

STANISŁAW KICZUK

O LOGICE MODALNEJ

W liczącej się w świecie naukowym monografii poświęconej logice modalnej, autorstwa G. E. Hughesa i M. J. Cresswella, można znaleźć stwierdzenie, że logika modalna była dyskutowana przez kilku logików starożytnych (w szczególności przez Arystotelesa) oraz przez niektórych logików średniowiecznych. Potem problematyka ta była prawie całkowicie zaniedbana aż do nie tak odległych czasów. Według Hughesa i Cresswella pierwsze kroki ku skonstruowaniu współczesnej logiki modalnej były poczynione przez H. MacColla w końcu XIX wieku¹. W pracach tego autora pojawia się inny rodzaj implikacji niż implikacja materialna. Ten nowy rodzaj implikacji Hughes i Cresswell nazywają implikacją ścisłą. MacColl nie skonstruował jednak aksjomatycznego systemu logiki modalnej na wzór tego typów systemów, które pojawiły się w *Principia Mathematica* A. W. Whiteheada i B. Russella w 1910 r.² Pierwsze symboliczne i systematyczne podejście do logiki modalnej, zdaniem Hughesa i Cresswella, można znaleźć w pracach C. I. Lewisa. Lewis, poczynawszy od 1912 r., opublikował szereg artykułów i książek, w których poddawał krytyce pojęcie implikacji materialnej występujące we wspomnianym dziele *Principia Mathematica*. Pisał on wiele, podobnie jak wcześniej MacColl, o paradoksach implikacji materialnej. Skonstruował też całą serię systemów, w których ścisła implikacja, a nie

Prof. dr hab. STANISŁAW KICZUK – kierownik Katedry Logiki Wydziału Filozofii KUL; adres do korespondencji: Al. Racławickie 14, 20-950 Lublin.

¹ Por. G. E. Hughes, M. J. Cresswell, *An Introduction to Modal Logic*, London 1974, s. 213-214.

² Por. K. A. Bowen, *Model Theory for Modal Logic*, Dordrecht 1979, s. IX.

implikacja materialna, odgrywa rolę dominującą. Hughes i Cresswell podkreślają, że prace Lewisa zapoczątkowują współczesną logikę modalną.

Trzeba zauważyć, że terminami pierwotnymi w systemach Lewisa S_1, \dots, S_5 są funktory prawdziwościowe negacji i koniunkcji oraz funktor możliwości jako funktor zdaniotwórczy od jednego argumentu zdaniowego. W literaturze logicznej wiele uwagi poświęca się tym właśnie systemom logiki modalnej Lewisa oraz systemowi *T R. Feysa* (1937), jak również systemowi *M G. H. von Wrighta*. Rodzi się jednak pytanie, dlaczego jest wiele nierównoważnych systemów zdaniowej logiki modalnej i jak należy konstruować systemy, które zasługują na miano systemów logiki modalnej. Pewnego typu odpowiedź na te pytania jest zawarta w cytowanej już monografii Hughesa i Cresswella. Autorzy ci podkreślają, że pisząc o konieczności, możliwości, przygodności i niemożliwości, mają na myśli konieczność logiczną, możliwość logiczną, przygodność logiczną i niemożliwość logiczną³. Najwięcej uwagi poświęcają pojęciu konieczności logicznej. Zaznaczają, że nie próbują dać adekwatnego wyjaśnienia natury logicznej konieczności, ponieważ to przedsięwzięcie jest najeżone trudnościami filozoficznymi. Odróżniają konieczność logiczną od tego, co można nazwać koniecznością fizyczną. Jako przykłady zdań logicznie koniecznych podają następujące: „wszyscy kawalerowie są nieżonaci”, „nie ma okrągłych kwadratów”, „jest dziś czwartek lub nie jest dziś czwartek”. Wyżej ukazane cztery pojęcia modalne pozostają do siebie w takiej relacji, że trzy z nich mogą być wyjaśniane za pomocą czwartego. Na przykład forma zdaniowa „jest możliwe, że p ” jest równoważna formie zdaniowej „nie jest tak, że jest konieczne, że nie p ”.

Według Hughesa i Cresswella innym ważnym pojęciem modalnym jest pojęcie *entailment* (pociąganie logiczne). Zwracają oni uwagę, że wyrażenie „zdanie p pociąga logicznie zdanie q ” jest alternatywnym sposobem mówienia, że zdanie q wynika logicznie ze zdania p . Należy podkreślić, że podając przykłady funktorów zdaniotwórczych od dwóch argumentów zdaniowych, zestawiają obok siebie funktor „... lub ...” oraz funktor „zdanie ... wynika logicznie ze zdania...”⁴. O pierwszym z tych funktorów piszą, że jest funktorem prawdziwościowym, a o drugim – że funktorem prawdziwościowym nie jest. Nie zwracają natomiast uwagi na fakt, że pierwszy z tych funktorów należy do języka, a drugi jest wyrażeniem metajęzykowym. Za pomocą pierwszego z nich opisujemy jakąś rzeczywistość, a za pomocą

³ Por. Hughes, Cresswell, *An Introduction*, s. 22-23.

⁴ Tamże, s. 6.

drugiego mówimy o zdaniach, które opisują tę rzeczywistość. Jako przykłady funktorów zdaniotwórczych od jednego argumentu zdaniowego Hughes i Cresswell podają następujące wyrażenia: „nie jest tak, że ...”, „Napoleon wierzył, że ...”, „jest konieczne, że ...”. Pierwszy z tych funktorów jest funktorem prawdziwościowym, a dwa pozostałe nie są funktorami prawdziwościowymi. Nieprawdziwościowość funktora „jest konieczne, że...” Hughes i Cresswell wykazują, pisząc, że z fałszywości p wynika, że p nie jest konieczne, ale z prawdziwości p nie można wydedukować, czy wyrażenie zdaniowe „Jest konieczne, że p ” jest prawdziwe, czy też jest ono fałszywe. Funktorem nieprawdziwościowym jest również funktor „jest możliwe, że ...”⁵.

Zagadnieniu wartości logicznej zdań modalnych nieco uwagi poświęcił L. Regner, który pisał o modalności wyrażen zdaniowych o postaci „ x jest P ”. Modalnością takiego wyrażenia jest sposób (*modus*), w jaki własność P przysługuje lub nie przysługuje przedmiotowi x ⁶. Ogólniej można powiedzieć, jak się wydaje, że modalnością zdania jest sposób, w jaki są powiązane elementy, o których mówi zdanie proste lub złożone. Jakaś modalność przysługuje każdemu zdaniu. Na przykład modalnością zdania „Piotr jest lekarzem” jest możliwość i zarazem przygodność. Zdaniem modalnym, według Regnera, jest takie zdanie, które nie tylko wyraża, że własność P przysługuje przedmiotowi x , lecz również zaznacza, jak ta własność P przysługuje przedmiotowi x . Zdanie modalne składa się więc ze zdania, które nazywa się *dictum* i wyraża, że własność P przysługuje przedmiotowi x , oraz z funktora modalnego, który nazywa się *modus* i wyraża modalność związku zachodzącego między x i P ⁷. Wartość logiczna zdania modalnego nie zależy od wartości argumentu (*dictum*), lecz od zgodności lub niezgodności funktora *modus* z modalnością argumentu. Według Regnera zdanie modalne, którego *modus* nie zgadza się z modalnością argumentu, jest fałszywe. Z kolei zdanie modalne, którego *modus* zgadza się z modalnością argumentu, jest prawdziwe. Na przykład zdanie „Możliwe jest, że Piotr jest sprawiedliwy” jest prawdziwe, gdyż *modus* tego zdania (funktora modalny) zgadza się z modalnością jego *dictum*⁸. Z tych ustaleń Regnera wynika, że funktory modalne nie są funktorami prawdziwościowymi.

⁵ To samo należy powiedzieć o funktorach „jest niemożliwe, że...”, „jest przygodne, że...”.

⁶ Por. L. Regner, *Logika*, Kraków 1973, s. 74.

⁷ Tamże, s. 75.

⁸ Tamże, s. 76.

Należy odnotować jeszcze i ten moment, że według Regnera funktry modalne mają wiele znaczeń. Zauważa on, że można mówić o konieczności metafizycznej (bezwzględnej), względnej, moralnej, jak również o możliwości bezwzględnej, fizycznej itp.

Hughes i Cresswell chcą, co już podkreślono, traktować o konieczności, możliwości, przygodności i niemożliwości logicznej. Głównie interesuje ich konieczność i możliwość tego typu. Funktor konieczności logicznej i inne funktry modalne jednoargumentowe i dwuargumentowe, jak wyżej ukazano, nie są funktryami prawdziwościowymi. W logice modalnej poszukuje się praw, które rządzą poprawnym użyciem tych funktrów. Autorzy ci piszą, że logiką modalną jest logika, w której możemy wyrazić m.in. takie wyrażenia zdaniowe, jak: „Jest konieczne, że p ”, „Jest możliwe, że p ”. Obecnie systemy logik modalnych konstruuje się w ten sposób, że są one nadbudowywane nad klasycznym rachunkiem zdań. Dobrze zbudowane i prawdziwe formuły klasycznego rachunku zdań są prawdziwe w systemach logik modalnych. W logikach modalnych symbole stałych logicznych klasycznego rachunku zdań interpretuje się tak samo jak w tymże rachunku. W systemach modalnych obowiązują też reguły pierwotne dowodzenia, które występują w klasycznym rachunku zdań, tzn. reguła podstawiania i reguła odrywania. Aby otrzymać język jakiejś logiki modalnej, trzeba rozszerzyć język klasycznego rachunku zdań poprzez dodanie funktrów modalnych i odpowiednie rozszerzenie klasy wyrażen zdaniowych poprawnie zbudowanych. Omawiani autorzy wprowadzają symbole L , M , $\bar{}$, które odpowiednio interpretują w sposób następujący: „jest konieczne, że ...”, „jest możliwe, że ...”, „zdanie ... pociąga logicznie zdanie ...”. Argumentami tych funktrów są wyrażenia zdaniowe. Według tychże autorów poprawnie zbudowanymi wyrażeniami zdaniowymi systemów logik modalnych, tj. formułami modalnymi, będą następujące wzory: $Lp \vee p$, $M(p \wedge q) \supset \bar{M}p$.

W związku z logikami modalnymi rodzi się pytanie zasadnicze: Które formuły modalne są prawdziwe? W klasycznym rachunku zdań, gdzie występują tylko funktry prawdziwościowe, formuła jest prawdziwa, jeżeli jest prawdziwa dla wszystkich wartości zmiennych, które w tej formule występują. Stosunkowo łatwo jest konstruować aksjomatyczne systemy klasycznego rachunku zdań. Klasa też takiego systemu powinna pokrywać się z uprzednio ustaloną klasą formuł prawdziwych. Z powodu nieprawdziwościowego charakteru funktrów modalnych nie można podać oczywistej, formalnej definicji prawdziwości formuł modalnych, dzięki której otrzymuje się rezul-

taty niedwuznaczne⁹. Hughes i Cresswell podkreślają jednak, iż są pewne warunki, które wydają się być intuicyjnie rozsądne (racjonalne) i które system chcący uchodzić za system logiki modalnej powinien spełniać. Na podstawie tych warunków, wymogów, można zdecydować, iż niektóre formuły należy traktować jako prawdziwe (lub jako tezy, jeżeli system jest konstruowany aksjomatycznie), a inne jako fałszywe. Interesujący nas autorzy konstruują wiele aksjomatycznych systemów logik modalnych, które to systemy spełniają ukazane wymogi, ale różnią się między sobą tym, że niektóre z nich zawierają, a inne nie zawierają jako tez pewnych z trudem możliwych do zaakceptowania formuł. Po skonstruowaniu systemów logiki modalnej Hughes i Cresswell powracają do problemu definiowania prawdziwości modalnych wyrażeń zdaniowych w sposób precyzyjny. Zamiast przyznania systemu aksjomatycznego do definicji prawdziwości, jak to się czyni w klasycznym rachunku zdań, oceniają oni różne definicje prawdziwości na podstawie już skonstruowanych systemów aksjomatycznych.

Jakie warunki muszą spełniać systemy aksjomatyczne, aby mogły być traktowane jako systemy logiki modalnej? Hughes i Cresswell mówią o sześciu takich warunkach. Niektóre z nich nie budzą żadnych zastrzeżeń, a inne, jak się wydaje, nie są w pełni do zaakceptowania. Nie budzi żadnych zastrzeżeń warunek pierwszy, który dotyczy związków zachodzących pomiędzy koniecznością i możliwością. Jeżeli L i M są interpretowane odpowiednio jako funktor konieczności i możliwości, to następujące równoważności są prawdziwe:

$$[1] Lp \equiv \sim M \sim p$$

$$[2] Mp \equiv \sim L \sim p$$

Drugi warunek dotyczy funktora $\bar{}$, który omawiani autorzy chcą interpretować jako „pociąga logicznie” lub „koniecznie implikuje”. Przyjmują oni, że wyrażeniem prawdziwym jest wzór następujący:

$$[3] (p \bar{q}) \supset \sim M(p \wedge \sim q)$$

Podkreślają, że implikacja odwrotna nie jest akceptowana przez wszystkich autorów. Mimo wszystko, dla uczynienia logiki modalnej – jak piszą – bardziej prostą, przyjmują jako prawdziwy wzór następujący:

$$[4] (p \bar{q}) \equiv \sim M(p \wedge \sim q)^{10}$$

⁹ Por. Hughes, Cresswell, *An Introduction*, s. 25.

¹⁰ Tamże, s. 26.

Przyjęcie tego wzoru sprawia, że znak „ $\bar{}$ ” nie musi być terminem pierwotnym systemów logiki modalnej, ale wyrażenie $\varphi \bar{\psi}$ może być definiowane za pomocą wzoru $\sim M(\varphi \wedge \sim \psi)$ lub też za pomocą wzoru $L(\varphi \supset \psi)$. Znak „ $\bar{}$ ” w ten sposób interpretowany proponują nazwać znakiem ścisłej implikacji i odczytywać jako „ściśle implikuje”. Według nich ścisła implikacja jest pojęciem jakoś powiązaniem z pociąganiem logicznym.

Wzór [4] budzi szereg wątpliwości. Zostaje on przyjęty przede wszystkim dlatego, że czyni systemy logiki modalnej prostszymi. Ten wzór, według Hughesa i Cresswella, umożliwia definiowanie funktora ściśle związanego z funktorami „zdanie ... pociąga logicznie zdanie ...”, „zdanie ... wynika logicznie ze zdania ...”, które to funktory, jak wyżej zauważono, są wyrażeniami należącymi do metajęzyka. Z kolei funktory, które występują w członie definiującym takich definicji należą do języka. Rodzi się pytanie, czy w systemie logiki, który podaje prawa rządzące poprawnym użyciem funktora konieczności i możliwości logicznej, zachodzi potrzeba wprowadzania funktora ścisłej implikacji.

Trzecim warunkiem, który ukazują Hughes i Cresswell, jest to, że w jakimkolwiek intuicyjnie możliwym do przyjęcia systemie modalnym wzór Lp nie może być równoważny z wyrażeniem zdaniowym, w którym p jest argumentem, i ponadto w tym wzorze występuje jeden i tylko jeden z czterech możliwych jednoargumentowych funktorów prawdziwościowych. (W grę wchodzi funktory negacji, asercji, *verum* jednoargumentowe i *falsum* jednoargumentowe). Na przykład nie mogą być prawdziwe lub być tezami wzory następujące: $Lp \equiv \sim p$, $Lp \equiv p$. Ten warunek należy ze wszech miar zaakceptować. Nie budzi również zastrzeżeń warunek czwarty, nakazujący przyjąć w systemach logiki modalnej tzw. aksjomat konieczności ($Lp \supset p$) i aksjomat możliwości ($p \supset Mp$). Te dwa wzory są wzajemnie wyprowadzalne z siebie na gruncie odpowiednich praw klasycznego rachunku zdań i równoważności związanych z omówionym już warunkiem pierwszym.

W związku z warunkiem piątym Hughes i Cresswell piszą, że inną zasadą, która wydaje się być intuicyjnie akceptowalną, jest teza, iż jakiegokolwiek wyrażenie zdaniowe, które ma postać formuły prawdziwej, jest nie tylko prawdziwe, lecz koniecznie prawdziwe. Z tego wynika, że jeżeli φ jest formułą prawdziwą, to wtedy prawdziwe jest nie tylko każde zdanie, które ma postać φ , ale również każde zdanie o postaci $L\varphi$. W takim przypadku $L\varphi$ będzie również prawdziwe i może być poprzedzone znakiem funktora konieczności. Funktor konieczności może więc być iterowany. W związku z tym Hughes i Cresswell postulują, że w systemach aksjomatycznych logiki

modalnej powinna znaleźć się reguła pierwotna lub wtórna głosząca, że jeżeli φ jest tezą, to $L\varphi$ jest również tezą.

W tym miejscu trzeba zauważyć, że nie wszyscy autorzy respektują postulat iterowania funktorów modalnych. Na przykład A. W. Burks w swej logice zdań kauzalnych nie dopuszcza takiej możliwości. W jego systemie występują funktory modalne, a wśród nich funktor logicznej konieczności. Burks przyjmuje, że jeżeli φ jest aksjomatem, to aksjomatem jest również wyrażenie $L\varphi$, lecz w wyrażeniu φ nie mogą wystąpić żadne symbole modalne. Zdaniem Burksa wyrażenia typu LLp są niezrozumiałe¹¹.

Już podkreślono, że Hughes i Cresswell chcą zajmować się wyłącznie koniecznością logiczną i możliwością logiczną. Co jest jednak logicznie konieczne? Jak tę rzecz ujmował twórca logiki – Arystoteles, który był filozofem? Analizował on niektóre problemy, jak wyżej wspomniano, związane z logiką modalną. Nauka o zdaniach modalnych pozostawała u Arystotelesa w ścisłym związku z jego filozofią. Zdania modalne wyrażały u niego zawsze obiektywny stan rzeczy. Według Arystotelesa powiązaniu pojęć w jakimkolwiek zdaniu, wyrażającym sąd, odpowiadają zawsze związki między rzeczami w świecie realnym. To samo dotyczy zdań modalnych. Przedmiotem sądu modalnego, według Arystotelesa, jest jakaś konieczność lub możliwość realna¹². Ścisłej rzecz ujmując, jak zauważa Z. Zawirski, w grę wchodzi tu pewne obiektywne stosunki, których ujęcie znajduje swój wyraz w sądzie. Można powiedzieć, że zdania logicznie konieczne stwierdzają niektóre związki zachodzące między zdarzeniami, stanami rzeczy; o tych związkach szczegółowsze uwagi będą wypowiedziane w dalszej części niniejszego artykułu. Tego typu związki nie mogą być inne, niż są, czyli są związkami koniecznymi. Takie ustalenia nie przemawiają za potrzebą iterowania funktora konieczności.

Szósty warunek, który według Hughesa i Cresswella mają respektować systemy chcące uchodzić za systemy logiki modalnej, jest równoznaczny z zaakceptowaniem zasady głoszącej, iż cokolwiek wynika logicznie ze zdania koniecznie prawdziwego, samo jest zdaniem koniecznie prawdziwym. Hughes i Cresswell podkreślają, iż dopuszczenie, że zdanie przygodne mogłoby wynikać logicznie ze zdania koniecznego, naruszyłoby zasadę, która czasami była wyrażana w sposób następujący: W poprawnym wnioskowaniu

¹¹ Por. A. W. Burks, *Change, Cause, Reason*, Chicago–London 1977, s. 343-349.

¹² Por. Z. Zawirski, [Rec.:] Dominiczak Stanislas, *Les jugements modaux chez Aristote et les scholastiques*, Louvain 1923, „Ruch Filozoficzny”, 9 (1925), s. 93.

wniosek nie może mieć większego ryzyka falsyfikacji niż przesłanki. Dalej autorzy ci dodają, że ze względu na takie ustalenia będą wymagać, iż kiedykolwiek p jest konieczne i p ściśle implikuje q , to q również będzie konieczne, co zapisują symbolicznie w sposób następujący:

$$[5] (Lp \wedge (p \supset \bar{q})) \supset Lq$$

Ten wzór uważają za prawdziwy. Wykorzystując definicję ścisłej implikacji, o której wyżej wspomniano, jak również prawo eksportacji z klasycznego rachunku zdań, wzorowi [5] można nadać postać następującą:

$$[6] L(p \supset q) \supset (Lp \supset Lq)$$

Wydaje się, że wywód Hughesa i Cresswella dotyczący warunku szóstego nie jest w pełni spójny. Omawiając ten warunek, autorzy ci w początkowej fazie swego wywodu piszą o wynikaniu logicznym, a w fazie końcowej – o ścisłej implikacji. Jak już zaznaczono, pojęcie wynikania logicznego nie jest tym samym, co pojęcie ścisłej implikacji. W polskiej literaturze logicznej można znaleźć następującą definicję pojęcia wynikania logicznego: Z wyrażen zdatniowych $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ wynika logicznie wyrażenie zdaniowe $\varphi \equiv$ implikacja $\neg\varphi_1 \wedge \dots \wedge \varphi_n \varepsilon \varphi \neg$ jest podstawieniem jakiegoś prawa logicznego¹³. Wydaje się, że zasady wyrażone w języku potocznym, na które powołują się Hughes i Cresswell, były formułowane przy takim właśnie rozumieniu wynikania logicznego. Jeżeli tak, to wzory [5] i [6] muszą być zapisane w inny sposób. Odpowiednikiem wzoru [5] byłby wzór

$$[7] \{Lp \wedge [(p \supset q) \equiv t]\} \supset Lq, \quad \text{gdzie } t \text{ jest dowolnym prawem implikacyjnym klasycznego rachunku zdań.}$$

Odpowiednikiem wzoru [6] byłby wzór następujący:

$$[8] [(p \supset q) \equiv t] \supset (Lp \supset Lq)$$

Przy omawianiu sześciu wspomnianych warunków nie można pominąć jeszcze jednego zagadnienia. Hughes i Cresswell podkreślają, iż są takie formuły, zapisane w języku systemów logik modalnych, których wartości logicznej nie można wyznaczyć na podstawie tych warunków. Przykładem takiej formuły jest wzór $Lp \supset LLp$. Są systemy logik modalnych, w których ta formuła nie

¹³ Por. L. Borkowski, *Wprowadzenie do logiki i teorii mnogości*, Lublin 1991, s. 22. Kontest, w którym występuje definicja, wskazuje, że chodzi o prawa klasycznego rachunku logicznego.

jest tezą, ale też są systemy, w których ten wzór jest tezą. Warto zauważyć, że w tej formule mamy do czynienia z iterowaniem funktora modalnego.

Opierając się na sześciu ukazanych warunkach, można skonstruować wiele systemów logik modalnych. Hughes i Cresswell ukazali to w sposób bardzo klarowny. Do jakich jednak doszli wniosków? Stwierdzili, że nie ma jednego sensu „konieczności” i „możliwości”, a różne systemy logiki modalnej nie są rywalami¹⁴. Każdy ze znanych systemów logiki modalnej nadaje inny sens funktorom konieczności i możliwości. Podkreślili też, że nawet konstruowanie odpowiednich modeli, związanych z semantyką Kripkego, nie dostarcza adekwatnej charakterystyki tych różnych sensów. Aby ukazać sens funktorów modalnych, które występują w różnych systemach logiki modalnej, trzeba – ich zdaniem – wykonać wiele zawiłej pracy filozoficznej. Semantyczne modele związane z tą semantyką mogą dać, według Hughesa i Cresswella, jedynie pewną pomoc w tym trudnym przedsięwzięciu. E. J. Lemmon zaś próbował korelować użycie funktora L w znanych systemach logiki modalnej z użyciem wyrażenia „konieczny” lub pewnego innego wyrażenia w jakiejś dziedzinie dyskursu¹⁵. Pojawiła się też praca, w której usiłuje się wykazać, że system logiki modalnej T ma zastosowanie w naukach przyrodniczych, gdzie jest mowa o innej konieczności niż logiczna¹⁶.

Faktem jest, że Hughes i Cresswell pisali, iż interesuje ich tylko konieczność, możliwość, przygodność i niemożliwość logiczna. Najwięcej uwagi poświęcili funktorowi konieczności. Deklarowali, że nie będą zajmować się koniecznością fizyczną, przyrodniczą. Jaki jest rezultat pracy tych autorów oraz rezultat pracy logików, którzy akceptują ich uwagi programowe, że na miano systemu logiki modalnej zasługuje każdy system, który spełnia ukazane sześć warunków? Powstało wiele takich systemów, w których występuje przede wszystkim funktor konieczności. Oto jedna z ocen takich systemów: „Istnieje wiele systemów formalnych noszących nazwę logiki modalnej i wiele z nich pretenduje do tego, by uznać je za najlepiej realizujące intuicje związane z pojęciami modalnymi. Intuicje te są zresztą bardzo nieustalone. W ogóle trzeba powiedzieć, że logika dwuwartościowa nauczyła właściwego rozumienia spójników klasycznych, natomiast kilka-

¹⁴ Por. Hughes, Cresswell, *An Introduction*, s. 79.

¹⁵ Por. E. J. Lemmon, G. P. Henderson, *Is there only One Correct System of Modal Logic?*, „Aristotelian Society Suppl.”, 33 (1959), s. 23-40.

¹⁶ Por. J. Bigelow, R. Pargetter, *Science and Necessity*, Cambridge 1990, s. 258-262.

dziesiąt różnych systemów modalnych niewiele posunęło naprzód sprawę rozumienia spójników modalnych”¹⁷.

Warto dodać, że w niektórych publikacjach podkreśla się, iż większość ściśle formalnych prac poświęconych logikom modalnym polega na konstruowaniu semantyk dla jakiegoś systemu logiki modalnej i ukazaniu dowodu pełności tegoż systemu na podstawie tych semantyk¹⁸. N. D. Belnap zauważył, że niekiedy było tak, iż systemy logik modalnych powstawały pod wpływem sugestii pochodzących od formalnych, sztucznie skonstruowanych semantyk. Tego typu postępowanie, według Belnapa, ma niekiedy związek z działalnością czysto sportową¹⁹. Modalności, o których była mowa w tym artykule, zostały nazwane przez G. H. von Wrighta modalnościami aletycznymi. Belnap dodaje, że aletyczna modalność konieczności może być koniecznością logiczną, metafizyczną, fizyczną lub jeszcze inną²⁰. Wszystko wskazuje na to, że oddzielnie trzeba konstruować systemy logik modalnych, w których występują jednoargumentowe funktory związane z pojęciami modalnymi, których odpowiedniki wyrazowe są używane na gruncie logiki, metafizyki i nauk przyrodniczych. Te odpowiedniki wyrazowe są we wszystkich tych typach wiedzy jednakowe, chociaż sensy odpowiednich pojęć są różne.

Hughes i Cresswell deklarowali, że chcą mieć do czynienia z systemami logik modalnych, gdzie odpowiednie funktory modalne jednoargumentowe są powiązane z pojęciami konieczności logicznej, możliwości logicznej itp. Preferowany był, jak już podkreślono, funktor konieczności. Systemy przez nich ukazane, które respektują sześć rzekomo intuicyjnie akceptowanych warunków, nie posunęły naprzód, według W. A. Pogorzelskiego, sprawy rozumienia funktorów modalnych. W naszym artykule, przy szczegółowym charakteryzowaniu sześciu warunków związanych z logikami modalnymi, zarysowano sposób konstruowania systemu logiki modalnej, w którym występują funktory jednoargumentowe powiązane z logicznymi pojęciami modalnymi. Zwrócono uwagę, że przy konstruowaniu takiego systemu nie należy posługiwać się niejasnym pojęciem ścisłej implikacji, nie można też iterować funktorów modalnych. Podany został wzór, za którego pomocą ma

¹⁷ Por. W. A. Pogorzelski, *Elementarny słownik logiki formalnej*, Białystok 1992, s. 215.

¹⁸ Por. Bowen, *Model Theory*, s. IX.

¹⁹ Por. N. D. Belnap, *Modal and Relevance Logics*, [w:] *Modern Logic – A Survey*, ed. by E. Agazzi, Dordrecht 1981, s. 133.

²⁰ To samo dotyczy możliwości, niemożliwości i przygodności.

być wyrażona zasada, że w poprawnym wnioskowaniu wniosek nie może mieć większego ryzyka falsyfikacji niż przesłanki. System logiki modalnej nie musi być formalnie zbyt skomplikowany. Powinien jednak być poznawczo wartościowy. Funktory osobliwe takiego systemu powinny stać się terminami technicznymi, które mogą służyć wyrażaniu myśli na tematy dotyczące modalności logicznych z większą precyzją, niż czynią to niektóre zwroty potoczne. Można powiedzieć, że język tego systemu powinien służyć utrwalaniu, przechowywaniu i komunikowaniu poznania dotyczącego przede wszystkim konieczności i możliwości logicznej.

System logiki modalnej, w którym występują funktory jednoargumentowe powiązane z logicznymi pojęciami modalnymi, należy konstruować w sposób analogiczny do tego, w jaki konstruuje się inne wartościowe poznawczo systemy logik nieklasycznych. W tym przypadku trzeba wymagać, aby osobliwe aksjomaty były zdaniami prawdziwymi w modelu tych koniecznych, obiektywnych związków między faktami, które stwierdzają prawa najbardziej podstawowego działu logiki. Reguły wnioskowania powinny wcielać intuicyjnie słuszne reguły wnioskowania²¹ używane w traktowaniu o zdaniach koniecznie prawdziwych, logicznie koniecznie prawdziwych. Jakies zdanie jest prawdziwe, jeżeli jest tak a tak, jak to zdanie stwierdza. Jakies zdanie wyraża prawdę konieczną, jeżeli nie może nie być tak, jak to zdanie stwierdza²². Takimi zdaniami, które wyrażają prawdy logiczne, są prawa logiki tradycyjnej, prawa klasycznego rachunku zdań oraz prawa pozostałych działów klasycznego rachunku logicznego. Czego jednak te prawa dotyczą? Co one stwierdzają? Czy twórca logiki klarownie odpowiedział na te pytania?

Arystoteles – filozof i logik – był również twórcą doniosłej koncepcji wiedzy naukowej. W literaturze podkreśla się, że stworzył on co najmniej dwie logiki. Można bowiem mówić o logice wcześniejszej, zawartej w *Topikach*, zbudowanej ze schematów i wyrażonej w języku naturalnym²³. O tej logice można powiedzieć, że była sztuką myślenia i technologią dyskusji. K. Leśniak zauważył, że Arystoteles w *Topikach* daje wiele wskazówek, według których należało poszukiwać związków między zdaniami, ale nie podał ściśle sformułowanych warunków dotyczących tego, kiedy coś

²¹ Por. C. Lejewski, *On Leśniewski's Ontology*, „Ratio”, 1 (1958), s. 150-156.

²² Por. A. B. Stępień, *Teoria poznania*, Lublin 1971, s. 91.

²³ Por. J. M. Bocheński, *Logika i ontologia*, [w:] *Logika i filozofia*, red. J. Parys, Warszawa 1993, s. 110-117.

z czegoś wynika, a kiedy nie²⁴. Dopiero w *Analitikach pierwszych* podana została w formie sylogizmów metoda niezawodna, za której pomocą można było rozstrzygnąć ważność czy nieważność każdego kroku w sporze dyskusyjnym. Formalizacja dialogu wiązała się z wynalezieniem zmiennych i odkryciem, że zjawisko konieczności w logice formalnej nie zależy od tego, czego przesłanki dotyczą. Ta konieczność zależy natomiast od pewnych ściśle określonych struktur, które można dostrzec we wszystkich przesłankach²⁵. Mamy tu do czynienia z koniecznością logiczną, która jest koniecznością formalną. Arystotelesowi udało się generalnie skonkretyzować warunki, dzięki którym wniosek wynika logicznie z przesłanek. Na podstawie raz ustalonego toku postępowania, jak pisze Leśniak, Arystoteles mógł rozstrzygnąć o poprawności każdego konkretnego przypadku wnioskowania bez odwoływania się do bezpośredniej oczywistości. To, co dla poprzedników Arystotelesa było konieczne na mocy aktu intuicji, teraz stało się konieczne na mocy praw sylogistyki.

Nie jest wykluczone, że sylogistyka początkowo miała za cel kodyfikację reguł obowiązujących w sporach dialektycznych. W *Analitikach wtórych* sylogizm jawi się jako jedyna forma dowodu naukowego. W nauce, według Arystotelesa, nie ma takich prawd, które by nie wyrażały bytu substancji lub jej przypadłości. Rodzi się pytanie, czy konieczność formalna, logiczna, związana z sylogistyką ma coś wspólnego z koniecznością poznanych treści, ze światem realnym, który to świat chciał poznawać Arystoteles. Wydaje się, że Arystoteles operował ubogą aparaturą językową do wykładania odkrytej przez siebie logiki formalnej zawartej w *Analitikach pierwszych*. Obecnie logicy mówią o prawach logiki, logicznych schematach wnioskowania i regułach logicznych. K. Ajdukiewicz pisał, że prawa logiki są gwarantami schematów niezawodnego wnioskowania. Tenże autor zauważa również, że każde poprawne wnioskowanie opiera się na twierdzeniu logicznym (prawie logicznym), które stwierdza pewien obiektywny związek między stanami rzeczy²⁶. Te twierdzenia logiczne wyrażają nasze poznanie osobliwych związków między faktami, które to związki, według Ajdukiewicza, stanowią logiczną strukturę świata. Nie są to związki ze względu na treść poznawanych faktów, ale ze względu na ich powiązania. Niewątpliwie związki

²⁴ Por. K. Leśniak, *Wstęp*, [w:] *Arystoteles. Analitiki pierwsze i wtóre*, tłumaczenie i wstęp K. Leśniak, Warszawa 1973, s. XVIII.

²⁵ Tamże, s. XIX.

²⁶ Por. K. Ajdukiewicz, *Zarys logiki*, Warszawa 1960, s. 5-6.

stwierdzane w prawach przede wszystkim klasycznego rachunku zdań są związkami koniecznymi. Ajdukiewicz zauważa również, że poprawne wnioskowanie to wnioskowanie zgodne ze związkami, jakie zachodzą w rzeczywistości i nie są zależne od ludzkich arbitralnych decyzji czy zwyczajów. Mając na uwadze wypowiedzi Arystotelesa i Ajdukiewicza, można powiedzieć, że prawa logiki stwierdzają tylko niektóre, bardzo ogólne związki między faktami, stanowiące logiczną strukturę świata. W literaturze zostały podane nazwy związków najbardziej podstawowych, które współkonstruuują związki stwierdzane przede wszystkim w prawach klasycznego rachunku zdań²⁷. Istnienie takich związków, stwierdzanych w prawach logiki, intuicyjnie przyjmują przedstawiciele wszystkich typów wiedzy teoretycznej, w których świat jest ujmowany przez uczonych o ontologicznym nastawieniu badawczym w stosunku do rzeczywistości.

W wypowiedziach Arystotelesa dotyczących sylogizmów zadziwia podkreślanie faktu, że dostarczają one tylko wiedzy o tym, iż przesłanki o pewnym kształcie prowadzą do wniosku o ściśle określonym kształcie. Twórca logiki generalnie uważał, że sylogistyka dążyła do wykrycia i poznania warunków, dzięki którym wniosek wynika z przesłanek, że dostarczyła tylko wiedzy o stosunkach formalnych między zdaniem. Trzeba zauważyć, iż Arystoteles zamiast mówić o stosunkach formalnych zachodzących między zdaniem mógł pisać o stosunkach formalnych zachodzących między faktami (stanami rzeczy), o których w odpowiednich zdaniach jest mowa. Tego jednak nie uczynił. Wydaje się, że przynajmniej jednym z powodów takiego stanu rzeczy było to, iż Arystoteles przeceniał nie wartość sylogizmu, lecz zakres jego stosowalności²⁸. Wierzył on, że sylogizm jest jedyną formą dowodu. Nie zdawał sobie sprawy z tego, że jego sylogistyka nie jest jedynym, najbardziej podstawowym systemem logicznym. Nie wiedział też, że istnieje bardziej ogólny, prostszy i bardziej podstawowy system logiki zdań, którego tezy muszą być wykorzystane w dowodach tez będących tzw. sylogizmami niedoskonałymi. Faktem jest, że prawami logiki zdań Arystoteles posługiwał się intuicyjnie właśnie w dowodach wspomnianych tez sylogistycznych. W praktyczny sposób przeczył swojej tezie, że wszelki dowód musi mieć formę sylogizmu²⁹. Trzeba podkreślić, że związki między faktami, jakie są

²⁷ Por. Z. Kraszewski, *Logika nauka rozumowania*, Warszawa 1975, s. 120-125; S. Kiczuk, *Przedmiot logiki formalnej oraz jej stosowalność*, Lublin 2001, s. 37-40.

²⁸ Por. Leśniak, *Wstęp*, s. XXIX.

²⁹ Tamże, s. XXX.

stwierdzane w prawach sylogistyki, są dosyć skomplikowane. Zbyt trudno było Arystotelesowi takie związki opisać. Ukazywał więc związki formalne między odpowiednimi zdaniami. Gdyby znana była Arystotelesowi klasyczna logika zdań, której prawami intuicyjnie się posługiwał, byłoby mu łatwiej ukazać związki między stanami rzeczy, które stwierdzają prawa tego działu logiki. Na przykład prawo symplifikacji dla koniunkcji stwierdza, że jeżeli współzachodzą dwa fakty, to każdy z nich osobno zachodzi. Nie da się bez sprzeczności pomyśleć lub skonstruować sytuacji, w której okazałoby się, że tak nie jest.

Faktem jest, że Arystoteles, który w zdaniu kategorycznym orzekał kategorię przedmiotową o kategorii przedmiotowej, nie postawił pytania dotyczącego tego, o czym w gruncie rzeczy orzeka cały sylogizm, a nie tylko jego wniosek. To, o czym orzeka sylogizm, o czym orzekają na przykład prawa klasycznego rachunku zdań, jest przedmiotem sylogistyki bądź też odpowiednio przedmiotem klasycznego rachunku zdań. Takim przedmiotem są bardzo ogólne, konieczne związki, o których wyżej wspomniano, zachodzące między faktami i stanowiące to, co Ajdukiewicz nazwał logiczną strukturą świata. Istnienie takich związków, jak już zostało powiedziane, intuicyjnie jest przyjmowane we wszystkich naukach, których tezy są wynikiem dociekań badaczy o nastawieniu obiektywistycznym. W logikach modalnych, nadbudowanych nad klasycznym rachunkiem zdań, konieczność logiczna będzie związana z koniecznymi związkami stwierdzanymi w prawach klasycznej logiki zdań.

Sumując uwagi zawarte w tym artykule, można powiedzieć, iż nic nie stoi na przeszkodzie, aby skonstruować system logiki modalnej, nadbudowany nad klasycznym rachunkiem zdań, w którym to systemie metodami logiki współczesnej będą charakteryzowane funktory konieczności i możliwości logicznej. Aksjomaty osobliwe takiego systemu będą prawdziwe w modelu najbardziej podstawowych, obiektywnych i koniecznych związków między faktami, stanami rzeczy, które to związki wyznaczają najogólniejszą strukturę rzeczywistości. Klasyczny rachunek zdań jest teorią takich najbardziej podstawowych, koniecznych rzeczowo związków. Trzeba też dodać, że okres warunkowy języka potocznego ma kilka znaczeń. Jedno z tych znaczeń zostało ujęte w klasycznym rachunku logicznym jako implikacja materialna. Znane są w literaturze systemy implikacji kauzalnej. Nie musi być jednak tak, że relacja wynikania logicznego pokrywa się z jakimś rodzajem implikacji należącej do języka przedmiotowego.

BIBLIOGRAFIA

- Ajdukiewicz K.: Zarys logiki, Warszawa 1960.
- Belnap N. D.: Modal and Relevance Logics, [w:] *Modern Logic – A Survey*, ed. by E. Agazzi, Dordrecht 1981, s. 131-151.
- Bigelow J., Pargetter R.: *Science and Necessity*, Cambridge 1990.
- Bocheński J. M.: Logika i ontologia, [w:] *Logika i filozofia*, red. J. Parys, Warszawa 1993, s. 110-117.
- Borkowski L.: *Wprowadzenie do logiki i teorii mnogości*, Lublin 1991.
- Bowen K. A.: *Model Theory for Modal Logic*, Dordrecht 1979.
- Burks A. W.: *Change, Cause, Reason*, Chicago–London 1977.
- Hughes G. E., Cresswell M. J.: *An Introduction to Modal Logic*, London 1974.
- Kiczuk S.: *Przedmiot logiki formalnej oraz jej stosowalność*, Lublin 2001.
- Kraszewski Z.: *Logika – nauka rozumowania*, Warszawa 1975.
- Lejewski C.: On Leśniewski's Ontology, „*Ratio*”, 1 (1958), s. 150-156.
- Lemmon E. J., Henderson G. P.: Is there only One Correct System of Modal Logic?, „*Aristotelian Society Suppl.*”, 33 (1959), s. 23-40.
- Leśniak K., Wstęp, [w:] *Arystoteles. Analityki pierwsze i wtóre, tłumaczenie i wstęp* K. Leśniak, Warszawa 1973.
- Pogorzelski W. A.: *Elementarny słownik logiki formalnej*, Białystok 1992.
- Regner L.: *Logika*, Kraków 1973.
- Stępień A. B.: *Teoria poznania*, Lublin 1971.
- Zawirski Z.: [Rec.] Dominiczak Stanislas, *Les jugements modaux chez Aristote et les scholastiques*, Louvain 1923, „*Ruch Filozoficzny*”, 9 (1925), s. 93.

ON MODAL LOGIC

Summary

The paper appreciates six conditions which, according to G.E. Hughes and M.J. Cresswell, must be respected by those formal systems which aspire to be systems of modal logic. There are few such systems. The sense of modal functors “it is necessary that,” “it is possible that,” in this type of systems is in no way made precise. The paper undermines the validity of some conditions shown by Hughes and Cresswell. It outlines the way by which to construct a system of modal logic in which the functor of logical necessity and logical possibility would be unambiguously characterised by methods of contemporary logic.

Translated by Jan Kłos

Słowa kluczowe: konieczność logiczna, możliwość logiczna, logika modalna, funktor modalny, ścisła implikacja.

Key words: logical necessity, logical possibility, modal logic, modal operator, strict implication.