ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom LI, zeszyt 1 – 2003

PAWEŁ GARBACZ

CO TO JEST KRYTERIUM IDENTYCZNOŚCI?*

0. Artykuł niniejszy stanowi pierwszą część cyklu poświęconego kryteriom identyczności. Celem cyklu jest wszechstronna charakterystyka kryteriów identyczności, przeprowadzona na tle dyskusji toczonych we współczesnej filozofii analitycznej. Celem artykułu jest podanie definicji sprawozdawczej dla kryterium identyczności, skonstruowanie klasyfikacji kryteriów identyczności oraz sformułowanie ogólnych warunków, które kryteria te powinny spełniać. Uzyskana siatka pojęciowa zostanie wykorzystana w następnych częściach cyklu. Część druga, *Czym jest kryterium identyczności?*, będzie zawierać szczegółowy opis funkcji epistemologicznych pełnionych przez kryteria identyczności. Ostatnia część, *Co jest kryterium identyczności?*, zostanie poświęcona prezentacji i krytyce najczęściej proponowanych kandydatów na kryteria identyczności.

1. Historycy filozofii zgodnie utrzymują, że pojęcie „kryterium identyczności" po raz pierwszy w myśli nowożytnej pojawia się w pismach Gottloba Fregego[1]. Rozdział czwarty *Die Grundlagen der Arithmetik*, gdzie po raz

---

Dr PAWEŁ GORBACZ – Wydział Filozofii KUL, Katedra Logiki, adres do korespondencji: 20-950 Lublin, Al. Racławickie 14.

* Artykuł ten powstał dzięki stypendium krajowemu dla młodych naukowców Fundacji na Rzecz Nauki Polskiej.

[1] Wprowadzeniem w problematykę związaną z kryteriami identyczności może być hasło Edwarda Lowe'a *Objects and criteria of identity* w *Companion to the Philosophy of Language*, eds. B. Hale, C. Wright, Oxford: Blackwell Publishers 1997. Lowe twierdzi, że problematyka kryterium identyczności jest pokrewna scholastycznemu sporowi o *principium individuationis*. Lektura monografii José Gracii poświęconych temu sporowi (*Introduction to the Problem of Individuation in the Early Middle Ages*, München: Philosophia Verlag 1988; *Individuation in Scholasticism. The Later Middle Ages and the Reformation 1150-1650*,

pierwszy natrafiamy na to pojęcie, jest poświęcony rozważaniom dotyczącym natury liczb. Ustaliwszy, że liczby są samodzielnymi przedmiotami nieprzestrzennymi, których nie możemy sobie wyobrazić, Frege argumentuje:

> Jak może zatem być nam dana liczba, skoro nie możemy mieć żadnego jej przedstawienia ani wyobrażenia? Tylko w związku ze zdaniami słowa mają znaczenie. Chodzi więc o to, aby wyjaśnić sens zdań, w których występują nazwy liczb. Pozostawia to jednak jeszcze sporo miejsca dla arbitralności. Ustaliliśmy już, że nazwy liczb należy rozumieć jako nazwy, pod które podpadają samodzielne przedmioty. Przy tym jest nam dany rodzaj zdań, które z pewnością mają sens, są to zdania, które wyrażają akt ponownego rozpoznania czegoś. Kiedy znak *a* ma oznaczać jakiś przedmiot, musimy mieć kryterium (*Kennzeichen*), które zawsze rozstrzyga, czy *b* jest tym samym, co *a*, nawet jeśli nie zawsze możemy zastosować to kryterium. W naszym wypadku musimy wyjaśnić sens zdania „Liczba, która przysługuje pojęciu *F*, jest tą samą, co liczba, która przysługuje pojęciu *G*”, tzn. musimy podać zawartość tego zdania w inny sposób, tzn. bez użycia wyrażenia „liczba, która przysługuje pojęciu *F*”. W tym celu podamy ogólne kryterium identyczności dla liczb. Po znalezieniu środka, który pozwoli na zidentyfikowanie danej liczby i rozpoznanie jej jako tej samej, będziemy mogli nadać jej nazwę w postaci imienia własnego[2].

Według Fregego zatem znajomość kryterium identyczności dla liczb jest warunkiem koniecznym ujęcia sensu zdań identycznościowych. Z kolei ta ostatnia wiedza jest konieczna do zrozumienia sensu nazw liczb, co pozwoli na ustalenie sposobu, w jaki liczby są nam dane, a w końcu doprowadzi nas do odkrycia tego, czym są liczby. Zrozumienie bowiem zdania identycznościowego zakłada m.in. umiejętność rozpoznania pewnej liczby jako tej samej, kiedy jest nam ona dana za pomocą dwóch różnych przedstawień (opisów). Znajomość kryterium identyczności dla liczb gwarantuje nam właśnie tę umiejętność[3].

Albany: State University of New York Press 1994) prowadzi wszakże do nieco odmiennych wniosków. Przez *principium individuationis* scholastycy rozumieli ontologiczną przyczynę tego, że dany byt jest indywiduum. Indywidualność bytu rozumiano rozmaicie: jako niekomunikowalność, niepodzielność, odmienność od innych bytów, nieorzekalność, zdolność do zachowania tożsamości mimo upływu czasu. Tylko przy interpretacji indywidualności jako zdolności do zachowania tożsamości mimo upływu czasu pytanie o *principium individuationis* jest zbliżone do współczesnych sporów o kryterium identyczności.

[2] G. F r e g e, *Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*, Wrocław: Köbner 1884, §62.

[3] Tamże, §§62-66.

W *Grundlagen* możemy znaleźć twierdzenie, noszące miano zasady Hume'a, które może pełnić funkcję odpowiedniego kryterium.

(1.1) Liczba przysługująca pojęciu F = liczba przysługująca pojęciu $G \equiv F$ jest równoliczne z G.

Równoliczność pojęć można zdefiniować przez równoliczność zakresów pojęć.

(1.2) Pojęcie F jest *równoliczne* z pojęciem G wtw istnieje taka relacja R, która każdemu przedmiotowi podpadającemu pod F przyporządkowuje dokładnie jeden przedmiot podpadający pod G i każdemu przedmiotowi podpadającemu pod G przyporządkowuje dokładnie jeden przedmiot podpadający pod F[4].

Należy jednak podkreślić, iż paradygmatem kryterium identyczności jest dla Fregego kryterium identyczności dla kierunków linii:

(1.3) Kierunek linii x = kierunek linii $y \equiv x$ jest równoległa z y[5].

Michał Dummett, komentując koncepcję Fregego, wywodzi, że znaczenie nazw jest określone poprzez kryterium zastosowania oraz kryterium identyczności. Pierwsze kryterium określa warunki, pod jakimi wolno zastosować nazwę do pewnego przedmiotu. Drugie kryterium określa warunki, pod jakimi wolno po zastosowaniu nazwy A do przedmiotu P_1 zastosować ją do przedmiotu P_2 w taki sposób, że gwarantuje to, że P_1 jest tym samym A, co P_2[6].

Rozważmy nazwę „książka". Zasadniczą funkcją takiego wyrażenia jest reprezentowanie przedmiotu, który oznacza, czyli książki. Aby „książka" mogła pełnić tę funkcję, musi mieć takie znaczenie, by użytkownik języka polskiego był w stanie wielokrotnie rozpoznać daną książkę jako tę samą. Jeśli nazwa rzeczywiście ma takie znaczenie, to możemy powiedzieć, że związane jest z nią kryterium identyczności. Umiejętność ta zakłada, że oprócz zdolności stwierdzenia, czy w danej sytuacji wolno zastosować daną nazwę, nasz użytkownik powinien mieć zdolność stwierdzenia, czy nazwę można zastosować w dwóch różnych sytuacjach. Innymi słowy, oprócz słownikowego znaczenia „książki" powinien on znać również znaczenie wyrażenia „ta sama książka". Zauważmy, że to ostatnie wyrażenie jest wieloznaczne. Na pytanie „Ile jest książek w twojej bibliotece?" możesz dać przynajmniej trzy różne odpowiedzi, w zależności od tego, czy liczysz woluminy, egzemplarze dzieł czy same dzieła.

---

[4] Tamże, §§63, 71-73.

[5] Tamże, §65.

[6] M. D u m m e t t, *Frege. Philosophy of Language*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press 1981[2], s. 73-74.

Wstępnie można więc powiedzieć, iż kryterium identyczności określa warunek zachodzenia identyczności. Przy tym w różnych dziedzinach identyczność zachodzi pod różnymi warunkami. Przykładowo, zbiory są identyczne na mocy posiadania identycznych elementów, kierunki linii są identyczne na mocy równoległości linii, przedmioty materialne są identyczne na mocy pewnego rodzaju ciągłości czasoprzestrzennej. Sugeruje to, że istota identyczności w każdym z tych przykładów polega na czymś innym, a kryterium identyczności ma istotę tę wyjaśniać.

2. Pomysł Fregego na przestrzeni lat stanowił źródło inspiracji dla wielu dyskusji dotyczących identyczności. Bliższa analiza powodów rozbieżności stanowisk wskazuje, że spór miał często charakter werbalny, a jego przyczyną była wieloznaczność pojęcia „kryterium identyczności". Aby sklasyfikować różne jego znaczenia, spróbujmy odpowiedzieć na następujące pytania:

(2.1) Jaka jest kategoria ontologiczna kryterium identyczności?

(2.2) Jaka jest struktura logiczna kryterium identyczności?

Pytanie pierwsze odwołuje się do niezgodności pomiędzy przykładami, jakie znajdujemy w *Grundlagen*, a teoretycznymi wyjaśnieniami tych przykładów: przykładami kryteriów identyczności są relacje, mówiąc zaś o kryteriach, Frege wyraża się w taki sposób, jakby mówił o zdaniach (ściślej, o formach zdaniowych). Zdania te, formułując warunki zachodzenia identyczności, stwierdzają zachodzenie (*resp.* niezachodzenie) odpowiednich relacji. Proponuję, aby relacje te nazywać **kryteriami przedmiotowymi**, a zdania, które stwierdzając ich zachodzenie, formułują warunki zachodzenia identyczności, **kryteriami metaprzedmiotowymi**.

Przykładowo, równoliczność jest przedmiotowym kryterium identyczności dla liczb, a równoległość linii przedmiotowym kryterium dla kierunków linii. Odpowiednimi zaś kryteriami metaprzedmiotowymi są formuły (1.1) oraz (1.3).

Definicje kryterium przedmiotowego i metaprzedmiotowego będę traktował jako najogólniejsze ogólne definicje sprawozdawcze pojęcia kryterium identyczności. Chciałbym podkreślić, że poza ogólnikowym określeniem podanym na końcu paragrafu pierwszego, nie istnieje jedna definicja kryterium identyczności. Innymi słowy, nie istnieje jedno najogólniejsze pojęcie kryterium identyczności, lecz dwa rozłączne pojęcia kryterium przedmiotowego i metaprzedmiotowego.

Pytanie (2.2) rozpada się na dwa odrębne zagadnienia:

(2.2.1) Jaka jest relacja pomiędzy kryterium identyczności a identycznością?

(2.2.2) Jaka jest relacja pomiędzy przedmiotami, między którymi zachodzi kryterium identyczności, a przedmiotami, między którymi zachodzi identyczność?

Pierwszy podproblem związany jest z trudnościami, jakie napotykamy, gdy chcemy wskazać relację, która byłaby jednocześnie konieczna i wystarczająca dla identyczności, lecz która nie byłaby identycznością[7]. Aby ominąć trudności tego rodzaju, niektórzy proponują, aby mówić o koniecznych oraz o wystarczających kryteriach identyczności[8].

Przedmiotowe kryterium identyczności jest **konieczne**, jeśli zachodzenie identyczności pociąga za sobą zachodzenie kryterium. Przedmiotowe kryterium identyczności jest **wystarczające**, jeśli zachodzenie kryterium pociąga za sobą zachodzenie identyczności. Kryterium, które jest jednocześnie konieczne i wystarczające, będę nazywał **pełnym** kryterium identyczności. Metaprzedmiotowe kryterium identyczności jest **konieczne**, jeśli jest implikacją, której poprzednikiem jest identyczność. Metaprzedmiotowe kryterium identyczności jest **wystarczające**, jeśli jest implikacją, której następnikiem jest identyczność. **Pełne** metaprzedmiotowe kryterium identyczności jest równoważnością, której jedna ze stron jest identycznością.

Definicje te dopuszczają możliwość, że pomiędzy kryteriami metaprzedmiotowymi a relacjami, w których kategoriach formułowane są warunki zachodzenia identyczności, nie ma jednojednoznacznej odpowiedniości, tj. możliwość, że jednemu kryterium przedmiotowemu odpowiadają trzy różne kryteria metaprzedmiotowe: konieczne, wystarczające i pełne.

Drugi podproblem został zainspirowany spostrzeżeniem Dummetta, że kryteria identyczności mogą zachodzić między przedmiotami tego samego rodzaju, co przedmioty, między którymi zachodzi identyczność, lub mogą się odwoływać do przedmiotów innego rodzaju[9]. Przykłady Fregego podpadają tylko pod ten drugi przypadek: linie nie są przedmiotami tego samego rodzaju, co kierunki linii, a liczby przedmiotami tego samego rodzaju, co

---

[7] Listę trudności, o których mowa, będzie zawierał artykuł *Co jest kryterium identyczności?*.

[8] Mam tu na myśli przede wszystkim N. Guarino i C. Welty'ego *Identity and Subsumption*, w: R. Green, C. Bean, S. Myaeng (eds.), *The Semantics of Relationships: an Interdisciplinary Perspective*, Dordrecht: Kluwer 2002.

[9] Dummett, dz. cyt., s. 580-581.

pojęcia, którym przysługują. Za Tymoteuszem Williamsonem kryteria takie są nazywane **dwustopniowymi kryteriami** identyczności. **Kryteria jednostopniowe** zachodzą pomiędzy przedmiotami tego samego rodzaju, co sama identyczność. Przykładem takiego kryterium może być teza o ekstensjonalności zbiorów: dwa zbiory są identyczne wtw mają te same elementy[10].

Trzeba tu podkreślić, że Williamson mówi wyłącznie o pełnych kryteriach identyczności. Jednostopniowe kryteria są więc określone przez warunek (2.3):

(2.3) $x_1=x_2 \equiv Rx_1x_2$,

a kryteria dwustopniowe przez warunek (2.4):

(2.4) $f(x_1)=f(x_2) \equiv Rx_1x_2$[11].

Powyższe rozróżnienie jest przedmiotem sporu pomiędzy Williamsonem a Edwardem Lowe. Williamson sugeruje, iż nie istnieją informatywne jednostopniowe kryteria identyczności. Jeśli w ogóle jesteśmy zmuszeni do posługiwania się kryteriami identyczności, to pozostają nam tylko kryteria dwustopniowe. Identyczność jest relacją bardziej pierwotną niż jakakolwiek inna relacja, która mogłaby służyć jako takie kryterium[12].

Lowe argumentuje za tezą przeciwną. W jego oczach uznanie zyskują tylko kryteria jednostopniowe. Twierdzi, iż kryteria dwustopniowe, zawierając wyrażenia funkcyjne, mają ograniczony zakres stosowalności. Głoszą one bowiem, na czym polega identyczność tylko tych przedmiotów, które są wartościami jakichś funkcji. W dziedzinach pozamatematycznych nie jest łatwo znaleźć odpowiednie funkcje. Z drugiej strony, przykłady informatywnych kryteriów jednostopniowych przemawiają przeciw sugestii Williamsona[13].

Trzeba podkreślić, że już Frege był świadomy trudności, o której wspomina Lowe. Problem, na jaki wskazał w *Grundlagen*, nosi współcześnie nazwę problemu Juliusza Cezara. Przyjmijmy za Fregem, że kryteria identyczności są nam koniecznie potrzebne, gdy chcemy odpowiedzieć na pytanie o to, jakimi przedmiotami są rozważane przez nas obiekty, np. liczby, lub nieco słabiej – że kryteria identyczności są nam koniecznie potrzebne, jeśli chcemy rozpoznać dany przedmiot jako ten sam, gdy dany jest nam za pomo-

---

[10] T. W i l l i a m s o n, *Identity and Discrimination*, Oxford: Basil Blackwell 1990, s. 146-147.

[11] W kryterium identyczności dla linii odpowiednią funkcją jest relacja „*y* jest kierunkiem linii *x*”, a w przypadku liczb relacja „liczba *y* przysługuje pojęciu *x*”.

[12] Tamże.

[13] E. L o w e, *The Possibility of Metaphysics*, Oxford: Clarendon Press 1998, s. 43-44.

cą dwóch różnych przedstawień. Jeśli posługujemy się kryteriami o postaci określonej przez (2.4), takimi jak (1.1) i (1.3), potrafimy zastosować nasze kryterium tylko do przedmiotów danych nam pod postacią funkcji *f*. Jeżeli przeciwdziedziną tej funkcji nie jest zbiór wszystkich przedmiotów, to kryteria przez nas posiadane nie mogą sprostać zadaniom, dla których zostały skonstruowane. Przykładowo, jeżeli interesujemy się liczbami, to dysponując kryterium identyczności (1.1), nie potrafimy – twierdzi Frege – powiedzieć, czy Juliusz Cezar jest liczbą, gdyż „Juliusz Cezar" nie jest nam dany za pomocą funkcji „liczba, która przysługuje pojęciu *x*". Stąd, mimo że mamy kryterium identyczności dla liczb, nie jesteśmy w stanie powiedzieć, jakimi przedmiotami są liczby, gdyż nie wiemy na podstawie tego kryterium, czy Juliusz Cezar jest liczbą. Uogólniając, nie potrafimy rozpoznać przedmiotu danego za pomocą dwóch dowolnych opisów[14].

Sądzę, że powyższy spór wypływa z nieporozumienia dotyczącego podziału kryteriów identyczności na kryteria jedno- i dwustopniowe. Z kolei to nieporozumienie jest skutkiem nieporozumienia związanego z pojęciem zakresu relacji. Sformułujmy jeszcze raz paradygmatyczne przykłady kryteriów jedno- i dwustopniowych.

(2.5) Zbiór x jest identyczny ze zbiorem $y \equiv \forall z\ (z \in x \equiv z \in y)$.

(2.6) Kierunek prostej x = kierunek prostej y wtw x jest równoległa do y.

Porównajmy teraz (2.6) z Lowe'a kryterium identyczności dla skończonych liczb kardynalnych:

(2.7) Liczba x jest identyczna z liczbą $y \equiv \forall z\ (z < x \equiv z < y)$[15].

Lowe twierdzi, że (2.7) jest kryterium jednostopniowym, tak jak (2.5), lecz pozostawia to stwierdzenie bez uzasadnienia. Prawdopodobnie ewentualny dowód odwoływałby się do budowy tych wyrażeń. Rzeczywiście, zmienne, które reprezentują przedmioty identyczne, są (jedynymi) zmiennymi wolnymi w formułach występujących po prawej stronie obu równoważności. Ponieważ jednocześnie formuły te zdają się charakteryzować relacje będące przedmiotowymi kryteriami identyczności, owa jednorodność syntaktyczna sugeruje, że relacje te dotyczą przedmiotów tego samego rodzaju, co identyczność.

Oba kryteria metaprzedmiotowe mają, co prawda, podobną strukturę, lecz relacja „$\in$" ma inną charakterystykę ontologiczną niż „<". Ta ostatnia

[14] Bardziej wyczerpujące rozważania problemu Juliusza Cezara zawiera hasło Edwarda Zalty *Frege's Logic, Theorem, and Foundations for Arithmetic* w *Stanford Encyclopedia of Philosophy* (www.plato.stanford.edu).

[15] L o w e, dz. cyt., s. 46.

zachodzi pomiędzy przedmiotami tego samego rodzaju, co przedmioty, między którymi zachodzi relacja identyczności liczb, tzn. między liczbami, ta pierwsza zaś angażuje oprócz zbiorów również elementy tych zbiorów. W tym wypadku, jak zresztą w wielu innych, powierzchowne podobieństwo formalne ukrywa radykalną odmienność ontologiczną. Identyczność zbiorów zależy, według (2.5), nie od zbiorów, lecz od przedmiotów do nich należących, natomiast identyczność liczb zależy tylko od samych liczb. Stąd kryterium (2.5) jest, w najlepszym razie, jakimś „mieszanym” kryterium identyczności i tylko (2.7) może być kryterium jednostopniowym w całym tego słowa znaczeniu. Jeżeli bowiem posługujemy się teorią zbiorów z ur-elementami, to na gruncie tej teorii niektóre elementy zbiorów same nie są zbiorami. Podobnie gdy mówimy o zbiorach w kontekstach pozamatematycznych, z intuicyjnego punktu widzenia elementy zbiorów mają inną naturę niż same zbiory. Potwierdzeniem tej intuicji jest współczesna wersja sporu o powszechniki. Nominaliści, zaprzeczając istnieniu zbiorów, uznają jednocześnie istnienie przedmiotów, które realiści określają jako elementy tych zbiorów, co sugeruje radykalną odmienność zbiorów i ich elementów.

Wydaje się więc, że w wypadku relacji, które na gruncie pewnej teorii nie są pierwotne, lecz są wprowadzone do niej za pomocą definicji, możemy mówić o dwóch pojęciach zakresu relacji, tzn. o dwóch zbiorach przedmiotów, których relacje dotyczą. Jednym z nich jest po prostu pole danej relacji. Drugim jest zbiór przedmiotów, które, dzięki definicji relacji, są „zaangażowane” w zachodzenie tych relacji. Jeżeli w definicji relacji występują kwantyfikatory, to ów pierwszy zbiór może być podzbiorem właściwym tego drugiego.

Spróbujmy nadać temu spostrzeżeniu bardziej ścisłą postać. Niech J będzie językiem pierwszego rzędu z identycznością, zawierającym potrzebne nam stałe relacyjne. J jest więc najmniejszym zbiorem wyrażeń zbudowanych z wyrażeń atomicznych za pomocą standardowych reguł składania wyrażeń. Jeśli $\varphi \in J$, to $Rel(\varphi)$ będzie zbiorem stałych relacyjnych występujących w φ. Załóżmy, że skonstruowaliśmy w tym języku teorię T, która jest wystarczająco zaawansowana, (i) aby określała relacje pierwotne T oraz (ii) aby dla każdej relacji wtórnej T formułowała dokładnie jedną jej definicję. Niech $\boldsymbol{R}(T)$ oznacza zbiór relacji pierwotnych T. Zakres każdej relacji, o której mówi T, możemy zdefiniować jako zbiór przedmiotów, które ta relacja „angażuje” (w T):

(2.8) (i) Jeśli $R \in \boldsymbol{R}(T)$, to $Zakres_T(R) := C(R)$[16].
(ii) Jeśli $R_1 \equiv {\sim}R_2$, to $Zakres_T(R_1) := Zakres_T(R_2)$.
(iii) Jeśli $R_1 \equiv R_2 \wedge R_3$, to
$Zakres_T(R_1) := Zakres_T(R_2) \cup Zakres_T(R_3)$.
(iv) Jeśli $R \equiv \forall y\ \varphi$ oraz $Rel(\varphi)=\{R_1, R_2, \ldots, R_m\}$, to
$Zakres_T(R) := Zakres_T(R_1) \cup Zakres_T(R_2) \cup \ldots \cup Zakres_T(R_m)$.

Równoważności w (2.8) są unikalnymi w T definicjami odpowiednich relacji. Wyrażenie φ po prawej stronie równoważności z warunku (iv) jest formą zdaniową, której zmiennymi wolnymi są argumenty definiowanej relacji R oraz zmienna y.

Stopień relacji zależy od liczby rodzajów przedmiotów, które wyróżnia T[17]. Jeśli T wyróżnia tylko jeden rodzaj, wszystkie relacje T będę określał jako **jednostopniowe**. W przeciwnym razie zakładam, że dla każdej pary rodzajów, które wyróżnia T, istnieje w T przynajmniej jedna relacja dwuczłonowa separująca te rodzaje.

(2.9) Relacja R **separuje** rodzaje przedmiotów w postaci zbiorów X i Y wtw
(i) R jest przeciwzwrotna,
(ii) $X \subseteq D(R)$,
(iii) $Y \subseteq D(R)$.

(2.10) Relacja R jest **relacją separującą teorii** T wtw istnieją takie rodzaje przedmiotów T w postaci zbiorów X i Y, że R separuje X i Y.

W dalszych rozważaniach zakładam, że teoria T jest ustalona.

Jeżeli relacja S jest relacją separującą i $Zakres(R) \subseteq C(S)$, to relacja R jest **homogeniczna** ze względu na S wtw $Zakres(R) \subseteq D(S)$ lub $Zakres(R) \subseteq Đ(S)$; w przeciwnym razie jest **heterogeniczna** ze względu na S. Jeżeli relacje R_1 i R_2 są homogeniczne ze względu na S, to R_1 jest ze względu na S **tego samego stopnia**, co R_2 wtw $Zakres(R_1) \cap Zakres(R_2) \neq \emptyset$; w przeciwnym razie jest **innego stopnia** ze względu na S. Przedmiotowe kryterium identyczności jest **jednostopniowe** ze względu na relację separującą S wtw jest kryterium

---

[16] „$C(R)$" oznacza pole relacji R. W przypadku relacji dwuczłonowej $C(R)=D(R) \cup Đ(R)$, gdzie $D(R)$ to dziedzina relacji R, a $Đ(R)$ jej przeciwdziedzina. Por. L. B o r k o w s k i, *Wprowadzenie do logiki i teorii mnogości*, Lublin: TN KUL 1991, s. 156.

[17] W wypadku teorii sformalizowanych, takich jak teoria zbiorów, do określenia rodzajów przedmiotów, które wyróżnia dana teoria, najczęściej potrzebna jest jej ontologiczna interpretacja, przy czym sama teoria najczęściej nie determinuje jednoznacznie swej interpretacji.

będącym ze względu na *S* relacją tego samego stopnia, co identyczność. Przedmiotowe kryterium identyczności jest **dwustopniowe** ze względu na relację separującą *S* wtw jest kryterium będącym ze względu na *S* relacją innego stopnia niż identyczność. Przedmiotowe kryterium identyczności jest **mieszane** ze względu na relację separującą *S* wtw jest kryterium będącym relacją heterogeniczną ze względu na *S*.

Oczywiście, gdy rodzaje przedmiotów danej teorii są jednoznacznie określone oraz gdy dla każdej pary takich rodzajów istnieje dokładnie jedna relacja separująca, relatywizacje stopni do relacji separujących stają się zbędne.

Spróbujmy teraz zlokalizować w naszej siatce pojęciowej kryterium identyczności dla zbiorów. Załóżmy, że posługujemy się Zermelo-Fraenkla teorią mnogości (z aksjomatem ufundowania) w wersji dostosowanej do potrzeb matematyki, tzn. bez ur-elementów. Przedmioty, o których mówi teoria, są zbiorami, stąd interpretacja ontologiczna teorii, która wyróżnia tylko jeden typ przedmiotów, wydaje się dosyć naturalna. Przy tej interpretacji wszystkie relacje, które można w tej teorii zdefiniować, są jednostopniowe. Stąd również kryterium identyczności (2.5) jest, w świetle powyższych definicji, jednostopniowe.

Inaczej rzecz się przedstawia w przypadku zbiorów z ur-elementami. Teoria mnogości dopuszczająca takie zbiory daje się zinterpretować jako teoria dwóch rodzajów przedmiotów: zbiorów i nie-zbiorów. Stąd relacja „$\in$” oraz każda relacja zdefiniowana za jej pomocą jest heterogeniczna, a kryterium identyczności dla zbiorów – mieszane.

Istnieje wszakże inna naturalna interpretacja teorii mnogości, inspirowana iteratywną koncepcją zbioru. Iteratywna koncepcja zbioru każdemu zbiorowi przyporządkowuje jako stopień, na którym jest on konstruowany, najwcześniejszy etap następującego procesu konstrukcji zbiorów:

(2.11) Na etapie pierwszym konstruowany jest zbiór pusty (oraz, w teorii z ur-elementami, wszystkie zbiory indywiduów).

(2.12) Na etapie niegranicznym konstruowane są wszystkie zbiory utworzone ze zbiorów skonstruowanych na stopniu poprzednim (oraz, w teorii z ur-elementami, z indywiduów).

(2.13) Na etapie granicznym konstruowane są wszystkie zbiory skonstruowane ze zbiorów skonstruowanych na wszystkich stopniach poprzednich (oraz, w teorii z ur-elementami, z indywiduów)[18].

Interpretacja, którą mam na myśli, rozróżnia przedmioty utworzone na różnych stopniach:

(2.14) Dwa zbiory są przedmiotami tego samego rodzaju wtw są skonstruowane na tym samym stopniu.

Wówczas zarówno w teorii z ur-elementami, jak i w teorii bez ur-elementów relacja „$\in$" oraz relacje zdefiniowane za jej pomocą są heterogeniczne, stąd w obu teoriach kryterium identyczności dla zbiorów jest kryterium mieszanym.

Przy tej okazji trzeba wspomnieć o próbie dalszej eksplikacji struktury logicznej kryteriów identyczności. N. Guarino i C. Welty, badając ich zastosowania w tzw. inżynierii ontologicznej, proponują, aby wzorem kryterium dla zbiorów każde metaprzedmiotowe kryterium jednostopniowe miało postać:

(2.15) $x=y \equiv \forall z\ (R(x, z) \equiv R(y, z))$,

gdzie $R(x, y)$ jest relacją charakterystyczną dla przedmiotów należących do jej dziedziny, to znaczy

(2.16) $Rxy \equiv y$ jest identyfikującą charakterystyką x.

Przykładem relacji charakterystycznej, poza paradygmatyczną „$\in$", jest mereologiczna relacja bycia częścią, która wyznacza następujące kryterium identyczności:

(2.17) $x=y \equiv \forall z$ (z jest częścią $x \equiv z$ jest częścią y)[19].

Pragnę przypomnieć, że kryteria o postaci (2.15) nie muszą być kryteriami jednostopniowymi. Czy każde kryterium jednostopniowe rzeczywiście jest o takiej postaci, okaże się przy rozważaniu kandydatów na kryteria identyczności, której to dyskusji będzie poświęcony ostatni artykuł cyklu, *Co jest kryterium identyczności?* W tym miejscu chciałbym jedynie zauważyć, że jeśli relacja charakterystyczna dla pewnej dziedziny jest funkcją, to kryterium identyczności wyznaczone przez taką relację może mieć również poniższą postać:

(2.18) $x=y \equiv \exists z\ (Rxz \wedge Ryz)$.

Skrzyżowanie powyższych trzech podziałów daje nam osiemnaście typów kryteriów identyczności. Tym samym pytania „Czym jest kryterium identyczności?" oraz „Co jest kryterium identyczności?" zawierają w sobie przynajmniej osiemnaście pytań o różne typy kryteriów.

---

[18] W sprawie szczegółów iteratywnej koncepcji zbioru zob. G. Boolos, *The iterative conception of set*, „Journal of Philosophy", 68(1971), s. 215-232.

[19] Guarino, Welty, dz. cyt.

3. Wielość typów kryteriów identyczności wskazuje na różnorodność kontekstów, w których kryteria te występują, oraz na rozmaitość stawianych przed nimi zadań. Nic więc dziwnego, że na kryteria identyczności nakładano wielorakie warunki, tak aby mogły w odpowiednich kontekstach pełnić określone funkcje. Niemniej zawsze wśród tych warunków pojawia się warunek unikania błędnego koła. Chodzi w nim przede wszystkim o to, aby identyczność nie była swoim własnym kryterium. Dalszym celem tego warunku jest zapewnienie informatywności kryteriów identyczności. Z grubsza rzecz ujmując, kryterium identyczności dla przedmiotów z dziedziny D jest **informatywne** dla podmiotu epistemicznego P, jeśli poinformowanie P o istnieniu takiego kryterium pozwoli P na modyfikację[20] jego wiedzy dotyczącej identyczności przedmiotów z D.

Najczęściej warunek unikania błędnego koła jest definiowany dla kryteriów metaprzedmiotowych.

(3.1) Metaprzedmiotowe kryterium identyczności formułuje warunek zachodzenia identyczności w sposób **niekołowy** wtw, formułując ten warunek,
- (i) nie odwołuje się do symbolu identyczności,
- (ii) nie odwołuje się do żadnego wyrażenia zdefiniowanego za pomocą symbolu identyczności.

Kryteria spełniające warunek (3.1(i)) można by nazywać kryteriami **bezpośrednio niekołowymi**, a spełniające warunek (ii) – **pośrednio niekołowymi**.

Definicja (3.1) zakłada, że kryterium identyczności jest zrelatywizowane do systemu pojęciowego, który jest wystarczająco rozwinięty, by określać związki definicyjne między pojęciami wchodzącymi w jego skład. W przypadku dziedzin abstrakcyjnych takimi systemami mogą być odpowiednie teorie dedukcyjne.

Przykładem kryterium pośrednio kołowego może być uniwersalne kryterium identyczności, sformułowane na modłę definicji identyczności w rachunku predykatów drugiego rzędu.

(3.2) $x=y \equiv \forall w$ [w jest własnością, która może przysługiwać x i $y \to$
$\to$ (w przysługuje $x \equiv w$ przysługuje y)].

Przy założeniu, że „… jest identyczny z x” lub „… jest identyczny z y” są własnościami, które mogą przysługiwać x i y, równoważność (3.2) nie spełnia ograniczenia (3.1(ii)).

[20] Przez modyfikację rozumiem m.in. powiększenie, wyjaśnienie, uzasadnienie, sprawdzenie, uporządkowanie.

Warunek unikania błędnego koła można również zdefiniować dla kryteriów przedmiotowych. Ponieważ w przypadku relacji nie możemy sformułować odpowiednika pośredniej niekołowacizny, proponuję następujące ograniczenie.

(3.3) Przedmiotowe kryterium identyczności jest **niekołowe** wtw jest relacją, która nie jest tą samą relacją, co identyczność.

Pozostaje nam jeszcze zdefiniować warunek identyczności relacji. W świetle spostrzeżeń dotyczących zakresu relacji, trzeba stwierdzić, że sama identyczność ekstensjonalna relacji nie wystarczy do „głębokiej" identyczności relacji. W zależności od zajmowanego stanowiska w sporze o ekstensjonalność własności i relacji, na gruncie dotychczasowych ustaleń dopuszczalna jest natomiast jedna z dwóch poniższych definicji:

(3.4) Relacja R jest **ekstensjonalnie tą samą relacją**, co relacja S, wtw $\forall x, y\ (Rxy \equiv Sxy)$ i $Zakres(R)=Zakres(S)$.

(3.5) Relacja R jest **intensjonalnie tą samą relacją**, co relacja S, wtw jest konieczne, że R jest ekstensjonalnie tą samą relacją, co S.

Konieczność występująca w (3.5) może być rozumiana w sensie jakiejś słabej logiki modalnej, może nią być system ***T*** – relacje intensjonalnie identyczne są wówczas identyczne ekstensjonalnie. Przy wyborze odpowiedniej logiki trzeba pamiętać o intencji odróżnienia intensjonalnej identyczności relacji od ekstensjonalnej identyczności. W tym celu należy unikać trywializujących definicji konieczności, tj. takich, które utożsamiają ją ze zwykłą asercją.

Chcąc zachować neutralność w sporze o ekstensjonalność relacji, będę mówił o ekstensjonalnym i intensjonalnym warunku unikania błędnego koła. Uważam jednak, że niezależnie od stanowiska zajmowanego w tym sporze, w wypadku relacji zachodzących między przedmiotami abstrakcyjnymi identyczność ekstensjonalna relacji sprowadza się do identyczności intensjonalnej. Zazwyczaj bowiem uważa się, że przedmioty abstrakcyjne mają własności w sposób konieczny. Stąd, jeśli dwie relacje są ekstensjonalnie identyczne, to są one również intensjonalnie identyczne. Znaczy to, że jeśli relacja jest ekstensjonalnie tą samą relacją, co identyczność, to jest kołowym kryterium identyczności.

Warunki (3.1) i (3.3) mają charakter definicyjny, tzn. tylko te zdania i relacje mogą być kryteriami identyczności, które są w sensie tych warunków niekołowe.

Zauważmy, iż na gruncie powyższych definicji można udowodnić, że:

(3.6) Nie istnieją przedmiotowe kryteria identyczności, które są jednocześnie

(i) pełne,
(ii) jednostopniowe,
(iii) ekstensjonalnie niekołowe.

Twierdzenie (3.6) stanowi rozwiązanie sporu Lowe-Williamson. Rozwiązanie to jest do pewnego stopnia zgodne z Williamsona krytyką kryteriów jednostopniowych. Od stanowiska tego ostatniego przedstawioną tu koncepcję odróżnia uznanie prawomocności kryteriów jednostopniowych intensjonalnie niekołowych. Zauważmy jednak, iż jeśli uznamy, że kryteria identyczności dla przedmiotów abstrakcyjnych spełniają ekstensjonalny warunek unikania błędnego koła, to powinniśmy odrzucić wszystkie pełne kryteria jednostopniowe dla przedmiotów tego rodzaju.

Na zakończenie chciałbym podkreślić, że warunek unikania błędnego koła dla kryteriów metaprzedmiotowych oraz jego odpowiednik dla kryteriów przedmiotowych są niezależne logicznie, w następującym sensie. Jest możliwe, że relacja, której zachodzenie stwierdza niekołowe metaprzedmiotowe kryterium identyczności, jest intensjonalnie tą samą relacją, co identyczność. Przykładem może być Lowe'a kryterium identyczności dla liczb kardynalnych (2.7). Jest również możliwe, że relacja, która nie jest ekstensjonalnie tą samą relacją, co identyczność, odpowiada kołowemu metaprzedmiotowemu kryterium identyczności. Przykładem może być relacja definiowana przez (3.2)[21].

WHAT IS THE CRITERION OF IDENTITY?

S u m m a r y

The article contains the reporting definition for the criterion of identity, a classification of criteria of identity and the general conditions that criteria of identity should meet. The author suggests replacing the binary division of criteria of identity into one- and two-level ones with a ternary division into one level, mixed and two-level criteria. In this suggestion the key role is played by the definition of the range of relation. The article is concluded with a partial solution to the dispute between T. Williamson and E. Lowe over the value of one-level criteria of identity.

Translated by Tadeusz Karłowicz

Słowa kluczowe: kryterium identyczności, zbiór, kołowacizna.

Key words: criterion of identity, set, circularity.

[21] Oczywiście oba przykłady należy rozpatrywać w świetle podanych wcześniej założeń.