ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom LI, zeszyt 1 – 2003

ERNEST JANUSZEWSKI

ZAGADNIENIE KONSTRUOWALNOŚCI LOGIK MODALNYCH I RELEWANTNYCH

Ważnym problemem w logice jest brak pełnej korelacji między klasycznymi spójnikami logicznymi a ich odpowiednikami w języku potocznym. Uwagę logików przyciąga szczególnie funktor implikacji. Nieadekwatność tego funktora do okresu warunkowego języka potocznego stała się motorem poszukiwań nowych rodzajów implikacji. Poszukiwania te doprowadziły do powstania dwóch rodzin logik nieklasycznych: logiki modalnej oraz logiki relewantnej.

Konstruowanie współczesnych systemów logiki modalnej zostało zapoczątkowane przez Clarence'a Irvinga Lewisa w 1918 r. Systemy skonstruowane przez Lewisa bywają czasami nazywane systemami ścisłej implikacji. Nazwa ta czerpie uzasadnienie z faktu, że na gruncie tych systemów podejmuje się wysiłek scharakteryzowania implikacji nieklasycznej, zwanej implikacją ścisłą. Pozwala to na ich odróżnienie od innych systemów logiki modalnej. Logiki relewantne zostały zapoczątkowane przez W. Ackermanna w 1956 r. Za najbardziej jednak reprezentatywny system logiki relewantnej uchodzi obecnie system E, skonstruowany przez Alana Rossa Andersona i Nuela D. Belnapa w 1958 r. Należy zwrócić uwagę na fakt, że system ten nie jest wyłącznie logiką relewantną, czyli logiką, w której wymaga się pewnego powiązania znaczeniowego między przesłankami a konkluzją. W systemie tym występują również funktory modalne – w tym sensie system E jest zarówno logiką relewantną, jak i modalną[1].

Mgr ERNEST JANUSZEWSKI – Wydział Filozofii KUL, Katedra Logiki, adres do korespondencji: 20-950 Lublin, Al. Racławickie 14.

[1] Przykładem systemu logiki relewantnej, w którym nie występują funktory modalne, jest system R. Relacja systemu E do systemu R określona jest jako analogiczna do relacji, jaka zachodzi między systemami ścisłej implikacji a klasycznym rachunkiem zdań.

W niniejszym artykule zamierzamy bliżej się przyjrzeć różnym próbom konstruowania logik modalnych i relewantnych. Przytoczymy pewne założenia i intuicje, jakie legły u podłoża takich konstrukcji. Wskażemy także na pewne trudności, pojawiające się przy próbie interpretacji niektórych tez czy reguł.

We współczesnej logice modalnej badania koncentrują się głównie na tworzeniu nowych systemów, szukaniu powiązań między nimi oraz na tworzeniu i dopasowywaniu do tych systemów różnego rodzaju semantyk formalnych. Większość rachunków modalnych jest tworzona metodą syntaktyczną. Przy konstrukcji danego systemu uwzględniane są wyłącznie pewne formalne warunki, przyjmowane często na zasadzie konwencji. Mamy więc do czynienia z odmienną sytuacją niż przy tworzeniu klasycznego rachunku zdań. Tworząc logikę klasyczną, dysponujemy zbiorem zdań prawdziwych, a aksjomaty i reguły są tak dobierane, aby za ich pomocą można było otrzymać wszystkie wcześniej przyjęte zdania. Przy metodzie syntaktycznej zaś po prostu „składamy" jakiś system, a dopiero potem staramy się dopasować do takiego systemu jakąś semantykę. W większości przypadków jest to semantyka czysto formalna, odwołująca się do modeli semantycznych[2].

Brakuje w tych badaniach rozważań filozoficznych. Wydaje się, że logicy przestali się troszczyć o to, czy związki wyrażone w ich systemach rzeczywiście występują w świecie. Rozważania takie należałoby zacząć od ustalenia intuicyjnego sensu pojęć modalnych, a następnie podjąć wysiłek skorelowania takiego znaczenia z funktorami modalnymi. Mimo iż nie jest to zadanie proste, czynione są pewne próby w tym kierunku. Stwierdzono np., że zgodnie z tezą o pluralizmie typów wiedzy, nie istnieje jedno „właściwe" rozumienie „konieczności", „możliwości". Wyodrębniono trzy główne znaczenia terminów modalnych. Na przykład możemy wyróżnić konieczność logiczną, metafizyczną i fizyczną. Zauważono także, iż ze względu na różnice w aksjomatach i regułach pierwotnych, różnie należy rozumieć funktory modalne w różnych systemach.

Konieczność logiczna, najbardziej nas interesująca, dotyczy pewnych elementarnych związków istniejących w świecie; np. stwierdzamy, że nie-

[2] Niektórzy autorzy zauważają, że takie konstruowanie systemów logiki modalnej i dostosowywanie ich do odpowiednich ustaleń semantyki formalnej jest czynnością zasługującą raczej na miano aktywności sportowej niż naukowej. Zob. N. D. B e l n a p, *Modal and Relevance Logics*, w: *Modern Logic – A Survey*, ed. E. Agazzi, Dordrecht, Holland 1981, s. 133.

możliwa jest sytuacja, iż słońce świeci i nie świeci zarazem. Związki te znajdują wyraz w prawach logiki: $\sim(p \wedge \sim p)$[3].

Wśród autorów zajmujących się logikami modalnymi możemy czasem znaleźć opinie, że zdania konieczne są zupełnie niezależne od rzeczywistości[4], a nawet że zdania koniecznie prawdziwe zawierają w sobie coś, co powoduje, że rzeczy „muszą" być takimi, jak dane zdanie konieczne stwierdza[5]. Pogląd taki wydaje się trudny do przyjęcia. Możemy się powołać w tym miejscu na uwagi Z. Zawirskiego. Autor ten uważa, że błędem jest odróżnianie sądów o rzeczywistości od sądów o możliwości i konieczności. Związki stwierdzane w prawach logiki są konieczne dlatego, że ich negacja pociągałaby za sobą negację podstawowej struktury otaczającego nas świata[6]. Podobnie na ten temat wypowiada się K. Ajdukiewicz, pisząc, że prawa logiki wyrażają nasze poznanie osobliwych związków między faktami, które to związki stanowią logiczną strukturę świata[7].

Z koniecznością metafizyczną mamy do czynienia głównie w filozofii klasycznej, nawiązującej do Arystotelesa. Zgodnie z takim rozumieniem konieczności, konieczne jest to, co nie może nie być lub być inaczej. Na gruncie ogólnej teorii bytu mówi się także o koniecznych relacjach wewnętrznych (materia–forma, istota–istnienie). Konieczność bytową możemy też określać jako to, czego negacja jest negacją bytu w jakimś aspekcie, negacją warunków jego możliwości (np. tożsamości) i jego istnienia[8]. Konieczne fizycznie natomiast jest to, czego przeciwieństwo jest wykluczone przez naturalny porządek rzeczy, nie zgadza się z prawami przyrody i zawiera w sobie niejako sprzeczność realną[9].

Spróbujemy przyjrzeć się teraz kilku próbom scharakteryzowania funktorów modalnych na gruncie różnych systemów formalnych. Zaczniemy od systemu logiki modalnej Jana Łukasiewicza. System ten zasługuje na uwagę, szczególnie z tego względu, że wszystkie funktory modalne są w tym sy-

---

[3] Niektórzy jako zdania konieczne wymieniają także zdania analityczne („kawaler to mężczyzna nieżonaty"), ale zdania tego typu dają się sprowadzić do praw logiki.

[4] G. E. Hughes, M. J. Cresswell, *An Introduction to Modal Logic*, London 1968, s. 22.

[5] Por. tamże, s. 22n.

[6] Z. Zawirski, *O modalności sądów*, Lwów 1914, s. 83n.

[7] K. Ajdukiewicz, *Zarys logiki*, Warszawa 1960, s. 4-6.

[8] Zob. A. B. Stępień, *Wstęp do filozofii,* Lublin 1995, s. 357.

[9] Zawirski, *O modalności sądów*, s. 84; o konieczności fizycznej zob. też S. Kiczuk, *O konieczności fizycznej,* „Roczniki Filozoficzne", 48(2000), z. 1, s. 32.

stemie traktowane jako ekstensjonalne. Łukasiewicz w sposób zdecydowany bronił ekstensjonalności logiki. Pisał on: „gdy funkcje modalne będziemy uważać za intensjonalne, to [...] pozostaje dla mnie tajemnicą, co wówczas miałyby oznaczać konieczność i możliwość”[10].

Ceną, jaką trzeba zapłacić za ekstensjonalność funktorów modalnych w systemie, jest odrzucenie zasady dwuwartościowości. Zaznaczyć należy, że w decyzji o odrzuceniu tej zasady ważną rolę odegrały u Łukasiewicza względy filozoficzne. Rozważając argument Arystotelesa za determinizmem, Łukasiewicz dochodzi do wniosku, że zdaniom o faktach przyszłych nie możemy przypisać ani prawdy, ani fałszu. Niezdeterminowanie tych zdań prowadzi go do przyznania im trzeciej wartości logicznej: „½”, różnej od prawdy i od fałszu[11]. W innym miejscu Łukasiewicz stwierdza również: „zdaniom tym [niezdeterminowanym – E. J.] nie odpowiada ontologicznie ani byt, ani niebyt, lecz *możliwość*”[12]. W wyniku swoich przemyśleń Łukasiewicz skonstruował system logiki trójwartościowej, gdzie za pomocą matrycy trójwartościowej w następujący sposób scharakteryzował funktor implikacji i negacji:

C	**0**	**½**	**1**	**N**
0	1	1	1	1
½	½	1	1	½
1	0	½	1	0

Łukasiewicz, budując system logiki modalnej, stawiał sobie także za cel uzgodnienie trzech grup tzw. oczywistych (intuicyjnych) zasad modalnych, przekazanych nam przez tradycję filozofii klasycznej.

Pierwsza grupa:

(Ia) *Ab oportere ad esse valet consequentia.*
(Wnioskowanie z konieczności o istnieniu jest niezawodne).

(Ib) *Ab esse ad posse valet consequentia.*
(Wnioskowanie z istnienia o możliwości jest niezawodne).

---

[10] J. Ł u k a s i e w i c z, *Sylogistyka Arystotelesa z punktu widzenia współczesnej logiki formalnej,* Warszawa 1988, s. 189.

[11] T e n ż e, *Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań*, w: t e n ż e, *Z zagadnień logiki i filozofii,* Warszawa 1961, s. 153.

[12] T e n ż e, *O determinizmie*, w: tamże, s. 125.

(Ic) *Ab non posse ad non esse valet consequentia.*
(Wnioskowanie z niemożliwości o nieistnieniu jest niezawodne).

Do drugiej grupy twierdzeń należy zasada Arystotelesa:

(II) *Unumquodque, quando est, oportet esse.*
(Jeśli się zakłada, że nie-*p*, to przy tym założeniu, nie jest możliwe, że *p*).

Trzecia grupa twierdzeń odzwierciedla „możliwość dwustronną", podaną przez Arystotelesa:

(III) „Dla pewnego p jest możliwe, że p, i jest możliwe, że nie-p[13].

Funktor możliwości Łukasiewicz wprowadził do systemu definicyjnie. Początkowo stosował własną (dość skomplikowaną) definicję możliwości. Następnie przyjął definicję zaproponowaną przez swojego studenta, Alfreda Tarskiego. Definicja ta ma następującą postać:

$$Mp =_{\mathrm{df}} (\sim p \to p).$$

Starając się zrozumieć sens intuicyjny tej definicji, stwierdzamy, że na gruncie matrycy trójwartościowej wyrażenie $\sim p \to p$ jest fałszywe tylko w jednym przypadku: gdy samo *p* jest fałszywe, w pozostałych zaś jest prawdziwe. Konieczność Łukasiewicz definiuje następująco:

$$Lp =_{\mathrm{df}} \sim(p \to \sim p)$$

Moglibyśmy to zinterpretować jako: „Zdanie jest konieczne, gdy nie pociąga swojej negacji"[14].

Wobec powyższego, nie jest rzeczą prostą podanie jednoznacznej interpretacji pojęcia „możliwości" w systemie Łukasiewicza. Można powiedzieć, że spotykamy się tu właściwie z dwoma poziomami możliwości. Najpierw autor sam określa trzecią wartość jako pewną możliwość ontyczną, potem wprowadza definicyjnie do swego systemu funktor możliwości. Funktor ten, z formalnego punktu widzenia, ma sens właśnie dzięki trzeciej wartości. Oznacza on zdanie, które nie może przybierać wartości „0", ale może przybierać wartość „1" oraz – co jest kluczowe dla tego rachunku – wartość „½".

Wprowadzenie trzeciej wartości logicznej jest także tym momentem, który pozwala Łukasiewiczowi na zachowanie zasady ekstensjonalności w swojej logice modalnej oraz na pogodzenie w niej wszystkich przekazanych przez

[13] T e n ż e, *Uwagi filozoficzne*, s. 145n.
[14] Tamże, s. 154n.

tradycję filozofii klasycznej zasad dotyczących modalności. Modalność jednak, wyrażona w systemach Łukasiewicza, zawiera w sobie pewien czynnik czasowy, co powoduje, że jest to ujęcie odmienne od standardowego[15].

Do tradycji filozofii klasycznej, podobnie jak Łukasiewicz, sięga także inny polski logik – Leopold Regner. Odwołuje się on do pierwszej grupy zasad wyróżnionej przez Łukasiewicza. Według Regnera zdanie modalne składa się ze zdania, które nazywa się *dictum* i wyraża, iż własność „P" przysługuje podmiotowi „x", oraz z funktora modalnego, który nazywa się *modus* i wyraża modalność zdania będącego *dictum*. Kluczowe w rozumieniu modalności przez Regnera jest to, że traktuje on funktory modalne jako funktory intensjonalne. Oznacza to, że „wartość logiczna zdania modalnego nie zależy od wartości logicznej argumentu (*dictum*), lecz od zgodności lub niezgodności funktora (*modus*) z modalnością argumentu". Na przykład zdanie:

„Możliwe jest, iż ten wielbłąd przeszedł przez ucho igielne"

jest fałszywe, gdyż jego *modus* nie zgadza się z modalnością zdania:

„Ten wielbłąd przeszedł przez ucho igielne",

gdyż jest niemożliwe, by własność „przeszedł przez ucho igielne" przysługiwała „wielbłądowi"[16].

Definicja Regnera jest interesująca z tego względu, że zdaje się wyrażać modalność *de re*. Ponadto jest to modalność intensjonalna, gdyż przy ustalaniu modalności argumentu musimy odwoływać się do treści zdania. Podstawowym jednak ograniczeniem tej definicji jest to, że obejmuje ona wyłącznie zdania proste o postaci: „x jest P".

Autorem, który podobnie jak Regner traktował funktory modalne jako intensjonalne, był C. I. Lewis. Mając jakieś zdanie *p*, możemy utworzyć zdanie: „jest konieczne, że *p*", które jest prawdziwe, gdy samo zdanie *p* jest konieczne. Prawdziwość zdania *p* nie jest jeszcze wystarczającym warunkiem prawdziwości zdania „jest konieczne, że *p*"[17]. Lewis we wczesnych swoich pracach jako termin pierwotny przyjmował alternatywę (zarówno intensjonalną, jak i ekstensjonalną), ścisłą implikację, a czasami logiczną niemożliwość. Jednakże w późniejszym dziele *A Survey of Symbolic Logic* zarzuca te koncepcje i definiuje jedynie funktor alternatywy ekstensjonalnej[18].

---

[15] M. Lechniak, *Interpretacje wartości matryc logik wielowartościowych*, Lublin: RW KUL 1999, s. 59.

[16] Tamże, s. 76.

[17] Hughes, Cresswell, *An Introduction*, s. 22n.

[18] Za P. Garbaczem możemy wyróżnić cztery znaczenia alternatywy u Lewisa: „p lub q" znaczy tyle, co 1) „p $\vee$ q", 2) „p albo q" (gdzie funktor „albo" jest alternatywą

Funktor zaś implikacji ścisłej wprowadza do systemu definicyjnie, za pomocą funktora możliwości, przyjętego jako termin pierwotny.

Przyjrzymy się obecnie funktorowi implikacji ścisłej. Tadeusz Kotarbiński, pisząc na temat implikacji ścisłej, zauważa, że głównym motywem wprowadzenia tego funktora do logiki była rozbieżność między rozumieniem potocznego okresu warunkowego a charakterystyką implikacji materialnej, płynącą z tabelki prawdziwościowej. Istotną przyczyną tych rozbieżności jest, zdaniem Kotarbińskiego, brak związku znaczeniowego między treścią poprzednika a treścią następnika, co pokazuje na przykładzie: „Jeżeli ptaki mają skrzydła, to niedziela jest dniem świątecznym". Zdanie to jest niewątpliwe prawdziwe według tabelki prawdziwościowej dla implikacji, ale nie jest prawdziwe, jeżeli spójnik „jeżeli..., to...„ rozumieć potocznie. Kotarbiński zwraca także uwagę na różnicę w definiensach:

– implikacji materialnej („nie jest tak, że zarazem *p* i nie-*q*"),

– implikacji ścisłej („nie jest tak, że możliwe jest, iż zarazem *p* i nie-*q*").

Zdaniem Kotarbińskiego, ze względu na występowanie terminu modalnego w definiensie, implikacja ścisła ma rozwiązywać problem braku powiązania znaczeniowego. Na przykład implikacja ścisła, której poprzednikiem jest zdanie „Róże są czerwone", a następnikiem zdanie „Cukier jest słodki", jest fałszywa, ponieważ jest możliwe, że zarazem róże są czerwone, a cukier nie jest słodki, gdyż słodyczy cukru nie jesteśmy w stanie wywnioskować z czerwieni róż. Odpowiednia zaś implikacja materialna byłaby prawdziwa.

Kotarbiński proponuje także osobliwe językowe odczytywanie implikacji ścisłej: „jeżeli ..., to stanowczo ...". Metajęzykowo proponuje odczytywać ten funktor dwojako: „*q* jest wywodliwe z *p*" lub "*q* można wywnioskować z *p*". Autor wykazał genialną intuicję, jeżeli chodzi o wyczucie problemu implikacji ścisłej, jednakże jego stanowiska nie możemy jeszcze uznać za pełne[19].

---

wykluczającą), 3) „Jest niemożliwe, że oba p i q są fałszywe", czyli ~M~(p ∨ q), 4) „Jest niemożliwe, że oba p i q są fałszywe i że oba p i q są prawdziwe", czyli ~M~(p albo q). Lewis dwie pierwsze alternatywy nazywa ekstensjonalnymi, a dwie ostatnie intensjonalnymi. Prawdziwość alternatywy ekstensjonalnej nie może być znana niezależnie od prawdziwości jej składników. Negacja jednego ze składników alternatywy ekstensjonalnej nie implikuje drugiego (czyli nie wynika z niego drugi), a także negacja takiej alternatywy ekstensjonalnej jest równoważna z koniunkcją negacji jej składników. Odpowiednie twierdzenia dla alternatywy intensjonalnej nie są prawdziwe, por. P. G a r b a c z, *Uwagi o genezie współczesnej logiki modalnej,* „Roczniki Filozoficzne", 48(2000), z. 1, s. 177.

[19] Por. T. K o t a r b i ń s k i, *Wykłady z dziejów logiki,* Łódź 1957, s. 125-128.

Kotarbiński słusznie zauważa, że z intuicyjnego punktu widzenia, to użycie terminu modalnego w definiensie czyni implikację ścisłą interesującą. Jednakże zrozumienie ścisłej implikacji uwarunkowane jest wyjaśnieniem, co oznacza możliwość w powyższej definicji. Załóżmy, że mamy do czynienia z możliwością logiczną. Jeśli weźmiemy zdanie (W) języka potocznego: „Jeżeli dziś jest wtorek, to jutro jest środa", to przy pewnym uproszczeniu moglibyśmy je zinterpretować zgodnie z definicją implikacji materialnej (DM) i definicją implikacji ścisłej (DŚ) w następujący sposób:

(DM) „Nie jest tak, że dzisiaj jest wtorek i jutro nie jest środa".

(DŚ) „Niemożliwe, że dzisiaj jest wtorek i jutro nie jest środa".

Jest jednak możliwe logicznie, że dzisiaj jest wtorek, a jutro nie jest środa, podobnie jak jest możliwe, że jakieś ciało porusza się szybciej od światła[20]. Jeśli rozpatrujemy zdanie (W) w aspekcie logiki, to stwierdzamy, że nie wyraża ono związku koniecznego. Gdyby zdanie (W) było podstawieniem jakiegoś prawa logiki, wówczas moglibyśmy z całą pewnością stwierdzić, że jest niemożliwe logicznie, aby było fałszywe.

Rozważmy zatem przypadek, gdy mamy zdanie (P): „Jeżeli dzisiaj jest wtorek, to jutro jest środa, i dzisiaj jest wtorek, to jutro jest środa", będące podstawieniem prawa logiki:

$$(p \to q) \wedge p \to q.$$

Spróbujmy to zdanie (P) zinterpretować podobnie, jak powyższe zdanie (W):

(DM') Nie jest tak, że {(jeżeli dzisiaj jest wtorek, to jutro jest środa) i dzisiaj jest wtorek}
i nie jest tak, że jutro jest środa.

(DŚ') Niemożliwe, że {(jeżeli dzisiaj jest wtorek, to jutro jest środa) i dzisiaj jest wtorek}
i nie jest tak, że jutro jest środa.

Stwierdzamy, że tym razem oba zdania są prawdziwe, gdyż tym razem związek wyrażony w zdaniu (P) jest związkiem koniecznym. Implikacja materialna jest prawdziwa w obu przypadkach: (DM) i (DM').

[20] Por. H u g h e s, C r e s s w e l l, *An Introduction*, s. 23.

Konstruując nowe systemy we współczesnej logice modalnej, zwraca się uwagę na pewne formalne warunki. Przykład takich warunków możemy znaleźć w monografii poświęconej logikom modalnym autorstwa G. E. Hughesa i M. J. Cresswella. Autorzy ci formułują sześć intuicyjnych warunków, jakie musi spełnić system, aby zasługiwał na miano systemu logiki modalnej:

(1) Wzajemna definiowalność funktorów L i M:

$$Lp \equiv {\sim}M{\sim}p$$
$$Mp \equiv {\sim}L{\sim}p$$ [21]

(2) Należy uznać implikację ścisłą (symbolicznie $\prec$):

$$(p \prec q) \equiv {\sim}M(p \wedge {\sim}q).$$

(3) Następujące wyrażenia nie mogą być tezami logiki modalnej:

$$Lp \equiv {\sim}p$$
$$Lp \equiv p$$
$$Lp \equiv (p \vee {\sim}p)$$
$$Lp \equiv (p \wedge {\sim}p)$$

(4) Tezą systemu jest jedna z formuł: $Lp \supset p$ lub $p \supset Mp$ (formuły te są równoważne).

(5) Należy także przyjąć regułę, że jeżeli α jest tezą systemu, to $L\alpha$ też jest tezą systemu.

(6) Cokolwiek wynika logicznie z koniecznej prawdy, samo jest koniecznie prawdziwe:

$$(Lp \wedge (p \prec q)) \supset Lq,$$

co jest równoważne formule:

$$L(p \supset q) \supset (Lp \supset Lq).$$ [22]

Hughes i Cresswell podkreślają, że są to tylko formalne warunki stawiane przy konstruowaniu systemów[23]. Nie są one jednak wynikiem jakichś głębszych przemyśleń natury filozoficznej. Na przykład przy drugim warunku, zastanawiając się, czy zachodzi odwrotność tezy: $(p \prec q) \supset {\sim}M(p \wedge {\sim}q)$, stwierdzają: „z pewnością uprości to logikę modalną, gdy przyjmiemy, że

[21] Często krok ten wykonuje się automatycznie, bez świadomości tego, że w dużej mierze przesądza się wtedy o kwantyfikatorowej naturze modalności, ze względu na to, że całe uniwersum zostaje wówczas ograniczone do *L* i *M*. Por. J. P e r z a n o w s k i, *Logiki modalne a filozofia* w: *Jak filozofować,* red. E. Szlesińska-Ziach, Warszawa 1989, s. 268. Warunku (1) nie można traktować jako definicji, które coś wnoszą. Warunek ten wyraża tylko związki między L i M.

[22] H u g h e s, C r e s s w e l l, *An Introduction*, s. 25-29.

[23] Tamże, s. 25.

taka odwrotność zachodzi”[24]. Tymczasem w warunku (5) za zmienną *p* moglibyśmy podstawić *Lp*, a wówczas mielibyśmy iterowanie modalności, co rodzi trudności interpretacyjne. Podobnie zapis formalny ostatniego warunku (6) też może budzić kontrowersje. Dlaczego na podstawie stwierdzenia, że pewien związek jest konieczny, stwierdzamy konieczność zdań? Pozostałe warunki wydają się stwierdzać związki i własności modalne odkryte już przez filozofię scholastyczną.

Systemem, który spełnia wszystkie powyższe warunki, jest system T. System ten możemy otrzymać, dodając do klasycznego rachunku zdań dwa charakterystyczne aksjomaty logik modalnych:

(ASM-1) $Lp \supset p$,
(ASM-2) $L(p \supset q) \supset (Lp \supset Lq)$,

oraz regułę Gödla: Jeżeli tezą jest wyrażenie α, to tezą jest wyrażenie $L\alpha$.

Jak możemy zauważyć, aksjomat (ASM-1) odpowiada czwartemu z warunków stawianych przez Hughesa i Cresswella, a aksjomat (ASM-2) odpowiada ostatniemu, szóstemu warunkowi. Podobnie szeroko stosowana na gruncie logik modalnych reguła Gödla odpowiada piątemu spośród warunków przedstawionych powyżej.

Hughes i Cresswell stwierdzają, że istnieją tezy, których prawdziwość nie jest zdeterminowana tymi warunkami. Jako przykład takiej tezy podają następujące wyrażenie:

(AS4) $Lp \supset LLp$.

Tym razem autorzy ci ujawniają pewne wątpliwości co do prawdziwości tej formuły na gruncie czysto intuicyjnym. Proponują oni następującą interpretację tej formuły: „jeżeli jakieś zdanie jest konieczną prawdą, to zdanie, że to zdanie jest konieczną prawdą, samo jest konieczną prawdą”. Albo prościej: „cokolwiek jest konieczne, jest koniecznie konieczne”[25]. Hughes i Cresswell wprowadzają nas tym samym w kontrowersyjną problematykę iterowania modalności. Modalność, z formalnego punktu widzenia, moglibyśmy zdefiniować jako jakąkolwiek nieprzerwaną sekwencję funktorów: ~, *L*, *M*. Iterowanymi modalnościami byłyby wszelkie modalności,

---

[24] Tamże, s. 26.
[25] Tamże, s. 29.

w których pojawiają się dwa (lub więcej) funktory modalne obok siebie[26]. Problem stanowi interpretacja iterowanych modalności. Co to znaczy, że coś jest np. koniecznie, koniecznie, konieczne...? Jakie warunki muszą być spełnione, abyśmy mogli powiedzieć, że dane zdanie jest koniecznie konieczne?

Według Hughesa i Cresswella, nie wszystkie formuły z iterowanymi modalnościami sprawiają trudności. Na przykład teza $LLp \supset Lp$, która jest podstawieniem aksjomatu: (ASM-1) $Lp \supset p$, jest poprawną zasadą. Tak więc iterowane modalności, uzyskane poprzez podstawienie za zmienne wyrażeń zawierających funktory modalne, nie budzą – ich zdaniem – wątpliwości natury intuicyjnej[27].

Z takim stanowiskiem nie zgadza się A. W. Burks, który w swojej logice zdań kauzalnych odrzuca możliwość przyjęcia iterowanych funktorów modalnych. Na przykład w systemie Burksa, jeżeli α jest aksjomatem, to aksjomatem jest wyrażenie $L\alpha$. Jest to jednak możliwe tylko wówczas, gdy w wyrażeniu α nie występują żadne symbole modalne. Ma to eliminować takie sytuacje, że modalności iterują się na skutek podstawiania za zmienne wyrażeń zawierających funktory modalne. Zdaniem Burksa wyrażenia typu LLp są po prostu niezrozumiałe, a zatem niedopuszczalne w systemie[28].

Lemmon zwraca w tym kontekście uwagę na fakt, że funktory modalne są różnie rozumiane na gruncie różnych systemów. Na przykład na gruncie systemu S0.5, interpretując funktor L jako „jest tautologiczne, że”, stwierdzamy, że tezy zawierające iterowane modalności są nieprawdziwe. Interpretując bowiem np. formułę LLp, przyjmowalibyśmy, że nie tylko to, co jest tautologiczne, jest prawdziwe (co jest prawdą), ale że jest tautologiczne, że to, co jest tautologiczne, jest prawdą (co prawdą już nie jest). Tymczasem przy interpretacji „jest analityczne, że” (S4, S5) Lemmon nie widzi już żadnych trudności interpretacyjnych w formułach typu LLp[29].

Teza $Lp \supset LLp$ (AS4), wraz z tezą $Mp \supset LMp$ (AS5), nazywane są często aksjomatami redukcyjnymi, gdyż z tych dwóch aksjomatów i tez systemu T możemy wyprowadzić wszystkie prawa redukcyjne:

[26] Tamże, s. 47.

[27] Por. tamże.

[28] A. W. B u r k s, *Chance, Cause, Reason*, Chicago–London 1977, s. 349.

[29] E. J. L e m m o n, G. P. H e n d e r s o n, *Is there only One Correct System of Modal Logic?,* „Aristotelian Society Suppl.”, 33(1959), s. 31.

R1	$Mp \equiv LMp$	R1a	$Mp \supset LMp$	(AS5)
R2	$Lp \equiv MLp$	R2a	$Lp \supset MLp$	
R3	$Mp \equiv MMp$	R3a	$Mp \supset MMp$	
R4	$Lp \equiv LLp$	R4a	$Lp \supset LLp$	(AS4)

Powyższe prawa pozwalają nam na redukowanie powtarzających się modalności[30]. Zdaniem Hughesa i Cresswella, ponieważ dadzą się one wyprowadzić z naszych dwóch aksjomatów (AS4, AS5), zatem warto stworzyć dwa systemy (S4, S5) i zobaczyć, jakie będą konsekwencje przyjęcia każdego z tych aksjomatów. Tak więc, pozostawiając kwestię iterowania modalności nie rozwiązaną, przystępują do konstruowania systemów zawierających iterowane modalności. Zdaniem cytowanych wyżej autorów fakt, że niektórzy uznaliby tezę $Lp \supset LLp$ za intuicyjnie poprawną i że istnienie takiej tezy stwarza możliwość skonstruowania nowych interesujących systemów, jest wystarczającym powodem, aby takie systemy skonstruować. Dodając zatem do systemu T aksjomat (AS4): $Lp \supset LLp$, otrzymujemy system S4, dodając zaś do T aksjomat (AS5): $Mp \supset LMp$, otrzymujemy system S5[31].

Hughes i Cresswell podają też motywy natury filozoficznej stworzenia systemów S4 i S5. Otóż wyróżniają oni dwa stanowiska w sprawie modalności. Pierwsze głosi, że wszystkie zdania konieczne są takie z konieczności, a drugie (mocniejsze), że wszystkie zdania modalne (konieczne, możliwe, niemożliwe, przygodne) są takie z konieczności. System S4, wraz z prawami redukcji R3, R4, wyrażałby tę pierwszą doktrynę, a system S5, zawierający wszystkie cztery prawa redukcyjne, reprezentowałby tę drugą[32].

Zbliżone podejście do zagadnienia modalności możemy znaleźć w logikach relewantnych. Za twórcę nowoczesnego systemu logiki relewantnej uchodzi

---

[30] Ze względu na aksjomat (AS4) w systemie S4 dadzą się wyprowadzić dwa pierwsze prawa R1 i R2. Konsekwencją występowania na gruncie S4 tych dwóch praw jest to, że wszystkie modalności w tym systemie możemy skrócić do 14 podstawowych, nieredukowalnych do siebie modalności: *–, L, M, LM, ML, LML, MLM* oraz ich negacji (gdzie symbol „–” oznacza przypadek, gdy liczba funktorów modalnych wynosi zero). Na gruncie zaś systemu S5, ze względu na fakt, że możemy tu udowodnić dwa pozostałe prawa redukcyjne, liczba podstawowych, nieredukowalnych modalności zmniejsza się do sześciu: *L*, *M* oraz ich negacji.

[31] Por. H u g h e s, C r e s s w e l l, *An Introduction*, s. 44n.

[32] Tamże, s. 45.

W. Ackermann[33]. W skonstruowanym rachunku Ackermann użył symbolu „→" na oznaczenie nowej implikacji, nazwanej przez niego implikacją mocną (*strenge Implikation*). Głównym motywem tworzenia nowego systemu była dla niego chęć uniknięcia na gruncie formalnym paradoksów zarówno materialnej, jak i ścisłej implikacji.

$$
\begin{aligned}
&p \supset (q \supset p),\\
&\sim p \supset (p \supset q),\\
&(p \supset q) \vee (q \supset p),\\
&(p \wedge \sim p) \prec q,\\
&p \prec (q \vee \sim q).
\end{aligned}
$$

Tym, co razi logików relewantnych w takich formułach, jest wyraźny brak jakiegoś powiązania znaczeniowego między poprzednikiem a następnikiem. Na przykład należy odrzucić zdanie: „Jeżeli na Marsie występuje życie, to w Lublinie właśnie pada lub nie pada", będące podstawieniem paradoksalnej tezy: $p \prec (q \vee \sim q)$. W logikach relewantnych podejmuje się wysiłek skonstruowania takiej implikacji, której prawdziwość byłaby uwarunkowana zachodzeniem pewnego związku treści pomiędzy przesłankami a wnioskiem. Kryterium takie nazywa się czasem kryterium relewancji[34]. Ani implikacja materialna, ani implikacja ścisła nie spełniają tak wyrażonego dodatkowego kryterium relewancji. Tymczasem często się podkreśla, że okres warunkowy języka potocznego opiera się nie tylko na związku wyrażonym w matrycy dwuwartościowej (implikacja materialna) czy jakimś koniecznym związku logicznym (implikacja ścisła), lecz także na pewnym związku treści czy informacji. Próbując wyjaśnić, jak Ackermann rozumie taki dodatkowy warunek nałożony na implikację, możemy przytoczyć jego wypowiedź: „mocna implikacja, którą my symbolicznie zapisujemy jako 'A→B', powinna wyrażać, że między 'A' i 'B' istnieje związek logiczny, że treść 'B' jest częścią treści 'A'. Albo, jakbyśmy to mogli inaczej wyrazić, nie ma to nic wspólnego z prawdą czy fałszem 'A' i 'B'"[35].

---

[33] O średniowiecznych antycypacjach problemu relewancji piszą m.in.: W. & M. K n e a l e, *The Development of Logic,* Oxford 1962; E. Ż a r n e c k a - B i a ł y, *O potrzebie relewancji: średniowieczny atak na Dunsa Szkota*, w: *Między prawdą i normą a błędem*, red. E. Żarnecka-Biały, Kraków 1997.

[34] Por. E. D. M a r e s, *Relevance Logic* (1998), w: *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, http://plato.stanford.edu/archives/sum2000/entries/logic-relevance/.

[35] W. A c k e r m a n n, *Begründung einer strengen Implikation,* „Journal of Symbolic Logic", 21(1956), s. 113.

Ponadto interesujący wydaje się w tym kontekście fakt, że w systemie Ackermanna implikacja $P \rightarrow Q$ jest fałszywa, jeżeli P i Q nie mają przynajmniej jednej wspólnej zmiennej. Formułę zaś $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ Ackermann odrzuca na tej podstawie, że prawdziwość P nie ma nic wspólnego z tym, czy między Q i P jest logiczny związek prawdziwości czy nie. Dalej Ackermann stwierdza, że na tej samej zasadzie moglibyśmy odrzucić formuły:

$$P \rightarrow (Q \rightarrow P \wedge Q),$$
$$P \rightarrow (\sim P \rightarrow Q),$$
$$P \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow Q)$$[36].

Ackermann zaczyna od formalizacji klasycznego rachunku zdań (system Π), następnie konstruuje system mocnej implikacji (system Π'), aby ostatecznie otrzymać rachunek modalny (system Π''). W systemach tych nie można udowodnić ani paradoksów materialnej implikacji, ani paradoksów implikacji ścisłej. Inną interesującą własnością tego systemu jest to, że każda tautologia klasycznego rachunku zdań, zbudowana wyłącznie z funktorów: „~”, „∧” i „∨”, jest w tym systemie prawdziwa. Posługując się nową stałą logiczną „⊥” (absurd), Ackermann na gruncie tego ostatniego systemu (Π'') wprowadza funktory: niemożliwości (U), konieczności (L) i możliwości (M):

$$UP =_{df} P \rightarrow \bot$$
$$LP =_{df} \sim P \rightarrow \bot$$
$$MP =_{df} \sim(P \rightarrow \bot)$$[37]

Najbardziej jednak znanym systemem logiki relewantnej jest system E (wynikania i konieczności), skonstruowany przez A. R. Andersona i N. D. Belnapa. We wstępie do swojej pokaźnej monografii, poświęconej w całości temu systemowi, autorzy ci zauważają, że pojęcie relewancji było jednym z centralnych pojęć w logice od czasów Arystotelesa. Przełom nastąpił na początku XX w., kiedy to kształtowała się współczesna tradycja logiczna (G. Frege, A. N. Whitehead, B. Russell). Wyodrębniona została wówczas – przy użyciu nowoczesnych narzędzi matematycznych – prosta i spójna, dwuwartościowa teoria okresu warunkowego: „jeżeli ..., to...”. Niestety, klasyczne pojęcie relewancji zostało w tej teorii zupełnie pominięte. Jak zauważają dalej autorzy, trudności w traktowaniu relewancji z takim samym stopniem matematycznego wyrafinowania doprowadziły wielu logików do przeświadczenia,

---

[36] Por. tamże.

[37] Autor ten odrzuca możliwość zdefiniowania konieczności jako $\sim P \rightarrow P$ oraz niemożliwości jako $P \rightarrow \sim P$, chociaż $\sim P \rightarrow P$ dobrze się sprawdza na gruncie systemów ścisłej implikacji; zob. A c k e r m a n n, *Begründung einer strengen Implikation,* s. 123.

że zadanie to jest po prostu niemożliwe do zrealizowania. Zgodnie z opinią tych logików, właściwie dopiero Ackermann, w systemie *strenge Implikation*, po raz pierwszy podał matematycznie zadowalający sposób uchwycenia relewancji pomiędzy poprzednikiem a następnikiem w zdaniach warunkowych[38].

System E jest udoskonaloną wersją systemu mocnej implikacji Ackermanna. Anderson i Belnap wykazali, że funktor konieczności może być zdefiniowany już na gruncie systemu Π'. Wystarczy wprowadzić następującą definicję:

$$LP =_{\mathrm{df}} (P \to P) \to P$$

Otrzymany system jest równoważny z systemem Π". Tym samym system Π" okazał się zbędny, skoro miał on służyć wyłącznie do wprowadzenia modalności[39]. Właśnie taką definicję konieczności przyjmują Anderson i Belnap w swoim systemie E. Autorzy ci przeprowadzają także dowód tego, że system Π" zawiera czternaście nieredukowalnych do siebie modalności, dokładnie takich samych, jak w systemie S4. Można także udowodnić, że Π" jest podsystemem właściwym S4. Wystarczy zastąpić symbol „⊥" przez jakąś oczywistą sprzeczność w S4 (np. $p \wedge {\sim}p$) oraz znak mocnej implikacji „→" przez ścisłą implikację „$\prec$"[40].

Anderson i Belnap zachowują w swoim systemie tylko dwie spośród czterech reguł Ackermana, mianowicie regułę odrywania i regułę dołączania koniunkcji. Odrzucenie trzeciej reguły (R3: jeżeli tezami systemu są wyrażenia α, ${\sim}\alpha \vee \beta$, to tezą jest wyrażenie β) motywują tym, że odpowiednia formuła języka:

$$P \wedge ({\sim}P \vee Q) \to Q$$

nie jest tezą systemu E[41]. Czwartą regułę Ackermanna (R4: Jeżeli tezami systemu są wyrażenia γ, $\alpha \to (\gamma \to \beta)$, to tezą jest wyrażenie $\alpha \to \beta$) auto-

[38] A. R. Anderson, N. D. Belnap, Jr., *Entailment: The Logic of Relevance and Necessity*, vol. I, Princeton 1975, s. xxi-xxii.

[39] A. R. Anderson, N. D. Belnap, *Modalities in Ackermann's „Rigorous implication",* „Journal of Symbolic Logic", 24(1959), s. 109.

[40] Tamże, s. 108.

[41] Reguła (R3) odnosi się do stoickiej reguły opuszczania alternatywy (RA): Jeżeli tezami są wyrażenia $P \vee Q$ i ${\sim}P$, to tezą jest wyrażenie Q. Mając daną regułę podstawiania i prawo podwójnej negacji, możemy pokazać, że obie reguły (R3) i (RA) są sobie równoważne. Por. J. M. Dunn, *Relevance Logic and Entailment,* w: *Handbook of Philosophical Logic*, eds. F. Guenthner, D. Gabbay, vol. III, Dordrecht 1984, s. 147-148. Read zauważa w tym kontekście, że w czystej logice E, kiedykolwiek $P \vee Q$ i ${\sim}P$ są możliwe do udowodnienia, wtedy możliwa do udowodnienia jest formuła Q. Niemniej pewne czynniki pozalogiczne (należące do teorii) wpływają na to, że „mogą być dowody $P \vee Q$ i ${\sim}P$, a mimo wszystko nie będziemy mogli uznać dowodu dla Q", por. S. Read, *Relevance Logic and Entailment*, w: *Routledge Encyclopedia of Philosophy*, red. E. Craig, London–New York 1998, s. 201.

rzy decydują się zastąpić aksjomatem. Reguła (R4) pozwala na wyprowadzenie prawa komutacji:

$$(P \to (Q \to R)) \to (Q \to (P \to R)),$$

co jest nie do zaakceptowania w logice E, ze względu na fakt, że jest to błąd modalności (niech P będzie $Q \to R$, w takim przypadku komutacja nie jest do obronienia już na gruncie S4, po zastąpieniu $\to$ symbolem ścisłej implikacji). Takie posunięcie może być usprawiedliwione, tylko jeżeli Q jest konieczne, czyli:

$$(P \to (Q \to R)) \to (LQ \to (P \to R)),$$

lub przez równoważny aksjomat, jak to wybrali Anderson i Belnap:

$$(LP \wedge LQ) \to L(P \wedge Q).$$

W ten sposób narodził się system E[42].

Anderson i Belnap za swój najwyższy cel obrali taki sam, jak Ackermann i Lewis: znaleźć zadowalające wyjaśnienie pojęcia okresu warunkowego na gruncie formalnym. Implikacja w ich systemie nie może mieć paradoksalnych własności implikacji materialnej ani implikacji ścisłej. Twórcy systemu E, charakteryzując funktor implikacji, używają następujących określeń: „'p $\to$ q' chcemy interpretować jako 'p pociąga q' lub 'q jest dedukowalne z p'" lub „strzałka '$\to$' jest formalnym odpowiednikiem łącznika 'to, że ... pociąga to, że'"[43], a nawet proponują traktować symbol „$\to$" po prostu jako „symbol metajęzykowej relacji logicznej konsekwencji, zachodzącej między wyrażeniami prawdziwościowymi (*truth functional expressions)*"[44]. Widzimy zatem, że dość wieloznacznie interpretują oni w swoim systemie symbol implikacji. Czasem jest to znak metajęzykowy, oznaczający relację między wyrażeniami (nazwami), czasem symbol oznaczający relację między zdaniami, ale także interpretują oni strzałkę po prostu jako łącznik zdaniowy. Tym samym autorzy ci pokazują, że całkowicie ignorują rozróżnienie między językiem a metajęzykiem[45].

Ciekawe rozważania Anderson i Belnap przeprowadzają przy zagadnieniu błędów modalności. Odwołują się oni do starej zasady platońskiej, że wiedza konieczna nie może pochodzić z doświadczenia. Rozumieją to w ten sposób,

---

[42] R e a d, *Relevance Logic*, s. 201.

[43] A n d e r s o n, B e l n a p, *Entailment*, s. 5.

[44] Tamże, s. 150.

[45] Andrzej Grzegorczyk uważa rozróżnienie języka i metajęzyka za zasadnicze dla zrozumienia semantycznych pojęć spełniania, prawdy i modelu. Por. A. G r z e g o r c z y k, *Zarys logiki matematycznej,* Warszawa 1984, s. 228nn.

że logika jest sprawą formalną, nie zaś materialną. Mówiąc jeszcze inaczej, wszystkie poprawne wnioskowania mają własność bycia poprawnymi w sposób konieczny, a nie przygodny. Konkludują zatem: jeżeli wynikanie jest w ogóle prawdziwe, to jest koniecznie prawdziwe[46]. Niektórzy doszukują się tutaj założenia o istnieniu wiedzy, która nie jest oparta na doświadczeniu, inni zaś wyprowadzają z tego niemożliwość syntetycznej wiedzy koniecznej[47]. Niemniej jednak przy takich założeniach musimy przyjąć tezę:

(K) Jeżeli p pociąga q i p jest konieczne, to q też jest konieczne.

A zatem prawdy pociągane przez prawdy konieczne same są konieczne (gdyż nie jesteśmy w stanie wydedukować koloru pomarańczy z jakiejś prawdy logicznej). Widzimy wówczas, że teza $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ nie spełnia tego warunku (choć jest twierdzeniem systemu S4). Załóżmy, że p jest kontyngentne, a q jest konieczne, wówczas mamy, że coś koniecznego pociąga coś kontyngentnego[48].

Obrońcy tezy $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ zwracają uwagę na fakt, iż stwierdza ona jedynie, że jeżeli p jest prawdziwe, to zawsze możemy wywnioskować p z zupełnie arbitralnego zdania q. Anderson i Belnap odpowiadają na to, że owszem, gdy p jest prawdziwe, wówczas możemy powiedzieć, że $p \rightarrow p$, ale powiedzieć, że p jest prawdziwe, na podstawie nierelewantnego założenia q, nie jest tym samym, co wydedukować p z q ani stwierdzić, że q implikuje p. Oczywiście możemy powiedzieć: „Załóżmy, że śnieg jest ciemnobrązowy. Siedem jest liczbą pierwszą”. Gdy jednak powiemy: „Załóżmy, że śnieg jest ciemnobrązowy. Wynika stąd (albo z konsekwencji, albo możemy poprawnie wywnioskować), że siedem jest liczbą pierwszą”, wówczas po prostu jest to stwierdzenie fałszywe[49]. Skoro zatem prawdziwe p nie wynika z arbitralnego q, Anderson i Belnap odrzucają formułę $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ jako wyrażającą poprawne wynikanie lub prawdziwą implikację. Odwołują się w tym miejscu do wcześniejszego założenia, że wynikanie (*entailment*), jeżeli jest prawdziwe, to jest koniecznie prawdziwe[50].

[46] A n d e r s o n, B e l n a p, *Entailment*, s. 14.
[47] Tamże, s. 244.
[48] Tamże, s. 14.
[49] Tamże.
[50] Tamże, s. 14n.

Udowodniono jednak, że teza:

(K2) Jeżeli p pociąga q i p jest kontyngentne, to q też jest kontyngentne,

która jest wariantem tezy (K) Andersona i Belnapa, jest nie do utrzymania. Oznaczałoby to, że jeden z głównych filarów systemu E został zniszczony, a zatem tezy: $p \rightarrow Lp$, $p \rightarrow (p \vee \sim p)$, itd., byłyby jak najbardziej poprawnymi zasadami wynikania[51]. Anderson i Belnap przyznają słuszność tym zarzutom, ale ich zdaniem, potwierdzają one jedynie to, że zasada błędów modalności nie została wcześniej sformułowana w sposób właściwy, zarzut ten jednak nie jest argumentem za wadliwością całego systemu.

W celu wyeliminowania błędów relewancji, czyli sytuacji, w której w poprawnym wnioskowaniu przesłanki nie mają nic wspólnego z wnioskiem, Anderson i Belnap podają dwa formalne warunki: 1) wszystkie założenia poczynione w dowodzie mają być rzeczywiście użyte (metoda założeń indeksowanych) i 2) dzielenie wspólnej zmiennej (pociąganie tautologiczne). Pierwszy z nich jest konieczny i wystarczający, drugi tylko konieczny.

System E możemy skonstruować zarówno jako system aksjomatyczny, jak i jako system naturalnej dedukcji. Przy tym drugim sformułowaniu możliwe jest zastosowanie metody dowodów indeksowanych. Metoda ta ma zapewnić relewancję między przesłankami w ten sposób, że zapewnia ona możliwość kontrolowania, czy wszystkie przesłanki występujące w danym dowodzie rzeczywiście były użyte[52]. Opiera się ona na fakcie, że każda przesłanka wprowadzona do dowodu otrzymuje specjalny indeks, który następnie w trakcie dowodu jest skracany. Aby zrozumieć metodę założeniowych dowodów indeksowanych, przyjrzyjmy się następującemu dowodowi:

(TE1) $P \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow Q)$

Dowód:

1.	$P_{\{1\}}$	zał.
2.	$(P \rightarrow Q)_{\{2\}}$	zał.
3.	$Q_{\{1,2\}}$	OI: 2,1
4.	$((P \rightarrow Q) \rightarrow Q)_{\{1\}}$	DI: 2,3
	$\mathrm{P} \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow Q)$	DI: 1,4[53]

[51] Tamże, s. 244.

[52] Tamże, s. 33.

W tego typu dowodzie wszystkie założenia otrzymują pewien indeks. Reguły stosowane w powyższym dowodzie różnią się nieco od zwykłych reguł używanych w dowodach założeniowych. Różnica polega na tym, że np. stosując regułę opuszczania implikacji (OI), sumujemy indeksy przesłanek, a stosując regułę dołączania implikacji (DI), różnicujemy indeksy. Możemy to zapisać w następujący sposób:

[OI] Z wyrażeń α_n i $(\alpha \rightarrow \beta)_m$ możemy wyprowadzić $\beta_{n \cup m}$.

[DI] Z dowodu β_m na podstawie przesłanki $\alpha_{\{k\}}$ możemy wyprowadzić $(\alpha \rightarrow \beta)_{m-\{k\}}$ pod warunkiem, że k występuje w m[54].

Aby przesłanka była uznana za istotnie przydatną we wyprowadzeniu konkluzji, indeks denotujący założenie musi się pojawić w dowodzie, a następnie powinien być skrócony.

Drugi warunek – tautologicznego wynikania – opiera się na założeniu, że treść w logice zdaniowej jest przenoszona przez wspólne zmienne zdaniowe. Omawiając ten warunek, zaczniemy od prezentacji pewnego rozróżnienia. W systemie E wszystkie formuły możemy podzielić na: (1) formuły zerowego rzędu (zawierają tylko stałe $\vee$, $\wedge$, ~ i mogą być rozpatrywane jako formuły zarówno logiki relewantnej, jak i logiki klasycznej), (2) formuły pierwszego rzędu (formuły postaci $P \rightarrow Q$, gdzie P, Q są formułami zerowego rzędu).

Pociąganie tautologiczne to pociąganie zachodzące między formułami zerowego rzędu w taki sposób, że spełniony jest warunek dzielenia wspólnej zmiennej. Formalnie wygląda to następująco: mając pretendujące wyrażenie $P \rightarrow Q$, sprowadzamy to wyrażenie do jego postaci normalnej, czyli implikacji, gdzie poprzednik znajduje się w dysjunktywnej (alternatywnej) postaci normalnej, a następnik w koniunkcyjnej postaci normalnej:

(*) $P_1 \vee \ldots \vee P_m \rightarrow Q_1 \wedge \ldots \wedge Q_n$,

gdzie każde:

$P_i = u_1 \wedge \ldots \wedge u_k$

$Q_j = u_1 \vee \ldots \vee u_L$

a dowolne u_i jest zmienną zdaniową lub jej negacją[55].

Następnie ustalamy prawdziwość zdania (*), czyli sprawdzamy, czy dla dowolnej alternatywy P_i i dla dowolnej koniunkcji Q_j następująca implikacja $P_i \rightarrow Q_j$ (reprezentująca proste wynikanie) jest prawdziwa. W logice relewant-

---

[53] Por. tamże, s. 22n.

[54] Tamże, s. 23.

[55] W. P o g o r z e l s k i, *Elementarny słownik logiki formalnej,* Białystok 1992, s. 152.

nej oznacza to, że P_i oraz Q_j muszą dzielić jakąś zmienną zdaniową lub jej negację (atom)[56].

Na przykład rozważmy wyrażenie:

$(p \vee \sim p) \wedge (q \vee \sim q) \rightarrow (p \vee \sim p)$,

które, sprowadzone do swojej postaci normalnej, ma następującą formę:

$(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (p \vee \sim p)$.

Wyrażenie to spełnia nasze kryterium, gdyż spełnione jest kryterium dzielenia wspólnego atomu. Wyrażeniem, które nie spełnia tego kryterium, jest sylogizm dysjunktywny:

$(p \vee q) \wedge \sim p \rightarrow q$.

Przekształcając poprzednik w alternatywną postać normalną, otrzymujemy tezę:

$(\sim p \wedge p) \vee (\sim p \wedge q) \rightarrow q$,

do której udowodnienia jest potrzebna teza:

$\sim p \wedge p \rightarrow q$,

która, ze względu na kryteria tautologicznego wynikania, jest odrzucona[57].

Hughes i Cresswell, w kontekście konstruowania logik relewantnych, zauważają, że istnieją pewne ogólne zasady wnioskowania, które muszą być akceptowane przez każdy system. Powołują się w tym miejscu na kluczowy dowód Lewisa, w którym zostało pokazane, że za pomocą czterech intuicyjnie poprawnych zasad możemy wyprowadzić z przesłanki $p \wedge \sim p$ wniosek q[58]. Możemy więc udowodnić tezę uznaną za paradoks ścisłej implikacji, którą Anderson i Belnap odrzucili ze względu na brak relewancji. Jeżeli zasady, którymi posługuje się Lewis, są poprawnymi zasadami wnioskowania, to musimy uznać paradoksy za poprawne zasady wnioskowania. Pryncypia, na które powołuje się Lewis, są następujące:

A. Koniunkcja pociąga każdy ze swoich czynników.
B. Zdanie p pociąga $(p \vee q)$, gdzie q może być dowolnym zdaniem.
C. Przesłanki $(p \vee q)$ i $\sim p$ pociągają wniosek q
(sylogizm dysjunktywny – (DS)).
D. Kiedykolwiek p pociąga q i q pociąga r, wtedy p pociąga r
(zasada przechodniości).

Zgodnie z tymi zasadami, na podstawie $p \wedge \sim p$, możemy udowodnić arbitralne zdanie q:

---

[56] A n d e r s o n, B e l n a p, Jr., *Entailment*, s. 150-158.
[57] D u n n, *Relevance Logic and Entailment,* s.148.
[58] H u g h e s, C r e s s w e l l, *An Introduction*, s. 337.

1. $p\wedge{\sim}p$	zał.
2. p	A: 1
3. $p \vee q$	B: 2
4. ${\sim}\, p$	A: 1
q	C: 3,4[59]

Konsekwencją zaprzeczenia tego, że $p\wedge{\sim}p$ pociąga q, jest odrzucenie przynajmniej jednej spośród zasad A-D. Powstaje więc pytanie: czy przyjąć paradoksy czy odrzucić jedną z zasad? W systemie E Andersona i Belnapa odrzucona zostaje zasada C (sylogizm dysjunktywny). Nie można wprowadzić do tego systemu tej zasady bez wprowadzenia następstw w postaci paradoksów. Zwolennicy logiki relewantnej uważają, że wyeliminowanie paradoksów jest tak ważne, że sylogizm dysjunktywny nie jest za to zbyt dużą ceną[60].

Przystępując do obrony swojego stanowiska, twórcy systemu E zaczynają od sprostowania pewnych nieporozumień, mianowicie nie przeczą oni, że wnioskowanie z $\vdash{\sim}p$ i $\vdash p\vee q$ o $\vdash q$ jest poprawnym wnioskowaniem, gdy $\vdash p$ znaczy „p jest tezą klasycznego rachunku zdań". Jednakże, jak podkreślają, nie prowadzi to do stwierdzenia, że q wynika logicznie z ${\sim}p$ i $p\vee q$[61]. Anderson i Belnap stwierdzają, że ważne jest w tym aspekcie scharakteryzowanie, co mamy na myśli, gdy mówimy o poprawnym wnioskowaniu. Jeżeli mamy na myśli to, że przesłanki są fałszywe lub konkluzja prawdziwa („materialna poprawność") albo że jest konieczne, iż przesłanki są fałszywe lub konkluzja prawdziwa („ścisła poprawność"), to rzeczywiście sylogizm dysjunktywny jest poprawną zasadą wnioskowania. Innymi słowy, utrzymują, że dowód Lewisa jest prawdziwy, jeżeli „poprawne wnioskowanie" jest definiowane za pomocą ścisłej implikacji[62].

---

[59] Nie wszyscy jednak uznają dowód Lewisa. Niektórzy odrzucają zasadę A (Nelson, McCall), inni zasadę B (Parry), jeszcze inni zasadę D (Geach). Anderson i Belnap upatrują źródło nierelewancji w zasadzie C.

[60] M. Dunn zwraca uwagę na fakt, że w dowodzie Lewisa w wierszu (3) mamy, że p lub q jest prawdziwe, w następnym wierszu stwierdzamy, że p jest fałszywe, na tej podstawie wnioskujemy, że q musi być prawdziwe. Jednakże, zauważa Dunn, w wierszu (2) p było prawdziwe. Argumentuje zatem, że sylogizm dysjunktywny może być nieodpowiedni w sytuacjach, gdy mamy niespójną informację, gdy p może być zarówno prawdziwe, jak i fałszywe. Inny problem to to, czy zasada C nie wyzwala jakiejś nowej informacji, której w alternatywie nie ma; por. D u n n, *Relevance Logic and Entailment,* s. 153; por. także Ż a r n e c k a - B i a ł y, *O potrzebie relewancji*, s. 99.

[61] A n d e r s o n, B e l n a p, *Entailment*, s. 165.

[62] Tamże.

Przy odrzuceniu zasady C autorzy powołują się na subtelne rozróżnienie na alternatywę ekstensjonalną i intensjonalną. Sylogizm dysjunktywny byłby niemożliwy do przyjęcia tylko przy prawdziwościowym znaczeniu słówka „lub”. Tymczasem używając zasady C w życiu codziennym, posługujemy się zazwyczaj łącznikiem „lub” w znaczeniu intensjonalnym, gdzie zachodzi pewna relewancja pomiędzy członami alternatywy. Wobec takiej dystynkcji rozumowanie na podstawie zasady C byłoby błędne nie dlatego, że popełniamy błąd relewancji, ale ponieważ zachodzi tu błąd wieloznaczności. Istnieją takie znaczenia intensjonalne alternatywy, np. „jeżeli to nie jest pierwszy, to jest drugi”, przy których wnioskowanie na podstawie zasady C jest poprawne, istnieją jednak również ważne znaczenia intensjonalne alternatywy, przy których sylogizm dysjunktywny nie jest poprawną zasadą wnioskowania[63].

Jeżeli chodzi o dwa aksjomaty redukcyjne: (AS4) i (AS5), to Anderson i Belnap zgadzają się na słabszą tezę: $Lp \rightarrow LLp$ w systemie E. Odrzucają jednak tezę mocniejszą: $Mp \rightarrow LMp$, motywując to tym, że wówczas wiedza konieczna (*episteme*) pochodziłaby z wiedzy niekoniecznej (*doxa*), czemu sprzeciwiał się już Platon[64]. Anderson i Belnap proponują ciekawe odczytanie tezy $Lp \rightarrow LLp$: „Jeżeli p wynika logicznie z prawa logiki, to fakt ten sam wynika logicznie z prawa logiki”. Funktor L proponują odczytywać: „wynika z prawa logiki”. Prawdopodobnie odwołują się w tym miejscu do definicji konieczności w ich systemie: $Lp =_{df} (p \rightarrow p) \rightarrow p$. Zgodnie z tą definicją proponują odczytywać „p jest konieczne” jako „p wynika z prawdziwego pociągania $p \rightarrow p$” („A follows from the true entailment A → A”)[65]. Aksjomat (AS5) $Mp \rightarrow LMp$ proponują odczytywać: „Jeżeli $\sim p$ nie może wynikać logicznie z prawa logiki $\sim p \rightarrow p$, to fakt ten sam w sobie wynika z prawa logiki”. Zdaniem twórców systemu E, nie jest prawdą, że formuła Mp pociąga formułę LMp. Gdyby zasada powyższa była prawdziwa, wówczas prawdziwa byłaby również formuła: $p \rightarrow LMp$, co pozwalałoby na przeprowadzenie rozumowania ze zmiennej zdaniowej o konieczności.

Na podobnej zasadzie Anderson i Belnap odrzucają tezy:

$p \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow q)$.

$(p \rightarrow (q \rightarrow s)) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow s))$.

---

[63] Tamże, s. 176.
[64] Tamże, s. 244.
[65] Por. tamże, s. 118.

Tezę (1) należy odrzucić z tego powodu, że żadne prawdziwe pociąganie (*entailment*) nie jest pociągane (*entail*) przez czysto kontyngentne zdanie. Tymczasem formuła (1) daje się wyprowadzić z formuły (2)[66].

W naszych rozważaniach nie możemy pominąć milczeniem reguły Gödla, zwanej też regułą koniecznościowania. Jest to najważniejsza reguła we współczesnej logice modalnej. Na uwagę zasługuje fakt, że w literaturze w ogóle nie prowadzi się dyskusji nad tą regułą, mimo iż nie jest to reguła oczywista i intuicyjnie łatwa do zaakceptowania. Po raz pierwszy reguły tej użył Kurt Gödel, kiedy w 1933 r., na marginesie badań nad intuicjonizmem, posłużył się tą regułą do skonstruowania dwóch systemów nadbudowanych nad klasycznym rachunkiem zdań, które potem, przy modalnej interpretacji funktorów, okazały się systemami S4 i S5[67].

Konstruując logiki modalne, Lewis definiował funktor implikacji ścisłej za pomocą funktora możliwości, który przyjmował jako termin pierwotny. Niestety, ponieważ funktor implikacji ścisłej występował w aksjomatach, jego właściwości, podobnie jak pozostałych funktorów, były trudne do odczytania. Problem stanowiło również określenie relacji implikacji ścisłej do implikacji materialnej. Dopiero zapoczątkowane przez Gödla konstruowanie systemów logiki modalnej poprzez nadbudowywanie ich nad klasycznym rachunkiem zdań przyczyniło się w znacznym stopniu do wyodrębnienia własności poszczególnych funktorów[68].

Reguła Gödla jest różnie rozumiana w różnych systemach. Na przykład w systemie S0.5 wyrażona jest następująco:

(1) $\mathbf{RG}_{(S0.5)}$ Jeżeli α jest tezą KRZ, to tezą jest wyrażenie $L\alpha$[69].

W systemach S1, S2, S3 brzmi już inaczej:

(2) $\mathbf{RG}_{(S1,S2,S3)}$ Jeżeli α jest tezą KRZ lub jest aksjomatem, to tezą jest wyrażenie $L\alpha$[70].

Podstawową jednak formę (bez żadnych ograniczeń) reguła ta otrzymuje m.in. w takich systemach, jak T, S4, S5, E[71].

---

[66] Pogorzelski, *Elementarny słownik*, s. 276.

[67] L. Gumański, *Logika modalna,* „Ruch Filozoficzny”, 41(1984), nr 2-3, s. 168.

[68] G. E. Hughes, M. J. Cresswell, *A New Introduction to Modal Logic,* London 1996, s. 197n.

[69] Przyjmujemy skrót KRZ na oznaczenie klasycznego rachunku zdań.

[70] Por. tamże, s. 199nn.

[71] Reguła Gödla nie jest regułą pierwotną systemu E, ale można ją w tym systemie udowodnić. Zob. Anderson, Belnap, Jr., *Entailment*, s. 235n.

(3) **RG** Jeżeli α jest tezą, to $L\alpha$ jest tezą[72].

W drugim i trzecim przypadku reguła ta pozwala na postawienie funktora konieczności przed formułami już zawierającymi funktory modalne. Mamy więc do czynienia z iterowaniem modalności, które – jak już wspominaliśmy – z intuicyjnego punktu widzenia, jest trudne do przyjęcia[73].

Hughes i Cresswell zauważają, że dzięki regule Gödla, kiedykolwiek mamy tezę postaci: $\alpha \supset \beta$, wówczas możemy otrzymać tezę postaci $\alpha \prec \beta$, i na odwrót. Dzieje się tak dlatego, że mając regułę **RG**, możemy wyrażenie $\alpha \supset \beta$ poprzedzić funktorem konieczności, otrzymując tezę $L(\alpha \supset \beta)$, a na podstawie definicji funktora ścisłej implikacji możemy otrzymać tezę $\alpha \prec \beta$[74].

Ma to jednak miejsce tylko wówczas, gdy funktor „$\supset$" jest funktorem głównym w zdaniu, gdyż np. formuła:

$(p \supset q) \vee (q \supset p)$

jest poprawną formułą klasycznego rachunku zdań, natomiast odpowiednia formuła, w której zastąpimy funktor implikacji materialnej funktorem implikacji ścisłej:

$(p \prec q) \vee (q \prec p)$

nie jest już tezą ani S4, ani S5[75].

Spróbujmy prześledzić nasz wywód w drugą stronę. Mając tezę $\alpha \prec \beta$, na podstawie definicji funktora „$\prec$" możemy otrzymać $L(\alpha \supset \beta)$, a dalej na podstawie twierdzenia $Lp \supset p$ możemy wyprowadzić wyrażenie $\alpha \supset \beta$. Widzimy zatem, że kluczową rolę w naszych rozważaniach odgrywa reguła Gödla. Jak już wspomnieliśmy, reguła ta jest różnie interpretowana w różnych systemach. W systemie S0.5 reguła $\mathbf{RG}_{S0.5}$ pozwalałaby na poprzedzenie funktorem konieczności tezy $\alpha \supset \beta$ tylko wówczas, gdyby była ona tezą klasycznego rachunku zdań, a więc gdyby nie zawierała funktorów modalnych. Z tego względu niektórzy proponują interpretować funktor konieczności L w tym systemie jako: „jest tautologią klasycznego rachunku zdań". Ze względu na ograniczenia reguły $\mathbf{RG}_{S0.5}$ w systemie S0.5 nie zawsze będzie możliwe przejście od formuły $\alpha \supset \beta$ do formuły $\alpha \prec \beta$.

[72] Por. L. B o r k o w s k i, *Logika formalna*, Warszawa 1977, s. 262nn.

[73] Reguły koniecznościowania nie należy także mylić z fałszywą formułą: $p \supset Lp$. Mając tę formułę, moglibyśmy wyprowadzić regułę Gödla, ale teza ta, wraz z tezą $Lp \supset p$, trywializowałaby każdy system modalny, pozwalając na wprowadzenie formuły: $Lp \equiv p$; por. H u g h e s, C r e s s w e l l, *An Introduction*, s. 31.

[74] Tamże, s. 31.

[75] Tamże, s. 32.

Reguła Gödla w systemach bogatszych od S0.5 pozwala na to, aby teza $\alpha \supset \beta$ zawierała funktory modalne. Reguła $\mathbf{RG}_{(S1,S2,S3)}$ pozwala na poprzedzanie funktorem konieczności tylko formuł będących tezami klasycznego rachunku zdań lub aksjomatami (czyli możemy poprzedzać tezy zawierające funktory modalne). W systemach tych wzajemne zastępowanie funktora ścisłej i materialnej implikacji jest możliwe tylko w tych formułach, które są bądź tezami klasycznego rachunku zdań, bądź aksjomatami, bądź też do tych tez lub aksjomatów, na gruncie odpowiednich systemów, dadzą się sprowadzić. Na przykład w następujących formułach:

$$\sim Mp \supset (p \prec q)$$

$$Lq \supset (p \prec q)$$

możemy zastąpić funktor implikacji materialnej funktorem implikacji ścisłej tylko na gruncie systemu S2 lub silniejszych[76]. Czynnikiem decydującym jest tu reguła RG_{S2}, która może być w systemie S2 zastosowana do osobliwego aksjomatu tego systemu: $L(p \prec q) \rightarrow (Lp \prec Lq)$, oraz fakt, że w S2 mamy nową osobliwą regułę modalną, zwaną regułą Beckera:

RB: Jeżeli tezą jest wyrażenie $L(\alpha \supset \beta)$, to tezą jest wyrażenie $L(L\alpha \supset L\beta)$[77].

Jak widzimy, reguła Gödla jest jedną z najważniejszych reguł w logikach modalnych. Pozwala ona na wprowadzenie do systemu wielu interesujących tez, m.in. zawierających iterowane modalności. Ułatwia także w znacznym stopniu formalne badania nad systemami.

Na zakończenie musimy zaznaczyć, jak ważne jest ustalenie intuicyjnego sensu aksjomatów i reguł pierwotnych danego systemu. Często tworzy się systemy, w których aksjomaty i reguły przyjmuje się bez należytego uzasadnienia. Tymczasem może się okazać, że niektóre z przyjętych tez czy aksjomatów dyskwalifikują dany system jako poprawnie wyrażający pewne związki zachodzące w świecie. Ustaleniami tego typu uwarunkowane jest także stosowanie logik modalnych w filozofii, zwłaszcza że na gruncie jednego systemu dane rozumowanie może być poprawne, natomiast na gruncie innego już nie. Na przykład ontologiczny argument Anzelma za istnieniem Boga jest popraw-

[76] Tamże, s. 335.

[77] H u g h e s, C r e s s w e l l, *A New Introduction to Modal Logic,* s. 200. Przy założeniu, że na gruncie danego systemu dysponujemy regułą Gödla bez ograniczeń, możemy także wyprowadzić inną, niezbyt intuicyjnie oczywistą regułę przekształcania: *Jeżeli tezą jest wyrażenie* $\alpha \supset \beta$*, to tezą jest wyrażenie* $L\alpha \supset L\beta$. Zob. H u g h e s, C r e s s w e l l, *An Introduction*, s. 33.

ny na gruncie systemu S5 (gdzie występuje teza $MLp \rightarrow Lp$) oraz nieco słabszego systemu B (gdzie występuje teza $MLp \rightarrow p$), natomiast na gruncie systemów słabszych już nie jest poprawny[78].

W pracy zwróciliśmy uwagę na fakt, że w momencie konstruowania logik modalnych i relewantnych nie przeprowadzono satysfakcjonujących rozważań natury filozoficznej. W szczególności nie ustalono, czy konstruowane systemy dostarczają poprawnej formalizacji pojęć modalnych występujących w języku potocznym. Bez odpowiedzi pozostawiono także pytanie: czy dane systemy wyrażają związki, które możemy znaleźć w świecie realnym? Głównym celem tych konstrukcji było wyeliminowanie pewnych tez uznanych za paradoksalne. Cel ten został osiągnięty, chociaż podkreślić należy, że w literaturze nadal toczą się spory co do tego, czy tezy paradoksalne rzeczywiście są paradoksalne. Wydaje się, że następnym etapem w konstrukcjach modalnych i relewantnych powinno być rzetelne korelowanie funktorów modalnych występujących na gruncie tych systemów z różnymi rozumieniami pojęć modalnych na gruncie języka potocznego, a także ukazywanie przydatności tych systemów do formalizacji dedukcyjnych sposobów wnioskowania.

BIBLIOGRAFIA

A c k e r m a n n W., Begründung einer strengen Implikation, „Journal of Symbolic Logic", 21(1956).

A j d u k i e w i c z K., Zarys logiki, Warszawa 1960.

A n d e r s o n A. R., B e l n a p N. D., Jr., Entailment: The Logic of Relevance and Necessity, vol. I, Princeton 1975.

A n d e r s o n A. R., B e l n a p N. D., Modalities in Ackermann's „Rigorous implication", „Journal of Symbolic Logic", 24(1959).

B e l n a p N. D., Modal and Relevance Logics, w: Modern Logic – A Survey, ed. E. Agazzi, Dordrecht, Holland 1981.

B o r k o w s k i L., Logika formalna, Warszawa 1977.

B u r k s A. W., Chance, Cause, Reason, Chicago–London 1977.

D u n n J. M., Relevance Logic and Entailment, w: Handbook of Philosophical Logic, ed. F. Guenthner, D. Gabbay, vol. III, Dordrecht 1986.

[78] Por. S. K i c z u k, *O niektórych problemach związanych ze stosowaniem logik modalnych*, „Roczniki Filozoficzne", 34(1986), z. 1, s. 291-295.

G a r b a c z P., Uwagi o genezie współczesnej logiki modalnej, „Roczniki Filozoficzne", 48(2000), z. 1.

G r z e g o r c z y k A., Zarys logiki matematycznej, Warszawa 1984.

G u m a ń s k i L., Logika modalna, „Ruch Filozoficzny", 41(1984), nr 2-3.

H u g h e s G. E., C r e s s w e l l M. J., A New Introduction to Modal Logic, London 1996.

H u g h e s G. E., C r e s s w e l l M. J., An Introduction to Modal Logic, London 1974.

K i c z u k S., O niektórych problemach związanych ze stosowaniem logik modalnych, „Roczniki Filozoficzne", 34(1986), z. 1.

K n e a l e W. & M., The Development of Logic, Oxford 1962.

K o t a r b i ń s k i T., Wykłady z dziejów logiki, Łódź 1957.

L e c h n i a k M., Interpretacje wartości matryc logik wielowartościowych, Lublin: RW KUL 1999.

L e m m o n E. J., H e n d e r s o n G. P., Is there only One Correct System of Modal Logic?, „Aristotelian Society Suppl.", 33(1959).

Ł u k a s i e w i c z J., Sylogistyka Arystotelesa z punktu widzenia współczesnej logiki formalnej, Warszawa 1988.

Ł u k a s i e w i c z J., Uwagi filozoficzne o wielowartościowych systemach rachunku zdań, w: t e n ż e, Z zagadnień logiki i filozofii, Warszawa 1961.

Ł u k a s i e w i c z J., O determinizmie, w: t e n ż e, Z zagadnień logiki i filozofii, Warszawa 1961.

M a r e s E. D., Relevance Logic (1998), w: Stanford Encyclopedia of Philosophy http://plato.stanford.edu/archives/sum2000/entries/logic-relevance/.

P o g o r z e l s k i W., Elementarny słownik logiki formalnej, Białystok 1992.

R e a d S., Relevance Logic and Entailment, w: Routledge Encyclopedia of Philosophy, red. E. Craig, London–New York 1998.

S t ę p i e ń A. B., Wstęp do filozofii, Lublin 1995.

Z a w i r s k i Z., O modalności sądów, Lwów 1914.

Ż a r n e c k a - B i a ł y E., O potrzebie relewancji: średniowieczny atak na Dunsa Szkota, w: Między prawdą i normą a błędem, red. E. Żarnecka-Biały, Kraków 1997.

THE PROBLEM OF POSSIBILITY OF CONSTRUCTION OF MODAL AND RELEVANCE LOGICS

S u m m a r y

In the paper various ways are shown of constructing both modal and relevance logics. An attempt is undertaken of interpreting modal functors occurring in these logics. In the discussion special attention is paid to logical necessity. Connection of this necessity and tautologies of the classical sentential calculus is pointed to. Next, some intuitive considerations are quoted that resulted in accepting or refusing certain theses or rules on the ground of both modal and relevance logics. Especially much attention is paid to Gödel's rule.

It is stated that at the moment when modal and relevance logics were constructed satisfactory philosophical considerations were not made. In particular, it was not decided if the constructed systems give correct formalization of modal notions, and if they may be used for formalization of deductive ways of infering.

Translated by Tadeusz Karłowicz

Słowa kluczowe: logika modalna, logika relewantna, filozofia logiki, reguła Gödla, reguła koniecznościowania.

Key words: modal logic, relevance logic, philosophy of logic, Gödel's rule, rule of necessitation.