to, iż ...”, które ma tę samą kategorię składniową, co funktor implikacji logiki zdań[18].

Wracając do genezy współczesnej logiki modalnej, obszerniej przedstawimy teraz dalsze uwagi Lewisa o implikacji, wchodzące w kontekst uzasadnienia systemów ścisłej implikacji. Formuły zestawione w powyższej tabeli reprezentują grupę wyrażeń, które uważa on, na gruncie opisanego sposobu ich odczytywania, za fałszywe twierdzenia o tejże relacji. Zauważa ponadto, iż definicja *1* w przyjmowanej przez niego stylizacji metajęzykowej prowadzi do uznania za prawdziwe następujących zdań: „«Cezar nie umarł» implikuje «Księżyc jest zrobiony z zielonego sera»”; „Jeśli nie jest tak, iż «Rzym płonie» implikuje «Nadchodzi Boże Narodzenie», to Rzym płonie i nie nadcho-

[17] Zob. np. T. K o t a r b i ń s k i, *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, Wrocław 1990, s. 184; T. C z e ż o w s k i, *Główne zasady nauk filozoficznych*, Wrocław 1959, s. 70; A. R. A n d e r s o n, N. B e l n a p, *Entailment: The Logic of Relevance and Necessity*, vol. I, Princeton–London 1975, Appendix, zwł. s. 491 n.; P. F. S t r a w s o n, *„If" and „$\supset$"*, [w:] *Philosophical Grounds of Rationality: Intensions, Categories, Ends*, ed. R. Grandy, R. Warner, Oxford 1986, s. 229-242.

[18] A n d e r s o n, B e l n a p, dz. cyt.

dzi Boże Narodzenie"[19]. Prowadzi ona także do następującej, szczególnie dziwnej, jak ją nazywa, konsekwencji:

„Napiszmy równą liczbę prawdziwych i fałszywych zdań na skrawkach papieru – wybranych przypadkowo i niezależnie od ich treści – i wrzućmy je do kapelusza. Wyciągnijmy następnie losowo dwa z nich. Prawdopodobieństwo, że pierwsze z nich materialnie implikuje drugie, jest równe ¾. Prawdopodobieństwo, że drugie materialnie implikuje pierwsze, jest równe ¾. Prawdopodobieństwo, że każde z nich materialnie implikuje drugie, jest ½. Natomiast prawdopodobieństwo, że żadne z nich nie implikuje drugiego, jest równe 0"[20].

Stąd nasz logik formułuje następujące wnioski:

„Nie można konsekwentnie podtrzymywać poglądu, że definicja implikacji za pomocą ekstensjonalnej alternatywy [tzn. alternatywy logiki klasycznej – przyp. P. G.; też niżej] jest zgodna z jakimkolwiek zwykłym (*ordinary*) lub użytecznym znaczeniem tego słowa. [...] Obecny rachunek zdań [tzn. logika klasyczna] jest nieprawdziwy w tym sensie, w jakim nie-Euklidesowa geometria jest nieprawdziwa [...]"[21]

„Te twierdzenia [niektóre tezy klasycznego rachunku zdań, m.in. wymienione w naszej tabeli – przyp. P. G.] są absurdalne tylko w tym sensie, iż w żadnym wypadku nie można ich stosować do naszych sposobów wnioskowania i dowodzenia. We właściwym sensie nie są one w ogóle regułami wnioskowania [...]"[22]

„Tym niemniej pragmatycznie materialna implikacja jest fałszywą w oczywisty sposób logiką. Jeśli «*p* implikuje *q*» znaczy tylko «jest fałszem, że *p* jest prawdziwe i *q* jest fałszywe», to relacja implikacji jest zbyt powszechna (*ubiquitous*), aby być w jakikolwiek sposób użyteczna. Jeśli szukamy konsekwencji dowolnego zdania, napotykamy wszystkie prawdy, o których jesteśmy w stanie pomyśleć"[23].

„[...] $p \supset q$ i $p \equiv q$ nie są «implikacją» i «równoważnością» zwykłej logiki, gdyż, mówiąc ściśle, *p* i *q* w algebrze nie są «zdaniami», lecz tylko «wartościami logicznymi» reprezentowanych zdań. Innymi słowy, materialna implikacja i materialna równoważność są relacjami zakresu zdań (*relations*

---

[19] L e w i s, *Implication and The Algebra of Logic*, s. 527 n.

[20] T e n ż e, L a n g f o r d, dz. cyt., s. 145.

[21] L e w i s, *Implication and the Algebra of Logic*, s. 529 n.

[22] T e n ż e, *The Calculus of Strict Implication*, s. 244.

[23] Tamże, s. 246.

of the extensions of propositions), podczas gdy „implikacja" i „równoważność" zwykłej logiki są relacjami treści (*relations of intension*) i znaczenia"[24].

Jego stanowisko wyraża więc teza:

(5) Każde ze znaczeń funktora „... implikuje ..." jest różne od znaczenia przypisanego funktorowi „⊃" w logice klasycznej.

Powstaje pytanie, jakie znaczenie przypisywał autor logiki modalnej wyrażeniu „... implikuje ..." lub, inaczej mówiąc, jak rozumiał relację implikacji. Częściową odpowiedź przynoszą nam następujące uwagi:

„Nie jest możliwe uniknięcie przyjęcia założenia, że istnieje pewien określony i «właściwy» sens «implikuje». Słowo to denotuje tę relację, która jest obecna, gdy «poprawnie» (*validly*) przechodzimy od jednego stwierdzenia, lub zbioru stwierdzeń, do innego stwierdzenia bez odwoływania się do dodatkowego «uzasadnienia» (*evidence*). Jeśli system logiki symbolicznej ma być stosowany do takich poprawnych wnioskowań, to znaczenie «implikuje», które w nim występuje, musi być takim «właściwym» znaczeniem. Nie powinniśmy pochopnie zakładać, że jest tylko jedno takie znaczenie, lecz musimy twierdzić, iż jest przynajmniej jedno. Twierdzić tak jest tym samym, co twierdzić: istnieją pewne sposoby rozumowania, które są poprawne (*correct*) lub powszechnie obowiązujące (*valid*), przeciwstawione innym sposobom, które są niepoprawne lub nie są powszechnie obowiązujące"[25].

„Głównym zadaniem kanonu dedukcji [tzn. logiki formalnej – przyp. P. G.] jest poprawne wyznaczenie własności tej relacji, która zachodzi między dowolną przesłanką, lub dowolnym zbiorem przesłanek, a konkluzją, która może być w poprawny sposób (*validly*) wyprowadzona. Zazwyczaj tę relację nazywamy implikacją"[26].

Te i podobne uwagi odnośnie do implikacji materialnej i ścisłej[27] są argumentem za następującym twierdzeniem:

(6) „Zdanie P implikuje zdanie Q w sensie Lewisa" – to tyle, co „Zdanie Q jest wyprowadzalne (dedukowalne) ze zdania P".

Na relację tę Lewis nakłada następujące warunki:

---

[24] L e w i s, *A Survey of Symbolic Logic*, s. 230 n.

[25] Tamże, s. 324.

[26] L e w i s, L a n g f o r d, dz. cyt., s. 235.

[27] Tamże, s. 139, 241, 246.

(7) Jeśli zdanie P jest prawdziwe i implikuje zdanie Q, to zdanie Q jest prawdziwe[28].

(8) Relacja implikacji winna uwzględniać także inne poza prawdą i fałszem wartości logiczne[29].

(9) Zdanie Q jest wyprowadzalne ze zdania P wtedy i tylko wtedy, gdy wyrażenie „Zdanie P implikuje zdanie Q" jest tautologią.

Twierdzenie *9* uzasadnia on odwołując się do stanowiska, wedle którego twierdzenia o wyprowadzalności są zdaniami koniecznymi[30]. Kluczowym pojęciem jest tu pojęcie tautologii. Twórca logiki nieklasycznej w tym miejscu przez tautologię rozumie nie wyrażenie uznane w pewnym rachunku logicznym, lecz formę zdaniową, która jest prawdziwa dla wszelkich podstawień za zmienne wolne[31]. Warunki *6*, *9* pociągają kolejny warunek, który winna spełniać relacja między zdaniami, aby być implikacją:

(10) „Zdanie P implikuje zdanie Q" jest tautologią wtedy i tylko wtedy, gdy „Zdanie P implikuje zdanie Q" jest prawdziwe.

Warunku *10* nie spełnia, jak zauważa Lewis, implikacja materialna ani żadna implikacja prawdziwościowa, tj. implikacja, której wartość logiczna zależy od wartości logicznych jej argumentów[32]. Spełnia ją natomiast implikacja ścisła, która zdefiniowana jest przez *11*:

(11) „Zdanie P ściśle implikuje zdanie Q" – to tyle, co „Jest koniecznie prawdziwe, że nie jest tak, iż P jest prawdziwe i Q jest fałszywe",

czyli uwzględniając omówiony sposób odczytywania formuł rachunku zdań.

(12) $p \prec q \equiv df \sim \diamond \sim(p \wedge \sim q)$.

Autor *Symbolic Logic* podkreśla przy tym, iż relacja oznaczana przez „–" nie jest jedyną relacją implikacji. Twierdzi, że istnieje nieokreślona liczba logik, które w poprawny sposób ujmują różne rodzaje poprawności naszych wnioskowań, czyli zawierają różne funktory implikacji. Każdy z nich musi jednak spełniać wymienione tu warunki[33].

[28] Tamże, s. 235.

[29] Chodzi tu np. o wartości: oczywiście prawdziwe, oczywiście fałszywe, wątpliwe. Zob. L e w i s, *Alternative Systems of Logic*, „The Monist", 42(1932) 495.

[30] T e n ż e, L a n g f o r d, dz. cyt., s. 241.

[31] Tamże, s. 239 n.

[32] Tamże, s. 240 n.

[33] Tamże, s. 258-260.

Omówiony przez nas motyw modyfikacji logiki klasycznej przez C. I. Lewisa jest najczęściej podawany jako motyw jedyny. Tymczasem z prac tego logika można wydobyć przynajmniej jeszcze dwie inne grupy motywacji.

Pierwsza[34] dotyczy nieekstensjonalnych znaczeń funktora alternatywy. Otóż nasz logik wyróżnia cztery znaczenia, jakie może mieć alternatywa:

(13) „p lub q" znaczy tyle, co „p $\vee$ q",

(14) „p lub q" znaczy tyle, co „p albo q"[35],

(15) „p lub q" znaczy tyle, co „Jest niemożliwe, że oba *p* i *q* są fałszywe"[36],

(16) „p lub q" znaczy tyle, co „Jest niemożliwe, że oba *p* i *q* są fałszywe i że oba *p* i *q* są prawdziwe"[37].

Dwie pierwsze alternatywy nazywa ekstensjonalnymi, dwie drugie intensjonalnymi. Przy tym najbardziej istotna jest dla niego różnica zachodząca między nierozłączną alternatywą ekstensjonalną (*13*) a nierozłączną alternatywą intensjonalną (*15*). Spójnik „lub" ma znaczenie określone przez *13* w zdaniu „Cezar umarł lub Księżyc jest zrobiony z zielonego sera", a znaczenie *15* w zdaniu „Matylda mnie nie kocha lub jestem kochany". Lewis wyróżnia następujące różnice między nimi zachodzące. Prawdziwość alternatywy ekstensjonalnej nie może być znana niezależnie od prawdziwości jej składników. Negacja jednego ze składników alternatywy ekstensjonalnej nie implikuje drugiego. Negacja alternatywy ekstensjonalnej jest równoważna z koniunkcją negacji jej składników. Odpowiednie twierdzenia dla alternatywy intensjonalnej nie są prawdziwe. Ponadto alternatywa intensjonalna jest używana w formułowaniu dylematów, czyli, w rozumieniu Lewisa, zdań, które wyczerpują wszelkie możliwości. Wynika stąd, iż jeśli jeden składnik alternatywy użytej w taki sposób jest fałszywy, to implikuje to, że drugi z konieczności jest prawdziwy. Alternatywa intensjonalna „*p* lub *q*" implikuje alternatywę ekstensjonalną „*p* lub *q*", lecz nie *vice versa*. Nasz logik stwierdza ponadto, że alternatywa nieekstensjonalna ma się do ścisłej implikacji tak samo, jak alternatywa ekstensjonalna do implikacji materialnej. Czyli

---

[34] Chodzi tu o pierwszeństwo chronologiczne. We wcześniejszym artykule, anonsującym potrzebę modyfikacji logiki klasycznej, Lewis wpierw dyskutuje właśnie tę różnorodność znaczeń.

[35] Funktor „albo" jest alternatywą wykluczającą.

[36] Czyli

(15') p lub q $\equiv$ $\sim\Diamond\sim$(p $\vee$ q).

[37] Czyli

(16') p lub q $\equiv$ $\sim\Diamond\sim$(p albo q).

(17) *p* lub (intensjonalnie) *q* wtedy i tylko wtedy, gdy negacja P implikuje Q.

Uwagi te wskazują, że alternatywa intensjonalna ma tu charakter metaprzedmiotowy, mianowicie relacja między jej składnikami angażuje pojęcie implikacji, czyli w świetle *6* – dedukowalności[38].

Druga grupa uzasadnień obejmuje poglądy współautora *Symbolic Logic* dotyczące możliwości. Stanowisko to i jego relację do logiki formalnej trafnie ujmuje rozwinięcie cytowanego już fragmentu:

„We właściwym sensie nie są one [niektóre tezy klasycznego rachunku zdań, m.in. wymienione w naszej tabeli – przyp. P. G.] w ogóle regułami wnioskowania, lecz tylko zdaniami o naturze dowolnego świata, do którego stosowałby się ten system materialnej implikacji. „W takim świecie wszystko, co możliwe (*the all-possible*), musi być rzeczywiste, to, co prawdziwe (*the true*), musi być konieczne, to, co przypadkowe (*the contingent*), nie może istnieć, to, co fałszywe (*the false*), musi być absurdalne i niemożliwe, a twierdzenie niezgodne z faktami musi być całkowicie bezsensowne"[39].

Tezy te są uzasadnione w sposób następujący. To, że każda możliwość musi zostać zrealizowana, wynika – jego zdaniem – z tego, iż w logice klasycznej utożsamia się ekstensjonalną i intensjonalną alternatywę. Tym samym, skoro alternatywa intensjonalna występuje w zdaniach, które stwierdzają wszystkie możliwości (tj. w tzw. dylematach), zatem to, iż są one prawdziwe już wtedy, gdy jeden z jej składników jest prawdziwy, czyli już wtedy, gdy zachodzi pewien fakt w rzeczywistości, pociąga, że zajście owego faktu wyczerpuje wszystkie możliwości, jeśli wystarczyło ono do prawdziwości tej alternatywy. Twierdzenie, że to, co prawdziwe, jest koniecznie prawdziwe, wynika z tezy klasycznego rachunku zdań „$p \supset (\sim p \supset p)$" i, przyjmowanej przez Lewisa, definicji zdania koniecznego:

(18) P jest konieczne wtedy i tylko wtedy, gdy negacja P implikuje P.

Podobnie twierdzenie, że to, co fałszywe, jest niemożliwe i stąd absurdalne, wynika z tezy „$\sim p \supset (p \supset \sim p)$" przy Lewisowskiej definicji niemożliwości:

(19) P jest niemożliwe wtedy i tylko wtedy, gdy P implikuje swą negację.

[38] Poglądy przedstawione w tym paragrafie streszczają rozważania Lewisa z *Implication and the Algebra of Logic* oraz *The Calculus of Strict Implication*.

[39] L e w i s, *The Calculus of Strict Implication*, s. 244.

Pozostałe dwie tezy wynikają – oznajmia nasz logik – z tez już uzasadnionych[40].

Twierdzenia *18* i *19* są tezami najsłabszej logiki ścisłej implikacji S1, a nawet jej podlogiki S1[41]. W tym sensie podana przez ich pomysłodawcę argumentacja jest adekwatna względem każdego z jego systemów.

W ramach krótkiej dygresji warto zauważyć, iż wprowadzenie logiki trójwartościowej J. Łukasiewicza, drugiego obok Lewisa pioniera logiki nieklasycznej, również było uzasadniane stwierdzeniami wykorzystującymi pojęcia modalne. Logik polski, podobnie jak Lewis, uważał, że przyjęcie logiki klasycznej prowadzi do poglądu ontologicznego, głoszącego, że nie istnieje to, co przypadkowe, i że wszystko, co istnieje, jest konieczne. Jednakże w logice trójwartościowej możliwość (*resp.* niemożliwość, konieczność) jest definiowana w sposób diametralnie odmienny od lewisowskiego. Mianowicie wedle Łukasiewicza:

(20) Jest możliwe, że *p* wtedy i tylko wtedy, gdy jeśli nie jest tak, iż *p*, to *p*[42].

Zważywszy na wspomniany sposób rozumienia przez autora *A Survey of Symbolic Logic* funktorów rachunku zdań (*3*), teza *18* jest równoważna z:

(21) Jest konieczne, że *p* wtedy i tylko wtedy, gdy jeśli nie jest tak, iż *p*, to *p*.

Otrzymaliśmy zatem dość zaskakujący wniosek, iż zdania konieczne w sensie Lewisa są zdaniami możliwymi w sensie Łukasiewicza. Innymi słowy:

(22) Jest konieczne w sensie Lewisa, że *p* wtedy i tylko wtedy, gdy jest możliwe w sensie Łukasiewicza, iż *p*.

Rozbieżność ta ma swe źródło w tym, iż Lewis i Łukasiewicz dążyli do sprecyzowania rozbieżnych znaczeń wyrażenia „jest możliwe, że".

Pierwszy z nich dążył do ujęcia pewnego rodzaju metajęzykowego sensu możliwości. Świadczy o tym *18* oraz przykład (typ?) zdania koniecznego: kartezjańskie „Ja istnieję". Zdanie to, za autorem *Medytacji*, uważał on za wynikające ze swej negacji. Zatem możliwość tak pojęta jest związana z relacjami pomiędzy zdaniami i bezpośrednio dotyczy raczej relacji między ele-

---

[40] Tamże, s. 244 n.

[41] Zob. J. J. Z e m a n, *Modal Logic: The Lewis-modal Systems*, Oxford 1973, s. 81 n., 85.

[42] Zob. J. Ł u k a s i e w i c z, *Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań*, [w:] t e n ż e, *Z zagadnień logiki i filozofii*, Warszawa 1961, s. 155.

mentami wiedzy o rzeczywistości niż relacji między elementami rzeczywistości. Jeśli utożsamimy zdania możliwe ze zdaniami, które są prawdziwe po poprzedzeniu je funktorem „jest możliwe, że", to:

(23) Zdanie jest możliwe wtedy i tylko wtedy, gdy nie implikuje swej własnej negacji.

czyli w świetle *6*

(24) Zdanie jest możliwe wtedy i tylko wtedy, gdy nie jest wyprowadzalne (dedukowalne) ze swej własnej negacji.

Tę koncepcję możliwości, właśnie z racji występowania w definicji warunków prawdziwości dla zdań możliwych wyrażenia „zdanie ... jest wyprowadzalne ze zdania ...", można by nazwać metaprzedmiotową.

Drugi natomiast logik możliwość w swym systemie wyraził na dwa sposoby. Wedle pierwszego do zdań możliwych zaliczał zdania, które dziś nie są ani prawdziwe, ani fałszywe[43]. Chodzi tu o możliwość wyrażoną przez „trzecią" wartość logiczną ½. Zgodnie z drugim sposobem zdanie możliwe jest to zdanie, które dziś nie jest fałszywe[44]. Przy tym rozumieniu możliwości prawdziwe jest w logice trójwartościowej twierdzenie *20*. Zdania możliwe są to dokładnie te zdania, które wraz z funktorem „jest możliwe, że" (w symbolice Łukasiewicza oznaczanym przez „M") tworzą zdania prawdziwe. Zbiór zdań możliwych przy pierwszym rozumieniu jest podzbiorem właściwym zbiorowi zdań możliwych przy drugim rozumieniu. Stąd możliwość wyrażoną przez te pierwsze będziemy nazywać możliwością w węższym sensie, możli-

[43] Zob. t e n ż e, *O determinizmie*, [w:] t e n ż e, *Z zagadnień logiki i filozofii*, s. 125. Nasz logik mówi tu, że „istnieją zdania, które nie są ani prawdziwe [dziś – przyp. P. G.: też niżej], ani fałszywe [dziś], tylko jakieś *obojętne*. Takimi są wszystkie zdania o faktach przyszłych, które nie są jeszcze obecnie przesądzone. [...] zdaniom tym nie odpowiada ontologicznie ani byt, ani niebyt, lecz *możliwość*". „Wartość tę możemy oznaczyć przez „½": jest to możliwość, która występuje obok „fałszu" i „prawdy" jako trzecia wartość" (t e n ż e, *Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań*, s. 153).

[44] Chodzi tu o możliwość wyrażoną przez funktor „M" o następującej tabelce prawdziwościowej:

p	Mp
0	0
½	1
1	1

Zob. t e n ż e, *Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań*, s. 154 n.

wość zaś wyrażoną przez drugie zdania – możliwością w sensie szerszym. Ponieważ definiujemy zdania możliwe przez uczasowione wartości logiczne, stąd również zdania możliwe będziemy kwalifikować jako dziś możliwe[45].

Ustalenia te oparte są na L. Borkowskiego interpretacji elementów matrycy logiki $Ł_3$[46]. Wedle niej elementy „1", „½", „0" matrycy logiki Ł3 można zinterpretować jako, odpowiednio, „prawda dziś", „ani prawda dziś, ani fałsz dziś", „fałsz dziś"[47]. Adekwatne ujęcie tego, co Łukasiewicz rozumiał przez prawdziwość „dziś" i fałszywość „dziś" zdania, sprawia pewne trudności wypływające z tego, iż, jak się wydaje, co innego decyduje tu o wartości logicznej „dziś" zdań, które stwierdzają stany rzeczy dziś istniejące, a co innego o wartości logicznej „dziś" zdań o przyszłych stanach rzeczy. Jeśli pierwszy rodzaj zdań nazwiemy zdaniami teraźniejszymi, a drugi przyszłymi, to wedle twórcy logiki trójwartościowej:

(25) Zdanie teraźniejsze jest dziś prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje dziś stan rzeczy, którego istnienie zdanie to stwierdza.

(26) Zdanie teraźniejsze jest dziś fałszywe wtedy i tylko wtedy, gdy nie istnieje dziś stan rzeczy, którego istnienie zdanie to stwierdza.

Definicje te nie występują wprost u naszego logika, lecz wydaje się, iż gotów byłby on je przyjąć.

(27) Zdanie przyszłe jest dziś prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje dziś stan rzeczy, który jest przyczyną stanu rzeczy, którego istnienie zdanie to stwierdza[48].

---

[45] Twórca logiki trójwartościowej pierwszą możliwość nazywał możliwością w ogóle, natomiast odpowiednik drugiej – możliwością czystą. Zob. tamże, przyp. 14.

[46] Zob. L. B o r k o w s k i, *Kilka uwag o zasadzie dwuwartościowości i logikach wielowartościowych*, [w:] t e n ż e, *Studia logiczne*, Lublin 1990, s. 473 n.

[47] Sam Łukasiewicz wartość „½" umieszczał obok prawdy i fałszu, klasycznie pojętych. Rozważania zawarte w artykule Borkowskiego oraz wnikliwa analiza rozumowań twórcy logiki nieklasycznej, na którą brak tu miejsca, wskazują, iż taki wniosek jest nie do utrzymania.

Odmienną interpretacją jest interpretacja epistemologiczna. Wartościom matrycy „1", „½", „0" przyporządkowujemy następujące wartości epistemologiczne: „prawda dowodliwa", „nierozstrzygalność pod względem prawdy i fałszu", „fałsz dowodliwy". Por. M. L e c h n i a k, *Zagadnienie interpretacji wartości matryc logik wielowartościowych*, Lublin 1999, s. 162. Warto zauważyć, iż podobną interpretację logiki Łukasiewicza dał sam Lewis. U niego: „1" oznacza „z pewnością prawdziwe", „½" – „wątpliwe", „0" – „z pewnością fałszywe". Zob. L e w i s, *Alternative Systems of Logic*, s. 495 n.

[48] „Zwrotu: «prawdą jest w chwili *t*, że *p*» [...] używam w zastępstwie powiedzenia: «*jest* tak w chwili *t*, że p»" (Ł u k a s i e w i c z, *O determinizmie*, s. 116); „*Jest* tak w chwili obecnej, że Jan będzie jutro w południe w domu, znaczy, że istnieje w chwili obecnej fakt, będący *przyczyną* jutrzejszej bytności Jana w domu [...] Przyczyna przyszłego faktu stwierdza-

(28) Zdanie przyszłe jest dziś fałszywe wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje dziś stan rzeczy, który jest przyczyną nieistnienia stanu rzeczy, którego istnienie zdanie to stwierdza[49].

Stąd

(29) Nie istnieją teraźniejsze zdania dziś możliwe w sensie węższym.

(30) Zdanie teraźniejsze jest dziś możliwe w sensie szerszym wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje dziś stan rzeczy, którego istnienie zdanie to stwierdza[50].

(31) Zdanie przyszłe jest dziś możliwe w sensie węższym wtedy i tylko wtedy, gdy nie istnieje dziś stan rzeczy, który jest przyczyną stanu rzeczy, którego istnienie zdanie to stwierdza, i nie istnieje dziś stan rzeczy, który jest przyczyną nieistnienia stanu rzeczy, którego istnienie zdanie to stwierdza[51].

(32) Zdanie przyszłe jest dziś możliwe w sensie szerszym wtedy i tylko wtedy, gdy nie istnieje dziś stan rzeczy, który jest przyczyną nieistnienia stanu rzeczy, którego istnienie zdanie to stwierdza[52].

Zatem w ujęciu Łukasiewicza zdania możliwe w sensie szerszym to (dla zdań o teraźniejszości) zdania stwierdzające to, co jest dziś lub (dla zdań o przyszłości) zdania stwierdzające to, czego nieistnienie nie jest dziś przy-

nego przez zdanie «*p*», istniejąca w chwili *t*, jest *realnym odpowiednikiem* zdania: «jest tak w chwili *t*, że *p*»" (tamże, s. 122).

[49] „[...] istnieje różnica między przypadkiem, w którym nie uznajemy zdania: «prawdą jest w chwili obecnej, że Jan będzie jutro w południe w domu» dlatego, że jutrzejsza bytność czy niebytność Jana w domu nie jest jeszcze w chwili obecnej przesądzona, a przypadkiem, w którym nie uznajemy tego zdania dlatego, że istnieje w chwili obecnej przyczyna jutrzejszej jego niebytności. [...] tylko w tym drugim przypadku mamy prawo *odrzucić* to zdanie i powiedzieć «*nie jest prawdą* w chwili obecnej, że Jan będzie jutro w południe w domu»" (Łukasiewicz, *O determinizmie*, s. 124).

[50] Zdania teraźniejsze dziś możliwe zatem to zdania dziś prawdziwe.

[51] „Gdy jutrzejsza bytność czy niebytność Jana w domu nie jest jeszcze w chwili obecnej przesądzona, to powiemy: «*może być*, że Jan będzie jutro w południe w domu», ale też «*może być*, że Jan nie będzie jutro w południe w domu» (Łukasiewicz, *O determinizmie*, s. 124); „Zdania te [tzn. zdania obojętne, możliwe w węższym sensie – przyp. P. G.] nie są w chwili obecnej prawdziwe, bo nie mają żadnego realnego odpowiednika, ani też nie są fałszywe, bo ich zaprzeczenia także nie mają realnego odpowiednika" (tamże, s. 125).

[52] Zdaniami możliwymi w sensie szerszym są zdania: „Dziś jestem w Warszawie", o ile dziś jestem w Warszawie, „Za rok o tej porze będę w Warszawie", o ile dziś nie istnieje przyczyna tego, że za rok o tej porze *nie będę* w Warszawie. To drugie zdanie jest zdaniem możliwym w sensie węższym, jeśli ponadto dziś nie istnieje przyczyna tego, że za rok o tej porze *będę* w Warszawie.

czynowo zdeterminowane. To, czego nieistnienie nie jest dziś przyczynowo zdeterminowane, jest tym, co będzie i czego istnienie jest dziś przyczynowo zdeterminowane, albo tym, co będzie i czego istnienie nie jest dziś przyczynowo zdeterminowane, albo tym, czego nie będzie, lecz czego nieistnienie nie jest dziś przyczynowo zdeterminowane. Innymi słowy, zdanie możliwe w sensie szerszym stwierdza bądź to, co jest, bądź to, co będzie i czego istnienie jest dziś zdeterminowane, bądź to, co będzie i czego istnienie nie jest dziś zdeterminowane, bądź to, czego nie będzie, lecz czego nieistnienie nie jest dziś zdeterminowane. Odpowiednio dla możliwości w sensie węższym zdanie możliwe stwierdza tylko to, co będzie i czego istnienie nie jest dziś zdeterminowane, lub to, czego nie będzie, lecz czego nieistnienie nie jest dziś zdeterminowane. Obie te koncepcje możliwości wolno zatem nazwać przedmiotowymi, gdyż zarówno w określeniu tego, co stwierdza zdanie możliwe, jak i w określeniu warunków prawdziwości występują wyłącznie terminy należące do języka przedmiotowego: „stan rzeczy dziś (nie) istnieje", „przyczyna (nie)istnienia stanu rzeczy".

Teza, iż możliwość ma w trójwartościowej logice J. Łukasiewicza charakter przedmiotowy, nie rozstrzyga zagadnienia postawy badawczej, przy jakiej tworzona była ta logika. M. Lechniak twierdząc, że warunkiem postawy nazywanej przez niego ontologiczną jest przyjęcie prawdy bez żadnych warunków dodatkowych jako kryterium uznawania zdań, rozstrzyga, iż logika ta ma charakter nieontologiczny, który nazywa epistemologicznym. Rzeczywiście w tym systemie uznajemy nie te zdania, które są prawdziwe, lecz zdania, które są dziś prawdziwe. Założenie indeterminizmu ontologicznego prowadzi wówczas do sytuacji, w których nie będziemy uznawać pewnych zdań prawdziwych, mianowicie tych, które choć są prawdziwe, to nie są dziś prawdziwe, tzn. dziś nie istnieje przyczyna istnienia stanu rzeczy, który stwierdzają[53].

Wracając do metafizykalnego uzasadnienia logik ścisłej implikacji, Lewis wyraźnie podkreśla, iż nie ma podstaw do odrzucenia wspomnianych deterministycznych konsekwencji w świetle dostępnych mu danych. Wyraża opinię, iż:

„Jeśli zapytamy teraz, czy świat aktualny jest taki, by materialna implikacja mogła się do niego stosować, to odpowiedź nie jest samooczywista".

[53] Zob. L e c h n i a k, dz. cyt., s. 156.

Możemy mieć, co prawda, inklinację, by zaprzeczyć, jednak przyczyną może tu być nasza ignorancja.

„Stąd decyzja [o modyfikacji logiki klasycznej – przyp. P. G.] podjęta na gruncie metafizycznym jest wątpliwa"[54].

Tym niemniej w oczach autora *A Survey of Symbolic Logic* to, iż w logice klasycznej nie można odróżnić zdania prawdziwego od zdania koniecznego oraz zdania fałszywego do zdania niemożliwego, jest wadą tego systemu, a możliwość odróżnienia zaletą logik ścisłej implikacji[55].

Na zakończenie omawiania uzasadnienia wprowadzenia logik ścisłej implikacji warto zauważyć, iż w jego ramach pojawia się dość interesujący wywód autora logiki modalnej:

„O każdym zbiorze wzajemnie spójnych zdań można powiedzieć, iż definiuje «możliwą sytuację» lub «przypadek (*case*)» lub «stan rzeczy». [...] Możemy za pomocą tych terminów przetłumaczyć p ⥽ q jako «Każda sytuacja, w której *p* jest prawdziwe i *q* jest fałszywe, jest niemożliwa». [...] Zdanie może być prawdziwe w pewnej możliwej sytuacji i fałszywe w innych, lecz, faktycznie, musi być albo po prostu prawdziwe (*simply true*), albo po prostu fałszywe"[56].

Wydaje się, jakoby Lewis antycypował już w 1918 r. podstawowe idee związane z semantyką Kripkego dla logik modalnych.

Podsumowując rekonstrukcję uzasadnienia wprowadzenia pierwszych systemów modalnych, zwróćmy uwagę na metaprzedmiotowy charakter argumentacji. Argumenty z pierwszej i drugiej grupy opierają się na stwierdzeniu nieadekwatności funktorów logiki klasycznej dla wyrażania pewnych metaprzedmiotowych pojęć: implikacji oraz alternatywy intensjonalnej. Argument z determinizmu logiki klasycznej, choć pozornie dotyczy własności świata, okazał się wykorzystywać metaprzedmiotowe pojęcie możliwości. Fakt metaprzedmiotowej genezy tych systemów wskazuje na potrzebę ostrożnego i starannie uzasadnionego stosowania ich do analizy wywodów filozoficznych z dziedziny ontologii czy metafizyki.

C. I. Lewis, jak dobrze wiadomo, nie poprzestał na jednym systemie logiki nieklasycznej, lecz ostatecznie zaproponował pięć konkurencyjnych logik ścisłej implikacji. Ich aksjomatyki można znaleźć w tabeli (s. 185)[57].

---

[54] L e w i s, *The Calculus of Strict Implication*, s. 246.

[55] T e n ż e, L a n g f o r d, dz. cyt., s. 14.

[56] Zob. L e w i s, *A Survey of Symbolic Logic*, s. 33.

[57] Z wyjątkiem systemu z czwartej kolumny każda logika ma taki sam zbiór pierwotnych

Aksjomatyki C. I. Lewisa dla logik ścisłej implikacji

	S1	S2	S3	S4	S5
A	$p\wedge q<q\wedge p$	$p\wedge q<q\wedge p$	$p\wedge q<q\wedge p$	$p\wedge q<q\wedge p$	$p\wedge q<q\wedge p$
K	$p\wedge q<p$	$p\wedge q<p$	$p\wedge q<p$	$p\wedge q<p$	$p\wedge q<p$
S	$p<p\wedge p$	$p<p\wedge p$	$p<p\wedge p$	$p<p\wedge p$	$p<p\wedge p$
J	$(p\wedge q)\wedge r<p\wedge(q\wedge r)$	$(p\wedge q)\wedge r<p\wedge(q\wedge r)$	$(p\wedge q)\wedge r<p\wedge(q\wedge r)$	$(p\wedge q)\wedge r<p\wedge(q\wedge r)$	$(p\wedge q)\wedge r<p\wedge(q\wedge r)$
O	$p<\sim\sim p$	$p<\sim\sim p$	$p<\sim\sim p$	$p<\sim\sim p$	$p<\sim\sim p$
M	$(p<q)\wedge(q<r)<(p<r)$	$(p<q)\wedge(q<r)<(p<r)$	$(p<q)\wedge(q<r)<(p<r)$	$(p<q)\wedge(q<r)<(p<r)$	$(p<q)\wedge(q<r)<(p<r)$
A	$p\wedge(p<q)<q$	$p\wedge(p<q)<q$		$p\wedge(p<q)<q$	$p\wedge(p<q)<q$
T		$\Diamond(p\wedge q)<\Diamond p$	$-p<\sim p$		
Y			$(p<q)<(\sim q<\sim p)$	$\Diamond\Diamond p<\Diamond p$	$\Diamond p<\sim\Diamond\sim\Diamond p$

Reguły wnioskowania:
1) reguła podstawiania,
2) reguła zastępowania stron ścisłej równoważności,
3) reguła odrywania dla implikacji ścisłej,
4) reguła dołączania koniunkcji.

Pierwszą jest zaprezentowany w 1918 r. w *A Survey of Symbolic Logic* system, nazwany później logiką S3. W tym dziele ów system jest traktowany jako jedyna poprawna formalizacja relacji implikacji, stąd jest nazywany Systemem Ścisłej Implikacji[58]. Zbiór terminów pierwotnych obejmuje symbole: „~", „-", „∧", „=", które są funktorami – odpowiednio: negacji, niemożliwości, koniunkcji, ścisłej równoważności[59]. Za ich pomocą są zdefiniowane[60]:

reguł wnioskowania. Zauważmy przy okazji, że Lewis w ramach jednej reguły, nazwanej przez niego Podstawianiem (*Substitution*), ujmuje dwie różne od siebie reguły – podstawiania (wyrażeń zdaniowych za zmienne zdaniowe) i zastępowania równoważności ścisłej.

[58] „Możemy nazwać ten rodzaj implikacji „ścisłą" (*strict*) przynajmniej w tym sensie, że jej znaczenie jest węższe niż znaczenie algebraicznej implikacji [tzn. implikacji klasycznej logiki zdaniowej – przyp. P. G.]" (t e n ż e, *Implication and The Algebra of Logic*, s. 526, przyp. 1).

[59] Lewis stosuje tu dość nietypową symbolikę, którą zastępujemy zgodną z symboliką współczesną. Mianowicie negację, niemożliwość, koniunkcję, alternatywę ekstensjonalną, alternatywę ścisłą oznacza za pomocą odpowiednio: „-", „~", „×", „+", „∧".

[60] Zakłada, iż alternatywa i implikacja materialna mają definicje takie, jak w logice klasycznej:

(33) $p \vee q = \sim(\sim p \wedge \sim q)$,

oraz *1*.

(34) funktor spójności: „o" $p \circ q = \sim\text{-}(p \wedge q)$[61],
(35) funktor ścisłej implikacji: „$\prec$" $p \prec q = \text{-}\sim(p \supset q)$[62],
(36) funktor ścisłej alternatywy: „+" $p + q = \text{-}(\sim p \wedge \sim q)$,
(37) funktor ścisłej równoważności: „=" $p = q = (p \prec q) \wedge (q \prec p)$[63].

Oba funktory „v", „+", zgodnie z intuicjami z nimi przedstawionymi, proponuje odczytywać za pomocą wieloznacznego „lub"[64].

Wydaje się, iż powyżej zrekonstruowane uzasadnienie dotyczy przede wszystkim właśnie tej logiki.

Ponadto Lewis omawia przy okazji również „Rachunek Potocznego Wnioskowania" oraz „Rachunek Spójności (*Consistencies*)". Wedle jego deklaracji są to podsystemy Systemu Ścisłej Implikacji ze względu na niewystępowanie w ich językach niektórych jego symboli[65]. Terminami pierwotnymi tego pierwszego są: negacja, ścisła implikacja, koniunkcja (klasyczna) i ścisła równoważność. Do symboli zdefiniowanych należą funktor spójności i ścisła alternatywa. Nasz autor twierdzi, że zaletą Rachunku Potocznego Wnioskowania jest brak symbolu (definicji) materialnej implikacji (a także materialnej alternatywy) oraz praw jej (ich) dotyczących. Terminami pierwotnymi Rachunku Spójności są: negacja, funktor niemożliwości, funktor spójności i ścisła równoważność. Definiowane są natomiast ścisła alternatywa i ścisła implikacja. Brak jest zatem definicji „materialnych" funktorów koniunkcji, alternatywy oraz implikacji[66].

Kolejne dwa systemy – S1 i S2 zostały przedstawione w rozdziale VI wydanej w 1932 r. razem z Coopera Harolda Langforda *Symbolic Logic*[67]. Sekcje I-IV tego rozdziału zawierają prezentację logiki S1, sekcja V uzupełnia jej aksjomatykę, konstytuując system S2. Apendyks zaś do tej pracy

---

[61] Funktor spójności można nazwać, jak zaznacza nasz logik, ścisłą koniunkcją.

[62] Jest to, rzecz jasna, definicja równoważna z *12*.

[63] To, że funktor ten jednocześnie jest symbolem pierwotnym, z którego korzysta się przy definicjach symboli wtórnych, jak i symbolem zdefiniowanym, jest osobliwością logiki Lewisa.

[64] Rekonstrukcja za: L e w i s, *A Survey of Symbolic Logic*, s. 292-295. Aksjomat ostatni dla tej logiki jest tu podany błędnie (błąd zauważył E. Post). Poprawiona wersja aksjomatyki ukazała się w 1920 r. w „Journal of Philosophy, Psychology, and Scientific Method". Nasza rozprawa przedstawia ją za Appendixem II w *Symbolic Logic*.

[65] Jeśli chodzi o Rachunek Potocznego Wnioskowania, nie jest on podsystemem poprawionej wersji S3. Ostatni jego aksjomat nie jest prawem S3, lecz dopiero S5.

[66] W ramach tego rachunku Lewis czyni interesujące spostrzeżenia o cechach relacji spójności. Wykazuje m.in., iż nie jest ona łączna ani przechodnia.

[67] We wstępie do tej pracy znajdujemy wyjaśnienie, iż fragmenty poświęcone systemom ścisłej implikacji zostały napisane przez samego Lewisa.

zawiera aksjomatyki pozostałych systemów ścisłej implikacji: S4 i S5[68]. Aksjomaty dla tych logik zaproponował wcześniej Oskar Becker[69]. Przedstawimy teraz pokrótce tok jego rozumowania.

Zaprezentowawszy poprawioną wersję logiki S3, logik niemiecki obszernie uzasadnia konieczność modyfikacji aksjomatu *38* (który występował w błędnym systemie z 1918 r.):

(38) $(p \prec q) = (-q \prec -p)$

do postaci implikacji *39* (która jest aksjomatem w poprawionej logice z 1920 r.):

(39) $(p \prec q) \prec (-q \prec -p)$.

Podaje przykład sytuacji, w której implikacja odwrotna do implikacji *39* jest w oczywisty sposób fałszywa[70].

Jednakże – wywodzi dalej – usunięcie tej implikacji z S3 wytwarza w nim dotkliwą lukę. Logika ta nie jest bowiem systemem zwartym (*geschlossen*), tzn.:

(40) ma (przeliczalnie) nieskończenie wiele modalności,

(41) pomiędzy tymi modalnościami nie zachodzi porządek liniowy,

(42) modalności iterowane nie są sprowadzalne (*zurückführbar*) do modalności prostych na skończenie wiele sposobów.

Z pozostałych wywodów Beckera wynika, że rozumiał on modalności oraz ich redukowalność w sposób współczesny. Mianowicie modalność „M" (w języku S3 z *A Survey of* [...]) to skończony ciąg funktorów: „~", „-". Modalność „M" jest redukowalna do modalności „N" wtedy i tylko wtedy, gdy wyrażenia „Mp" i „Np" są ściśle równoważne w tym systemie i „N" składa się z mniejszej liczby symboli niż „M"[71]. Porządek, o którym mowa w *41*, jest to relacja wynikania między wyrażeniami języka systemu formalnego zaczynającymi się od odpowiednich modalności. W kontekście *Zür Logik der Modalitäten* nie jest jasne, jak należy rozumieć uwagę *42*. Chodzi prawdopodobnie o inne sformułowanie twierdzenia *40*. Zatem do wad S3 Becker zalicza nieredukowalność modalności oraz ich nieliniowe uporządkowanie.

---

[68] Pomijamy tu system Lewisa z tzw. postulatem egzystencjalnym, który zawiera kwantyfikator szczegółowy przebiegający zbiór zdań.

[69] O. Becker, *Zur Logik der Modalitäten*, „Jahrbuch für Philosophie und Phänomenologische Forschung", 11(1930) 497-548.

[70] Tamże, s. 504 n.

[71] Por. Zeman, dz. cyt., s. 79 n.

Okazało się, iż tylko teza *41* jest prawdziwa: W. Parry udowodnił w 1939 r., iż w logice S3 mamy 42 nieredukowalne modalności; relacja wynikania między nimi rzeczywiście nie tworzy porządku liniowego[72]. Prawdopodobnie nasz logik dalej podtrzymywałby pogląd, iż jest to liczba zbyt duża, jak na zwarty system modalny.

W takiej perspektywie zrozumiała staje się modyfikacja dokonań Lewisa, jaką proponuje Becker. Otóż poprawioną aksjomatykę S3 uzupełnia o aksjomat *43*, co daje logikę, którą nazywa systemem sześciu modalności. Lewis dwa lata później nada jej miano systemu S5.

(43) ~-p ≺ --p[73].

Cechą charakterystyczną tej logiki jest to, iż ma ona tylko sześć nieredukowalnych modalności: p, ~p, -p, ~-p, -~p, ~-~p. Znaczy to, że w S5 każde wyrażenie, które zaczyna się od ciągu funktorów złożonego z funktorów: „~", „-", jest równoważne z wyrażeniem, które zaczyna się od jednej z tych sześciu modalności. Dalej zależności inferencyjne pomiędzy modalnościami tworzą porządek liniowy, a mianowicie:

(44A) -~α implikuje α.

(44B) α implikuje ~-α.

(45A) -α implikuje ~α.

(45B) ~α implikuje ~-~α.

Tak zbudowany system spełnia wymogi zwartości wedle Beckera. Można zatem przyjąć, iż stanowią one jego kontekst uzasadnienia, mimo że sam jego autor przyznaje pewnego rodzaju arbitralność przy wyborze aksjomatu 43[74].

Nie poprzestaje jednakże na logice S5. Nie uzasadniając szerzej tego kroku, proponuje rozszerzenie systemu S3 o następujące aksjomaty:

(46) p ≺ --p.

(47) -~p ≺ -~-~p.

Aksjomat *46* nazywa aksjomatem Brouwera, natomiast *47* twierdzeniem wyrażającym redukowalność modalności. W tak skonstruowanym systemie mamy dziesięć nieredukowalnych modalności. Stąd jest on nazwany systemem

[72] Nie jest mianowicie tak, że jeśli „Mp" nie implikuje „Np", to „Np" implikuje „Mp", gdzie „M" i „N" są nieredukowalnymi modalnościami S3 (tamże, s. 165-174).

[73] Becker (art. cyt., s. 511 n.) zauważa ponadto, że *43* może zostać zastąpiony przez *43'*:
(43') --p ≺ -~p.

[74] Tamże, s. 508-510.

dziesięciu modalności[75]. Dołączenie tylko *47* do S3 daje system oznaczony później przez Lewisa jako S4.

Na zakończenie prezentacji rozważań Beckera zwrócimy jeszcze uwagę na jego próbę sprecyzowania rzeczowego (*sachlich*) znaczenia systemu sześciu i dziesięciu modalności. Polega ona na przyporządkowaniu funktorom modalnym tych systemów pojęć z pewnego dyskursu nieformalnego w taki sposób, aby powstałe z aksjomatów wyrażenia były prawami w tymże dyskursie. Operacja ta ma określić rzeczowy (tj. pozaformalny) sens językowy funktorów modalnych. Becker omawia najpierw zinterpretowany aksjomat *47*. Prawo to stwierdza (*implicite*), że konieczność konieczności jest koniecznością po prostu (odpowiednio możliwość możliwości jest możliwością po prostu), czyli że sama konieczność jest konieczna. Taki typ konieczności utożsamia następnie z tym, co jest formalnie aprioryczne w sensie E. Husserla (w odróżnieniu od materialnej aprioryczności, która choć jest konieczna, to to, że tak jest, nie jest samo w sobie konieczne). Z tej racji konieczność, która spełnia twierdzenie *47*, nazywa idealną lub absolutną[76].

Następnie autor *Zur Logik* [...] przechodzi do dyskusji aksjomatu *43*, konstytuującego logikę S5. Aksjomat ten stwierdza, że każda możliwość implikuje swą konieczność. W połączeniu z *47* (który zresztą wynika z niego) determinuje on najsilniejszy logicznie rodzaj konieczności oraz logicznie najsłabszy rodzaj możliwości. Modalności te Becker lokuje w tej samej sferze, co poprzednio, dodając, iż tkwią one w istocie tej sfery, tak że stwierdzenia o modalności modalności nie wnoszą nowej informacji w porównaniu ze stwierdzeniami o samej modalności. W tej sferze każda struktura jest konieczna istotowo (*wesensnotwendig*), a skoro każda możliwość jest zrealizowana, to każda możliwość jest konieczna. Stąd ograniczenie się tylko do aksjomatu *47*, który nie pozwala na redukcję konieczności możliwości do możliwości, jest, jak to formułuje Becker, niewybaczalną połowicznością, czyli brakiem konsekwencji w interpretacji systemu formalnego[77]. Wydaje się zatem, że mimo iż zwraca on uwagę na paradoksalne tezy S5, to jest to logika, którą, przy powyższej interpretacji, uważał za najbardziej adekwatną.

---

[75] Tamże, s. 512-517. Becker proponuje także klasę logik, w których występują tzw. uogólnione aksjomaty Beckera. Zob. tamże, s. 521-526. Ponieważ nie są one bezpośrednio związane z logikami lewisowskimi, pomijamy ich prezentację.

[76] Tamże, s. 518.

[77] Tamże, s. 519 n.

Aksjomat Brouwera jest potraktowany zdawkowo. W *Zur Logik der Modalitäten* znajdujemy jedynie stwierdzenie o jego prawdziwości oraz o fałszywości implikacji odwrotnej[78].

Z powyższej charakterystyki dokonań Oskara Beckera wynika, iż nie należy przypisywać autorstwa logik S4 i S5 tylko Lewisowi. W szczególności odkrycie tego drugiego systemu jest zasługą Beckera, który poza formalną konstrukcją podał również motywację filozoficzną na jego rzecz. Sam Lewis, powołując się na pracę logika niemieckiego, nie poświęca zresztą obu systemom wiele uwagi poza niżej cytowaną sugestią o zakresie stosowalności S5.

Wracając do wersji systemów modalnych z *Symbolic Logic*, zaznaczymy teraz różnice w stosunku do ujęcia z *A Survey of Symbolic Logic*. Do symboli pierwotnych należą w późniejszym dziele: „~", „∧", „◊", „=". Wyrażenia o postaci „◊p" czytamy „Jest możliwe (niesprzeczne (*self-consistent*)), że p". Lewis dokonuje tu utożsamienia funktora „-" z poprzedniej pracy ze złożeniem funktorów „~◊". Za pomocą symboli pierwotnych definiuje alternatywę (ekstensjonalną), implikację materialną i ścisłą, funktor spójności, funktor konieczności. Zwraca uwagę brak definicji ścisłej alternatywy. Wskazuje to na wygaśnięcie drugiej ze wspomnianych motywacji.

Funktor spójności umożliwia wprowadzenie rozróżnienia pomiędzy możliwością absolutną, wyrażoną przez funktor „◊", a możliwością relatywną, wyrażoną przez „o".

(48) Jest absolutnie możliwe, że p wtedy i tylko wtedy, gdy ◊p.

(49) Jest możliwe, że p ze względu na to, że q, wtedy i tylko wtedy, gdy poq.

Między tak zdefiniowanymi rachunkami zachodzi następująca zależność:

(50) $TAUT_{S1} \subset TAUT_{S2} \subset TAUT_{S3} \subset TAUT_{S4} \subset TAUT_{S5}$[79].

Nasz autor nie wypowiada się nigdzie szerzej na temat racji wprowadzenia różnych logik ścisłej implikacji i porzucenia nazwy „System Ścisłej Implikacji" dla S3, która to nazwa miała wskazywać, iż jest tylko jeden taki system. Można tylko stwierdzić pewien rodzaj „relatywnego" uzasadnienia dla systemu S2 względem systemu S1, tzn. jeśli system S1 jest uzasadniony, to tym bardziej jest uzasadniony system S2.

Mianowicie w logice S1:

---

[78] Tamże, s. 520.

[79] Zbiór $TAUT_{Sn}$ jest zbiorem tez logiki Sn. Dowód *50* można znaleźć w: G. H. Hughes, M. J. Cresswell, *An Introduction to Modal Logic*, London 1974, s. 216-225.

(51) Nie jest tak, że jeśli $\vdash\alpha \supset \beta$, to $\vdash\alpha \prec \beta$,
lecz istnieje takie prawo S1 „T", że
(52) Jeśli $\vdash\alpha \supset \beta$, to $\vdash\alpha \wedge T \prec \beta$[80].

Tezy S1, które są o postaci następników implikacji *52*, nazwane są T-zasadami. Lewis twierdzi, iż T-zasady pozwalają na dedukcję β jedynie z wyrażenia α, gdyż w jej trakcie trzeba posłużyć się tylko prawem logiki (T), które zawsze jest prawdziwe. Innymi słowy, można zupełnie zignorować obecność czynnika T w T-zasadach. Stąd – zdaje się sugerować nasz autor – gdy prawa S1 interesują nas jako reguły wnioskowania, fakty stwierdzane przez *51* pozbawione są znaczenia.

Prawdopodobnie jednak twórca systemów modalnych uważa obecność T-zasad w S1 za wadę tej logiki, gdyż podkreśla, iż logika S2 jest doskonalsza (*superior*) od S1 z racji nieco większej prostoty tej pierwszej. W S2 bowiem spora liczba faktów stwierdzanych przez *51* nie zachodzi i T-zasady wydają się jak gdyby zbędne. W *Symbolic Logic* właśnie ona przejmuje od S3 miano „Systemu Ścisłej Implikacji"[81].

Wszelako okazało się, iż nie wszystkie T-zasady są zbędne w S2:
(43) $\vdash_{S2} (p \supset p) \supset (p \prec p)$,
(44) Nie jest tak, że $\vdash_{S2} (p \supset p) \prec (p \prec p)$.

Dopiero w „nie-Lewisowskim" systemie T T-zasady stają się w pełni niepotrzebne[82].

Wobec *50* różne systemy ścisłej implikacji podają różne prawa dotyczące relacji implikacji. Nasz autor, w świetle uwag już przedstawionych, wydaje się dopuszczać wielość relacji implikacji, z których każda byłaby wyrażana przez inną logikę. Wzajemne ich przyporządkowanie opisuje w sposób następujący:

„Obowiązujący obyczaj w logicznym wnioskowaniu – np. praktyka w dedukcjach matematycznych – nie jest dostatecznie precyzyjny i samoświadomy, aby określić jasno, który z tych pięciu systemów wyraża akceptowalne zasady dedukcji. [...] Ci, którzy interesują się czysto matematycznymi własnościami systemów logiki symbolicznej, mają skłonność do preferowania bardziej pojemnych i mniej «ścisłych» systemów, takich jak S5 i Materialna Implikacja.

---

[80] Zob. L e w i s, L a n g f o r d, dz. cyt., s. 147-153.
[81] Tamże, s. 177 n.
[82] Zob. H u g h e s, C r e s s w e l l, dz. cyt., s. 230 n.

Potrzeby badań logicznych będą prawdopodobnie najlepiej zaspokojone przez dokładnie przeciwną tendencję"[83].

Zatem wydaje się, iż mimo wyróżnienia S2 Lewis nadal nie był pewny stopnia adekwatności swych systemów i wahał się co do wyboru któregoś z nich.

Wydaje się, iż to przekonanie, że wszystkie logiki ścisłej implikacji mogą służyć do wyrażania relacji implikacji, wymaga zrewidowania. Wskazuje na to ich geneza oraz fakt niejednolitości semantycznej. Jak wskazano powyżej, sam Lewis nie uzasadnia szerzej wprowadzenia systemów S4 i S5. Ten ostatni został przy tym skonstruowany na podstawie rozważań diametralnie odmiennych od argumentów autora *Symbolic* Logic. Przede wszystkim mają one charakter metalogiczny i wyrażają dążenie do uzyskania pewnego rodzaju prostoty formalnej i elegancji logiki. Wszelako, na co wskazuje Beckera próba „utreściowienia" modalności, nie jest wykluczone, że funktorom S5 można przyporządkować pozaformalne znaczenie, lecz nie będzie ono odpowiadało pierwotnym intuicjom twórcy S3.

L. Borkowski pokazał, iż można utożsamić znaczenie funktora ścisłej implikacji S5 ze znaczeniem okresu warunkowego języka potocznego, do którego odwołujemy się wypowiadając za pomocą frazy „jeśli ..., to ..." pewne ogólne prawo o postaci „$\forall x\ (A(x) \supset B(x))$"[84]. Jednakże, ponieważ prawo to nie musi wyrażać relacji wyprowadzalności, interpretacja uzasadnia uwagę z poprzedniego paragrafu.

Wspomniana niejednolitość semantyczna, być może, tu właśnie ma swe źródło. O ile bowiem dla systemów S4 i S5 można podać „elegancką" charakterystykę semantyczną, korzystającą z intuicyjnie interesującego pojęcia świata możliwego i relacji dostępności pomiędzy światami możliwymi, o tyle dla pozostałych systemów konieczne okazało się wprowadzenie pojęcia nie-

---

[83] Lewis, Langford, dz. cyt., s. 501 n.

[84] Borkowski, *Uwagi o okresie warunkowym oraz implikacji materialnej i ścisłej*, s. 342-344. Sporo cennych stwierdzeń dotyczących interpretacji funktora konieczności w różnych logikach modalnych zawierają także następujące prace: E. J. Lemmon, *Is There Only One Correct System of Modal Logic?*, „The Aristotelian Society", Supplementary Volume, 33(1959) 23-40; Z. Dywan, *On Lemmon's Interpretations of the Connective of Necessity*, „Logique et Analyse", 28(1985) 369-373. Artykuł Dywana rozwiązuje problem adekwatności funktora konieczności dla S5. Znajdujemy tam dowód poprawności utożsamienia tego funktora z wyrażeniem „jest analityczne, że". Znamienne jest jednakże to, że nie dotyczą one systemów S1-S3 oraz to, że koncentrują się głównie na własnościach funktora konieczności, a nie ścisłej implikacji.

normalnego świata możliwego, który z intuicyjnego punktu widzenia jest tworem dość osobliwym. Co więcej – dla logiki S1, aby zachować podobieństwo z semantykami innych logik modalnych, rozszerzono pojęcie świata możliwego, tworząc pojęcie świata możliwego w danej chwili czasu. Wszelako charakterystyka nienormalnego świata możliwego w danej chwili, ponownie niezbędnego dla podania adekwatnej semantyki, staje się jeszcze bardziej osobliwa, tak iż niektórzy posunęli się do nazwania tej logiki mianem patologicznej[85]. Wydaje się, jakoby logikom podatnym na charakterystykę semantyczną, tj. S4 i S5, można było przypisać charakter przedmiotowy, podczas gdy pozostałe systemy, szczególnie S3, związane były nierozerwalnie ze swymi metaprzedmiotowymi uzasadnieniami. Stąd, być może, dołączając pochopnie do systemu S1 aksjomaty O. Beckera, Lewis otrzymał logiki nieadekwatne względem wcześniejszych rozważań intuicyjnych. Wskazywałoby to na ich nieużyteczność dla ujęcia własności implikacji. Niewykluczone zatem, że właśnie systemy o niższych numerach, zgodnie z przeczuciem ich twórcy, lepiej wyrażają jego pierwotne motywacje.

Podsumowując rekonstrukcję dokonaną w tym artykule, zwracamy jeszcze raz uwagę na metaprzedmiotowy charakter argumentów, jakie Clarence Irving Lewis przytoczył na rzecz swoich systemów. Obejmują one rozważania dotyczące relacji implikacji, przypisanej funktorowi „$\supset$” logiki zdań, uzasadnienia nieadekwatności logiki klasycznej względem alternatywy intensjonalnej oraz wywody o deterministycznej naturze tejże logiki. Warto pamiętać o metajęzykowym charakterze funktorów, w tym funktorów modalnych, stosowanych w logikach ścisłej implikacji. Ponieważ logiki te są powszechnie uważane za wzorce logik modalnych, fakt, iż pierwotnie przypisywano funktorom konieczności i możliwości w nich występującym znaczenia nieprzedmiotowe, wskazuje na potrzebę ostrożnego stosowania ich, np. w formalizacjach tekstów filozoficznych. Wydaje się, iż takie zastosowania należy poprzedzić starannym uzasadnieniem, że modalności, które staramy się formalizować, mają opisany wyżej charakter inferencyjny, lub w inny, tzn. niezależny od wywodów autora pierwszych nowoczesnych systemów logiki modalnej, sposób wykazać, iż można funktorom logik modalnych S1-S5 przypisywać również znaczenia przedmiotowe.

[85] Z e m a n, dz. cyt., s. 151 n.

REMARKS ON THE ORIGIN OF THE CONTEMPORARY MODAL LOGIC

Summary

In the article a justification is presented of introducing the logics of strict implication that can be reconstructed from the works of Clarence Irving Lewis who created them. It turns out that besides the commonly mentioned arguments concerning inadequacy of the implication of the classical logic for expressing the relation of implication Lewis also gave two other motivations. Namely, he claimed that classical logic is not able to formulate the intensional meaning that he ascribed to some alternative statements of current language and that classical logic involves ontological determinism. An analysis of these arguments also supported the conclusion concerning a metalinguistic character of functors of logics of strict implication drawn on the basis of the way Lewis understood expressions of formal logic. Hence the need was emphasised of caution in applying the discussed systems for formalising philosophical reasoning. Attention was also paid to the fact that only systems S1-S3 are entirely originated by C. I. Lewis, and Oscar Becker made a major contribution towards logics S4-S5. Different origins of these systems seem to be a certain explanation for their semantic heterogeneity.

Translated by Tadeusz Karłowicz