ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom LIII, numer 2 – 2005

MAREK SZYDŁOWSKI

CIEMNA ENERGIA PROBLEMEM KOSMOLOGII XXI WIEKU

0. WSTĘP

Z obserwacji odległych supernowych typu Ia wynika, że nasz Wszechświat przyśpiesza. Oznacza to, że jego ewolucja nie jest opisywana dokładnie przez modele Friedmanna, albo że jest on wypełniony nieznaną formą materii, zwaną ciemną energią. Składowa ta stanowi około 2/3 całkowitej energii wypełniającej Wszechświat, ale postać, pod jaką występuje, nie jest nam znana. Jeśli dodamy do tego, że natura tak zwanej ciemnej materii (materii nieświecącej, ale grawitującej, której przybliżony wkład do całkowitej energii wynosi 1/4) jest nieznana, to pojawia się nam wielka zagadka kosmologii XXI wieku. Argumentujemy, że śledzenie kontekstu odkrycia problemu ciemnej energii może nam powiedzieć coś interesującego o naukach przyrodniczych w okresie przed rewolucją naukową.

1. CIEMNA ENERGIA W PRZYSPIESZAJĄCYM WSZECHŚWIECIE

Zgodnie z jednym z równań, którymi rządzi się ewolucja wszechświata Friedmanna (jednorodnego i izotropowego, wypełnionego materią o własnościach cieczy doskonałej o gęstości ρ i ciśnieniu $p = p(\rho)$), mamy

Dr hab. MAREK SZYDŁOWSKI – Międzynarodowe Centrum Układów Złożonych i Kwantowych, Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej UJ, Obserwatorium Astronomiczne Uniwersytetu Jagiellońskiego; adres do korespondencji: ul. Orla 171, 30-244 Kraków; e-mail: uoszydlo@cyf-kr.edu.pl

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6}(\rho + 3p), \tag{1}$$

gdzie układ jednostek został wybrany tak, że $8\pi G = c = 1$, a jest czynnikiem skali, a kropka oznacza różniczkowanie po czasie kosmologicznym t.

Równanie (1) można otrzymać z równania Raychaudhuri, opisującego ewolucję skalara ekspansji $\theta = 3H$, gdzie H jest funkcją Hubble'a i $\theta = d(lna^3)/dt$ jest pochodną czasową logarytmu elementu objętości, proporcjonalnego do a^3. Równania (1) nie można rozwiązać *explicite*, dopóki nie podamy 1) zależności $p = p(\rho)$, zwanej równaniem stanu, oraz 2) równania, które opisuje tempo zmian gęstości energii ρ z czynnikiem skali a.

Niech $a(t)$ będzie rozwiązaniem równania Einsteina dla cieczy doskonałej. Wtedy z tożsamości Bianchi, które prowadzą do znikania dywergencji tensora energii-pędu, opisującego źródło, otrzymujemy

$$T^{\mu}_{\nu;\mu} = 0 \Leftrightarrow \dot{\rho} = -3H(\rho + p). \tag{2}$$

Warunek ten znany jest jako zasada zachowania ,,energii".

Analiza danych z obserwacji odległych supernowych typu Ia pokazuje, że $\ddot{a} > 0$ [6, 5]. Oznacza to, że materia wypełniająca Wszechświat łamie tzw. silny warunek energetyczny $\rho + 3p \geq 0$. Gdy $\rho = \rho(a)$ jest wyznaczone przez równanie (2), wtedy równania (1) i (2) stanowią domknięty układ równań na czynnik skali $a = a(t)$. Gdy oznaczymy przez $w = p/\rho$ współczynnik proporcjonalności w równaniu stanu $p = p(\rho)$, wtedy proste całkowanie wzoru (2) daje

$$\rho = \rho_0 \exp\{-3\int_{a_0}^{a} \frac{da'}{a'}[1 + w(a')]\}. \tag{3}$$

Powyższe równanie opisuje zależność gęstości energii od czynnika skali, a $\rho_0 = \rho(a_0)$ jest jej gęstością w chwili obecnej.

Zauważmy, że gdy w nie jest dokładnie równe (-1), wówczas gęstość energii zmienia się w czasie (nawet gdy w jest stałe). Przypadek $w = -1$ odpowiada tzw. stałej kosmologicznej Λ, która może być traktowana jako pewien typ cieczy doskonałej o równaniu stanu

$$p = -\rho, \quad \rho = \Lambda = \text{const.} \tag{4}$$

Rodzi się pytanie, dlaczego w miałoby być dokładnie równe (-1). W przeciwnym przypadku stała kosmologiczna powinna się zmieniać w czasie, ale wtedy pojawia się pytanie, jaka fizyka określa tę zmienność.

Zasadniczo istnieją dwa oblicza stałej kosmologicznej [7]. Po pierwsze, może być ona traktowana jako pole grawitacyjne opisywane przez Lagrangian dla grawitacji z shiftem 2Λ, w skalarze Ricciego $\mathrm{L}_{\mathrm{graw}} \propto (1/G)(R-2\Lambda)$. Grawitacja oddziałuje z materią opisywaną przez Lagrangian $\mathrm{L}_{\mathrm{mat}} = L(\phi, \partial\phi)$, zależny od pewnych zmiennych dynamicznych ϕ i ich pochodnych. Równania Einsteina dla pola grawitacyjnego otrzymujemy z wariacji działania względem metryki czasoprzestrzeni g^{ik}

$$\frac{\delta S}{\delta g^{ik}} = 0, \tag{5}$$

gdzie działanie dla grawitacji i materii jest

$$S = \frac{1}{2}\int R\sqrt{-g}\, d^4x + \int \mathrm{L}_{\mathrm{mat}}(\phi, \partial\phi)\sqrt{-g}\, d^4x. \tag{6}$$

Dodatkowo w wyniku wariacji działania względem pola ϕ otrzymujemy równania opisujące ewolucję pola ϕ.

W tej interpretacji grawitacja będzie opisywana przez dwie stałe fundamentalne: newtonowską stałą grawitacji G i stałą kosmologiczną Λ. Do równań Einsteina można ją wkomponować po lewej stronie, skąd otrzymamy, że będzie ona zakrzywiała czasoprzestrzeń nawet przy braku źródeł ($T_{ik} = 0$). Dodajmy, że taka sytuacja jest czymś bardzo niezwykłym, ponieważ symetrie teorii bez członu kosmologicznego i teorii zawierających ten człon są dramatycznie różne. Oryginalna symetria względem dowolnych transformacji układów współrzędnych (zasada ogólnej kowariancji) nie może być złamana w taki sposób, aby zachowywać grupę translacji czasoprzestrzeni.

Druga interpretacja członu kosmologicznego wiąże się z jej wchłonięciem do członu materialnego. W tym celu rozważamy nowy Lagrangian dla materii $\bar{\mathrm{L}}_{\mathrm{mat}} = \mathrm{L}_{\mathrm{mat}} - \Lambda$. Oczywiście równania ruchu dla materii zachowują swoją postać, ponieważ $\delta(\mathrm{L}_{\mathrm{mat}} - \Lambda)/\delta\phi = 0$. Parametr Λ jest stałą, ale działanie S będzie zawierać nowy człon proporcjonalny do Λ, a mianowicie

$$S = \frac{1}{2}\int R\sqrt{-g}\, d^4x + \int (\mathrm{L}_{\mathrm{mat}} - \Lambda)\sqrt{-g}\, d^4x. \tag{7}$$

Teraz zróbmy elementarną rzecz, przepisując powyższe działanie do postaci, w której Λ pojawi się w innym miejscu

$$S = \frac{1}{2}\int (R - 2\Lambda)\sqrt{-g}\, d^4x + \int \mathrm{L}_{\mathrm{mat}}\sqrt{-g}\, d^4x \tag{8}$$

i otrzymamy pierwszą interpretację stałej kosmologicznej (matematycznie identyczną, ale fizycznie to zupełnie coś innego). W drugiej interpretacji shift w Lagrangianie przełoży się na shift w Hamiltonianie, a ten na stan zerowej energii. W konsekwencji urodzi się nowy człon jako poprawka do tensora energii-pędu

$$T_\mu^\nu \to T_\mu^\nu + Q_\mu^\nu, \quad Q_\mu^\nu = \Lambda \delta_\mu^\nu \equiv \rho_\Lambda \delta_\mu^\nu \tag{9}$$

W tym spojrzeniu stała kosmologiczna jest swoistym płynem o stałej gęstości ρ_Λ.

Wyobraźmy sobie teraz sytuację, w której jednocześnie występują oba efekty całkowicie odmiennej natury, tj. stała kosmologiczna jest jednocześnie stałą fundamentalną (tak samo jak jest nią stała grawitacji G) oraz ,,poprawką" do Lagrangianu dla materii, której gęstość zmienia się z czasem. Wobec tego $\mathrm{L}_{\mathrm{mat}}$ będzie ulegać przesunięciu w trakcie czasowej ewolucji czasoprzestrzeni.

Tempo ekspansji dzisiejszego wszechświata jest mierzone przez stałą Hubble'a

$$H_0 = 100h \ [\mathrm{kms}^{-1}\mathrm{Mps}^{-1}],$$

gdzie $[\mathrm{Mps}] \simeq 3 \cdot 10^{24} [\mathrm{cm}]$, a h jest bezwymiarowym parametrem Hubble'a $h \in (0.62 \div 0.82)$. Z wartości H_0 możemy otrzymać charakterystyczną skalę czasową $t_0 \equiv H_0^{-1} \approx 10^{10} h^{-1} [\mathrm{lat}]$ oraz skalę długości $cH_0^{-1} \approx 3000 h^{-1} [\mathrm{Mps}]$. Z warunku, że rozmiar Wszechświata jest co najmniej cH_0^{-1}, otrzymujemy limit na moduł stałej kosmologicznej $|\Lambda_{\mathrm{eff}}| < 10^{-56} [\mathrm{cm}^{-2}]$.

W klasycznej ogólnej teorii względności nie da się utworzyć bezwymiarowej kombinacji ze stałych G, c i Λ, kiedy jednak rozważamy Wszechświat (pole grawitacyjne) jako układ kwantowy, to mamy dodatkowo stałą Plancka $\hbar$. Wówczas możemy utworzyć kombinację bezwymiarową $\Lambda(G\hbar/c^3) \equiv \Lambda l_{\mathrm{Pl}}^2$, gdzie l_{Pl} jest rozmiarem Plancka. Uzyskane wcześniej ograniczenie na Λ_{eff} tłumaczy się teraz na warunek bardzo subtelnego dostrojenia

$$\Lambda_{\mathrm{eff}} l_{\mathrm{Pl}}^2 \lesssim 10^{-123}.$$

Nie istnieją żadne teoretyczne przesłanki, dla których dzisiejsza wartość Λ miałaby być różna od zera i w tak szczególny sposób dostrojona do wartości energii próżni. Pytanie, dlaczego Λ nie jest po prostu równa zero, ale przyjmuje taką niewiarygodnie małą wartość, nazywamy problemem stałej kosmologicznej.

Interesujący jest fakt, że istnieje fizyczny sposób realizacji tej sytuacji (o której mówiliśmy wcześniej) poprzez konfigurację pól skalarnych. Gęstość Lagrangianu $\mathrm{L}_{\mathrm{mat}} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\ \partial^\mu\phi - V(\phi)$, a odpowiadający jej tensor energii--pędu ma postać

$$T^\nu_\mu = 2\frac{\delta \mathrm{L}_{\mathrm{mat}}}{\delta g^\mu_\nu} = \partial^\nu\phi\ \partial_\mu\phi - \delta^\nu_\mu\left(\frac{1}{2}\partial^\sigma\phi\ \partial_\sigma\phi - V(\phi)\right). \tag{10}$$

Dla konfiguracji pól skalarnych, które są stałe (np. w minimum potencjału $V(\phi)$ otrzymujemy $T^\nu_\mu = \delta^\nu_\mu V(\phi_{\mathrm{min}})$, co dokładnie odpowiada stałej kosmologicznej. Reasumując, jest do pomyślenia (chociaż pól skalarnych jeszcze nikt nie ,,widział") kombinacja dwóch wspomnianych efektów o całkowicie różnej naturze tak długo, jak układem rządzi teoria grawitacji opisywana przez ogólną teorię względności. Źródłem grawitacji staje się materia o efektywnym tensorze energii-pędu

$$T^{\mathrm{eff}}_{\mu\nu} = [V(\phi_{\mathrm{min}}) + \Lambda]g_{\mu\nu}.$$

Teraz, gdy minimum pola ϕ_{min}, a stąd $V(\phi_{\mathrm{min}})$ będzie zmieniać się w czasie, efektywna stała kosmologiczna

$$\Lambda_{\mathrm{eff}} = \Lambda + V(\phi_{\mathrm{min}}) \tag{11}$$

będzie również zmieniać się w czasie. Reasumując, każda wolnozmienna konfiguracja pól skalarnych prowadzi do wolnozmiennej Λ_{eff}.

Rozważmy teraz model kosmologiczny. Wybierzmy najprostszą metrykę dla tego modelu, a mianowicie metrykę modelu płaskiego

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)d\vec{x}^2, \qquad d\vec{x}^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2, \tag{12}$$

gdzie $a(t)$ jest czynnikiem skali, natomiast $d\vec{x}^2$ jest trójwymiarowym elementem płaskiej przestrzeni we współrzędnych współporuszających się. Zamiast czynnikiem skali a możemy posługiwać się równoważnie redshiftem $z = (a_0 - a)/a$ jako współrzędną czasową. Wówczas metrykę (12) możemy przepisać do postaci

$$ds^2 = \frac{1}{H^2(a)}\left(\frac{da}{a}\right)^2 - a^2 d\vec{x}^2 = \frac{1}{(1+z)^2}\left[\frac{dz^2}{H^2(z)} - d\vec{x}^2\right]. \tag{13}$$

Z relacji (13) możemy wywieść wniosek, że jedyną nietrywialną funkcją stojącą w metryce jest funkcja Hubble'a $H(z)$. Interesujący jest fakt, że funkcja $H(z)$ może być odtworzona na podstawie empirycznej relacji $d_L(z)$, wiążącej odległość jasnościową z redshiftem,

$$H(z) = \left[\frac{d}{dz} \left(\frac{d_L(z)}{1+z} \right) \right]^{-1}. \tag{14}$$

Równanie Einsteina dla metryki (13) i źródła w postaci tensora energii-pędu dla cieczy doskonałej o gęstości ρ i ciśnieniu p dają równania (1) i (2), które zachowują wielkość

$$\rho = 3H^2. \tag{15}$$

Powyższa funkcja jest niezależna od konkretnej postaci równania stanu i nazywa się całką pierwszą Friedmanna. Przy zadanym $\rho(a)$ można te równania wycałkować, otrzymując $a(t)$, czyli możliwe ścieżki ewolucyjne. Dla nas ważna jest interpretacja (15) jako zasady zachowania ,,energii" dla fikcyjnej cząstki-wszechświata, której zmiana pozycji w przestrzeni konfiguracyjnej oddaje ewolucję czynnika skali $a(t)$. Ze wzoru (15) otrzymujemy

$$\mathrm{E} = \frac{\dot{a}^2}{2} - \frac{\rho a^2}{6} = 0 \tag{16}$$

Powyższe równanie (równoważne (15)) przypomina nam równanie dla jednostkowej masy punktowej poruszającej się w polu potencjalnym $V(a) \equiv -\rho a^2/6$. Jej energia kinetyczna będzie oczywiście wynosiła $\dot{a}^2/2$. Wygodnie jest przepisać równanie (16) w postaci bezwymiarowej, wprowadzając nową wielkość $x \equiv a/a_0$, gdzie a_0 jest dzisiejszą wartością czynnika skali. Po tej transformacji otrzymujemy

$$\frac{\dot{x}^2}{2} - \frac{\rho(x)x^2}{6} = 0. \tag{17}$$

Dzieląc obustronnie powyższy wzór przez H_0^2, otrzymamy relację, w której współczynnik przy x^2 jest parametrem gęstości $\Omega = \rho/3H_0^2$. Zauważmy jednak, że teraz kropka oznacza różniczkowanie po przeskalowanym parametrze czasowym τ; $t \to \tau : |H_0| dt = d\tau$. Postać powyższego równania jest użyteczna, gdy materia wypełniająca Wszechświat jest zbudowana z mieszaniny nieoddziałujących fluidów, z których każdy posiada równanie stanu $p_i = w_i \rho_i$ (w_i jest stałe). Wtedy otrzymujemy

$$\frac{\dot{x}^2}{2} + V(x) = 0, \tag{18}$$

gdzie

$$V(x) = -\frac{1}{2}\sum_i \Omega_{i,0} x^{-1-3w_i}, \tag{19}$$

$\Omega_{i,0}$ są wartościami parametrów gęstości odniesionymi do dzisiejszej epoki. Gdy podstawimy $H = H_0$, $x = 1$, otrzymujemy więc $\sum_i \Omega_{i,0} = 1$.

Różniczkując równanie (17), uzyskujemy równania ruchu w postaci

$$\ddot{x} = -\frac{\partial V(x)}{\partial x}. \tag{20}$$

Oznacza to, że Wszechświat przyspiesza dla tych x, dla których $V(x)$ jest funkcją malejącą albo rosnącą funkcją z (por. Rys. 2). Dzisiejsza akceleracja Wszechświata oznacza, że $\ddot{x} > 0$ dla $x = 1$, co jest równoważne spełnieniu warunku

$$\sum_i (1 + 3w_i)\Omega_{i,0} < 0. \tag{21}$$

Innymi słowy: dla wyjaśnienia, że Wszechświat dzisiaj przyspiesza (nie interesuje nas tempo akceleracji), konieczne jest ujemne ciśnienie.

Z mechaniki klasycznej wiemy, że z wykresu funkcji potencjału automatycznie otrzymamy ewolucję układu w przestrzeni fazowej $(a, \dot{a})$. Tam, gdzie wykres $V(a)$ posiada maksima, mamy siodła, tam zaś, gdzie minima, otrzymujemy centra.

Zauważmy również, że potencjał $V(a)$ można wyznaczyć z funkcji Hubble'a, ponieważ całkowita ,,energia" układu jest zachowywana. Mamy więc ważny wniosek, że potencjał $V(a)$, który determinuje ruch układu, możemy wyznaczyć z relacji $d_L(z)$

$$V(z) = -\frac{1}{2}H^2(z)(1+z)^{-2}. \tag{22}$$

Dalej pokażemy postać funkcji $V(z)$ zrekonstruowaną z danych obserwacyjnych dla odległych supernowych typu Ia (SNIa) [4]. Aby lepiej zrozumieć załączone do pracy rysunki, krótko opiszemy przeprowadzoną przez nas analizę statystyczną.

Załóżmy, że dla N supernowych mamy dane ich widome jasności, które oznaczamy tutaj przez $m_{0,i}(z)$, $i = 1, \ldots, N$, o błędach $\sigma_{m_{0,i}}$. Dla danego modelu teoretycznego o n parametrach swobodnych c_j wyliczamy jasności supernowych $m_{t,i}(z, c_j)$ przewidywane przez model. Jeśli założymy gaussowski rozkład błędów, to funkcja największej wiarygodności ma postać

$$\mathrm{L} \propto \exp(-\chi^2/2)$$

gdzie χ^2 (mająca rozkład χ^2 o $N-n$ stopniach swobody) jest dana przez

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{m_{0,i}(z) - m_{t,i}(z, c_j)}{\sigma_{m_{0,i}}} \right]^2, \tag{23}$$

oraz

$$m_{t,i}(z, c_j) = \mathcal{M} + 5\log(H_0 d_L(z, c_j)). \tag{24}$$

Parametr modelu $\mathcal{M}$ jest związany ze stałą Hubble'a H_0 i jasnością absolutną supernowych M poprzez zależność $\mathcal{M} = M - 5\log H_0 + 25$. Przyjmujemy model wszechświata ze stałą kosmologiczną wypełniony nierelatywistyczną materią i dopuszczający niezerową krzywiznę przestrzeni. Zgodnie z tym założeniem możemy zapisać wzór, który wiąże odległość jasnościową d_L z parametrami przyjętego modelu

$$d_L(z) = \frac{1+z}{H_0\sqrt{|\Omega_{k,0}|}} \mathcal{F}\left(\int_0^z \frac{\sqrt{|\Omega_{k,0}|}dz'}{\sqrt{A_0 + A_1(1+z') + A_2(1+z')^2 + A_3(1+z')^3}} \right), \tag{25}$$

gdzie

$$\mathcal{F}(\xi) = \begin{cases} \sin\xi & \text{dla} \quad \Omega_{k,0} > 0, \\ \xi & \text{dla} \quad \Omega_{k,0} = 0, \\ \sinh\xi & \text{dla} \quad \Omega_{k,0} < 0, \end{cases} \tag{26}$$

$A_j = \rho_{0,j}/3H_0^2$, $(j = 0,2,3)$ — parametry gęstości odpowiednio dla fikcyjnego fluidu stałej kosmologicznej ($\Omega_{\Lambda,0}$, $w=-1$), fikcyjnego fluidu strunowy ($w=-1/3$) oraz materii pyłowej ($\Omega_{\mathrm{m},0}$, $w=0$). Ze względu na wyniki badań WMAP-a zajmujemy się modelem płaskim. Parametr A_1 i A_2 oznacza defekty topologicznych odpowiednio dwuwymiarowe (ściany domen) i jednowymiarowe (struny). Wartości parametrów najlepszego dopasowania $\tilde{c}_j = \{\mathcal{M}, A_j\}$ (przedstawione w Tab. 1) wyznaczamy minimalizując funkcję $\chi^2(c_j)$

$$\left.\frac{\partial\chi^2(c_j)}{\partial c_j}\right|_{c_j=\tilde{c}_j} = 0.$$

Można pokazać, że wielkość $\Delta\chi^2 = \chi^2(c_j) - \chi^2(\tilde{c}_j)$ ma rozkład χ^2 o n stopniach swobody.

Przy założeniu, że błędy pomiarowe mają rozkład normalny, prawdopodobieństwo warunkowe, że prawdziwy jest dany model pod warunkiem, że posiadamy obserwacje μ, liczymy ze wzoru Bayesa

$$P(c_j \mid \mu) = \frac{P(\mu \mid c_j)P(c_j)}{\sum_{i=1}^{n} P(\mu \mid c_j)P(c_j)}.$$

gdzie prawdopodobieństwo otrzymania obserwacji μ pod warunkiem, że prawdziwy jest model sparametryzowany przez c_j, jest dany wzorem

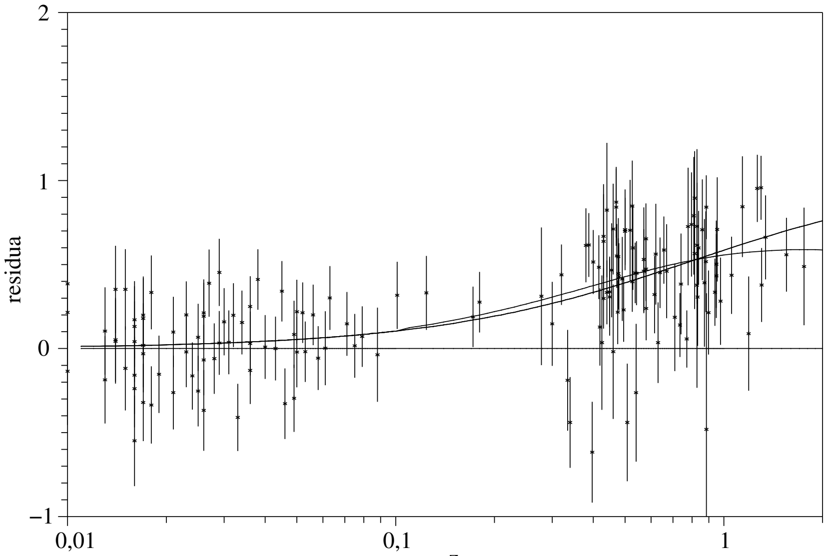
$$P = \prod_{i=1}^{N} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left(-\frac{(m_{0,i} - m_{t,i})^2}{2\sigma_{0,i}^2} \right).$$

gdzie $m_{t,i}$ jest teoretyczną jasnością supernowych przewidzianą przez model sparametryzowany przez c_j,. Załóżmy, że interesujemy się obszarem wartości dla podzbioru l parametrów ($l \leq n$), jakie przyjmują one na poziomie ufności p. Obszar ten możemy wyznaczyć, dokonując marginalizacji rozkładu prawdopodobieństwa $\mathrm{P}(c_j)$ po pozostałych $n-l$ parametrach (co jest równoważne wycałkowaniu rozkładu prawdopodobieństwa $\mathrm{P}(c_j)$ po pozostałych $n-l$ parametrach). Brzeg obszaru wartości parametrów na poziomie ufności p (np. 68% lub 95%) znajdujemy jako poziomicę rozkładu prawdopodobieństwa, wyznaczającą granice całkowania, dającego w wyniku wartość odpowiednio $0{,}68$ lub $0{,}95$.

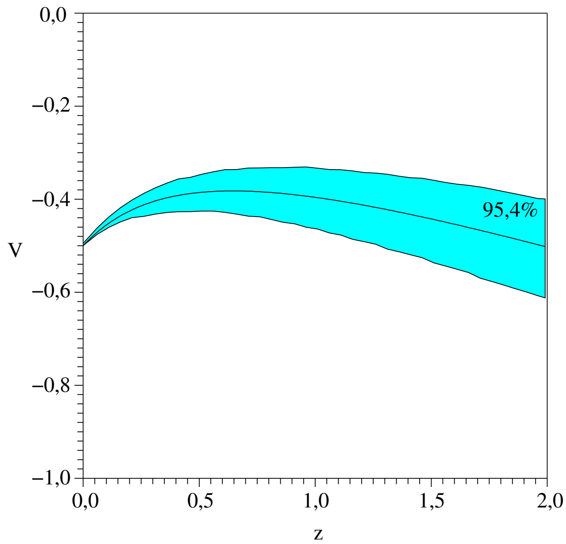
Na Rys. 2 pokazaliśmy zrekonstruowaną z obserwacji zależność potencjału V (determinującego dynamikę modelu) od redshiftu z. Rekonstrukcja taka okazuje się rzeczą o wiele prostszą niż wyznaczenie zależności współczynnika $w(z)$ w równaniu stanu dla materii wypełniającej Wszechświat [8, 9, 10].

Tab. 1. Wyniki statystycznej estymacji parametrów z obserwacji supernowych typu Ia (próbka Gold supernowych opracowana przez Riess et al. [4]) dla modeli płaskich: a) ΛCDM b) z materią pyłową, strunową i stałą kosmologiczną c) z materią pyłową ($\Omega_{m,0} = 0,3$), strunową i stałą kosmologiczną; d) z materią pyłową ($\Omega_{m,0} = 0,3$), strunową, stałą kosmologiczną i dwuwymiarowymi defektami topologicznymi.

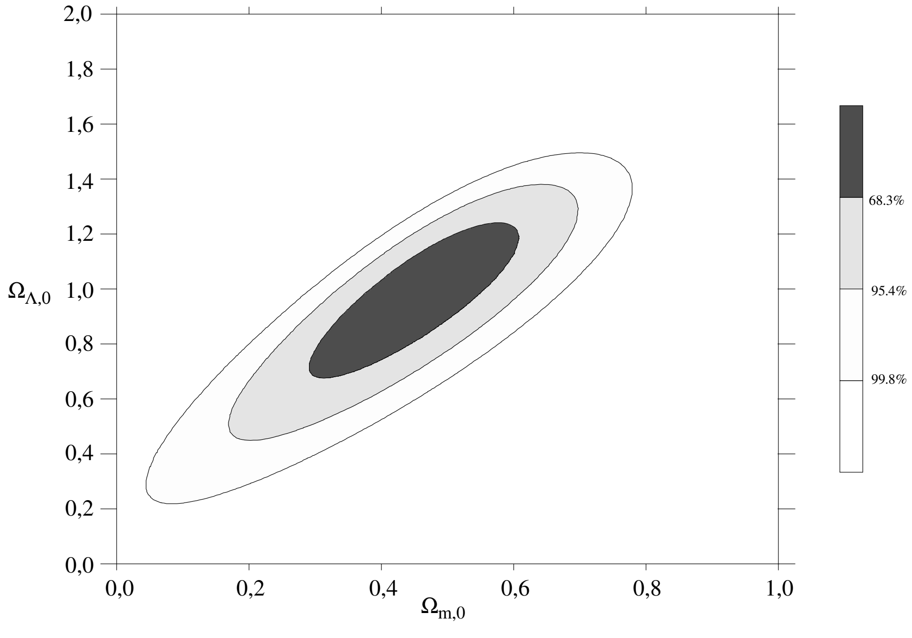
	A_0	A_1	A_2	A_3	M	χ^2	z_{trans}	V_{max}
minimum χ^2	$0,69$	—	$0,00$	$0,31$	$15,955$	$175,9$	$0,645$	$-0,382236$
maksimum P	$0,69^{+0,04}_{-0,06}$	—	$0,00$	$0,31^{+0,06}_{-0,04}$	$15,955$			
minimum χ^2	$1,32$	—	$-1,30$	$0,98$	$15,945$	$173,4$	$0,392$	$-0,372428$
maksimum P	$1,33^{+0,26}_{-0,32}$	—	$-1,33^{+0,58}_{-0,62}$	$0,99^{+0,31}_{-0,33}$	$15,945$			
minimum χ^2	$0,69$	—	$0,01$	F 0,3	$15,955$	$175,9$	$0,663$	$-0,378970$
maksimum P	$0,69^{+0,07}_{-0,07}$	—	$0,01^{+0,07}_{-0,07}$	F 0,3	$15,955$			
minimum χ^2	$3,29$	$-4,32$	$1,73$	F 0,3	$15,935$	$173,0$	$0,352$	$-0,369831$
maksimum P	$3,17^{+1,05}_{-1,61}$	$-4,14^{1,60}_{-1,69}$	$1,66^{+0,65}_{-0,69}$	F 0,3	$15,935$			



Rys. 1. Diagram Hubble'a dla próbki Gold supernowych typu Ia [4]. Krzywe reprezentują residua $(m_j - M_j) - (m_{\mathrm{EdS}} - M_{\mathrm{EdS}}) = m_i - m_{\mathrm{EdS}}$ płaskiego modelu ze stałą kosmologiczną, płaskiego modelu ze materią strunową, materią pyłową względem modelu Einsteina-de Sittera.



Rys. 2. Poziomy wiarygodności dla zrekonstruowanej z obserwacji funkcji potencjału dla płaskiego modelu $\Omega_{k,0} = 0$ (zob. Tab. 1). Środkowa krzywa reprezentuje najlepsze dopasowanie.



Rys. 3. Dwuwymiarowy rozkład prawdopodobieństwa dla parametrów $\Omega_{m,0}$ i $\Omega_{\Lambda,0}$. Elipsy wskazują wartości parametrów na poziomie istotności 68%, 95% i 99%.

2. METODOLOGICZNE I EPISTEMOLOGICZNE ASPEKTY KONCEPCJI CIEMNEJ ENERGII

Do tej pory prezentowaliśmy *state of art* w dziedzinie fizycznych badań problemu ciemnej energii. W tym paragrafie chcemy skoncentrować się raczej na filozoficznych i metodologicznych aspektach poszukiwań adekwatnego modelu ciemnej energii. Dramaturgia zaistniałej sytuacji polega na tym, że z jednej strony stała kosmologiczna wygrywa konkurencję z innymi alternatywnymi koncepcjami, ponieważ lepiej fituje obserwacje odległych supernowych i jednocześnie pozostaje rozwiązaniem prostszym. Z drugiej strony jest ona jedynie opisowym rozwiązaniem, niezadowalającym z fizycznego punktu widzenia, ponieważ rodzi dyskomfort w rozumieniu problemu. Fizycy czasami podobną teorię nazywają teorią efektywną. Zilustrujmy to na przykładzie alternatywy, jaką jest dla niej ciecz Czapłygina. Jest to ciecz o egzotycznym równaniu stanu $p=-\frac{A}{\rho}$ ($A>0$). Równanie stanu jest oczywiście pewnym związkiem czysto fenomenologicznym. Fizycy powiedzą, że będą znali naturę ciemnej energii, jeśli znajdą dla niej Lagrangian. Póki co obserwacje nie dają możliwości rekonstrukcji takiego Lagrangianu w sposób jednoznaczny. Z zasady zachowania dla cieczy Czapłygina uzyskamy natychmiast zależność gęstości od czynnika skali.

$$\rho(a)=\left(A+\frac{B}{a^6}\right)^{1/2}, \tag{27}$$

gdzie A i B są stałymi dodatnimi. Dla dużych a zależność $\rho(a)$ zmierza do stałej (jak dla stałej kosmologicznej), a dla czynnika skali $a \ll 1$ (tj. w pobliżu osobliwości początkowej) gęstość energii $\rho \propto a^{-3}$ jak dla materii pyłowej. Najbardziej interesujące w tym równaniu stanu jest to, że w jednej formule zostały zunifikowane stała kosmologiczna i ciemna materia.

Z drugiej strony istnieją niezależne pomiary $\Omega_{\mathrm{m},0}$, dające w przybliżeniu wartość $0{,}3$. Jeśli jednak zgodzimy się z tą wartością, to z analizy statystycznej otrzymujemy, że preferowany jest model ze stałą kosmologiczną. Dalej fizycy rozumują zgodnie z brzytwą Ockhama i przyjmują prostsze rozwiązanie – stałą kosmologiczną.

Kryterium prostoty pozostaje uzasadnione jak u Einsteina poprzez zasadę ekonomii – przyroda wybiera rozwiązania najprostsze. Sens pojęcia prostoty nie jest jednak oczywisty. W grę wchodzą argumenty natury raczej estetycznej niż fizycznej czy też pewne założenia filozoficzne. Zwróćmy uwagę, że do takiej konkluzji dochodzimy, posiłkując się metodologią obszarów największej wiarygodności (Rys. 3). Zauważmy, że jeśli takie obszary otrzymamy dodatkowo z innych obserwacji, powiedzmy z analizy anizotropii promieniowania reliktowego, to nastąpi zawężenie parametrów modelu, bo będą one teraz tworzyć część wspólną obszarów dla różnych obserwacji. Stąd silna potrzeba dokonywania niezależnych od misji SNAPa obserwacji Wszechświata (niekoniecznie jego akceleracji). Astronomowie dedykują różnorodne laboratoria, tak naziemne jak i satelitarne, właśnie po to, aby uzyskać nowe obszary wiarygodności, nakładające się na inne i zawężające obszary wartości parametrów modeli. W tym celu kierowane są duże strumienie pieniędzy, a finansowane projekty są silnie wspierane poprzez najnowsze osiągnięcia technologiczne.

Zwróćmy uwagę, że w tej metodologii badań ważną rolę odgrywa tzw. bayesowska koncepcja prawdopodobieństwa warunkowego. Statystyczne techniki bayesowskie zostały stworzone dzięki pracom Gaussa, Bayesa, Laplace'a, Bernoulliego i innych. Epistemologia bayesowska bazuje na subiektywnej definicji prawdopodobieństwa jako stopnia przekonania (*degree of belief*) oraz twierdzeniu Bayesa, które jest podstawowym narzędziem przypisującym prawdopodobieństwo hipotezom łączącym sądy *a priori* z informacją z doświadczenia. Podejście bayesowskie jest naturalnym podejściem do analizy danych i do przypisania niepewności wynikom fizycznych pomiarów (błędy), podczas gdy jednocześnie rozwiązuje filozoficzne aspekty problemu [2].

Jest to alternatywa do klasycznej definicji częstościowej prawdopodobieństwa. W klasycznym podejściu definicja częstościowa opisuje aprioryczne prawdopodobieństwo prawdziwej zmiennej losowej poprzez analizę ansambla powtarzanych eksperymentów. W kosmologii czy astrofizyce mówimy o prawdopodobieństwie *a posteriori* hipotezy, która może być prawdziwa albo fałszywa i stąd nie jest zmienną losową. Teorie bayesowskie dają prawdopodobieństwo takiej hipotezy z dostępnych, często niekompletnych danych. Na przykład mamy obserwacje supernowych i liczymy prawdopodobieństwo wystąpienia określonych wartości parametrów pod warunkiem, że mamy dany zestaw obserwacji[1].

---

[1] Z bayesowską teorią potwierdzania i wzmacniania przez świadectwa można się zapoznać w rozdz. XVI publikacji: J. Losee, *Wprowadzenie do filozofii nauki*, Warszawa 2001.

W kosmologii istnieje pewien model odniesienia – jest nim model ciemnej zimnej materii (Λ *cold dark matter*, w skrócie: ΛCDM). Ten model najlepiej tłumaczy obserwacje astronomiczne. Teraz używając technik bayesowskich, porównujemy każdy nowy model ciemnej energii ze wzorcem ΛCDM. Załóżmy, że nasz model zależy od pewnych parametrów. Interesujące jest, jaka kombinacja parametrów daje najlepsze dopasowanie danych obserwacyjnych. Innymi słowy mamy problem selekcji modelu. Kluczowym narzędziem selekcji jest tutaj kryterium informacyjne Akaika (AIC) [1]. Na przykład w kosmologii chcemy odróżniać parametry istotne modelu od parametrów dodatkowych, jedynie zwiększających ogólność modelu. W tym celu użytecznym kryterium jest kryterium Akaike, które jest dane przez

$$\mathrm{AIC} = -2\ln \mathrm{L} + 2k$$

gdzie L jest maksimum funkcji największej wiarygodności, a k liczba parametrów modelu. Najlepszy model to taki, który minimalizuje AIC. To kryterium pojawia się z entropii informacyjnej Kullbacka-Leiblera. Innymi słowy, kryterium Akaike służy do filtracji nadmiarowych parametrów, które w nieistotny sposób poprawiają dopasowanie modelu. Kryterium to dla modelu ΛCDM daje daje najmniejszą wartość $\mathrm{AIC} = 179{,}9,$ a zakładając, że w tym modelu $\Omega_{\mathrm{m},0} = 0{,}3,$ otrzymujemy $\mathrm{AIC} = 177{,}9.$ Ten model jest faworyzowany przez kryterium AIC, ponieważ daje najmniejszą wartość współczynnika AIC. Na przykład dla modelu z materią strunową, dwuwymiarowymi defektami topologicznymi oraz ustalonym $\Omega_{\mathrm{m},0} = 0{,}3$ otrzymujemy $\mathrm{AIC} = 179{,}0.$

Wynik takiego porównania przemawia za stałą kosmologiczną, która dodatkowo posiada swój kontekst historyczny. Wszystkie nowe idee muszą przejść test porównawczy z modelem standardowym, który buduje obowiązujący paradygmat naukowy. Z drugiej strony model ΛCDM daje opis sytuacji fizycznej, ale nie pozwala zrozumieć, dlaczego stała kosmologiczna ma być tak niewiarygodnie małą częścią energii próżni. Sytuacja, w której nie istnieje jakiś luz w układance kosmologicznych puzzli, wydaje się niewiarygodna (ang. *fine tuning problem*) i należałoby położyć $\Lambda = 0.$ Wtedy jednak stajemy przed problemem, dlaczego Wszechświat akceleruje. Myślimy, że taką sytuację można nazwać z punktu widzenia filozofii Kuhna kryzysem.

Wydaje się nam niezwykle ciekawe, że dojrzewanie tej sytuacji możemy śledzić *in statu nascendi*. Interesujące również jest to, że sposób jej rozwiązywania może powiedzieć filozofom nauki wiele o pewnych mechanizmach tkwiących u podstaw jej rozwoju. Kuhn, formułując swoją teorię rozwoju nauki, odwołuje się do rewolucji kopernikańskiej. Sądzimy, że gdyby żył dzisiaj, z powodzeniem mógłby badać, jak fizycy rozwiązują problem akceleracji Wszechświata. Zauważmy, że kosmologia ze swej natury niesie od samego początku pewne treści poznawcze i światopoglądowe, których zmiana odbija się zawsze głośnym echem w nauce i kulturze. Kuhn z pewnością wybrałby kosmologię.

Można oczywiście dalej spekulować o sposobie rozwiązania tej sytuacji kryzysowej. Moje własne doświadczenie uczy mnie, że niestety udział filozofów nauki czy nawet ich wiedzy na temat mechanizmów rozwoju nauki będzie niewielki. Byłoby tutaj miejsce na propagowaną przez Michała Hellera metodologię wewnętrzną nauki, ale tę uprawiają *de facto* fizycy o skłonnościach filozoficznych czy posiadający kulturę filozoficzną. Niech przykładem będzie wybitny astrofizyk Bernard Jones, który napisał pracę doktorską z teorii Feyerabenda, czy C. J. Isham, który zajmuje się strukturą i interpretacją kwantowej teorii grawitacji. Tak więc przewidywany udział filozofów nauki w sterowaniu tym procesem będzie prawdopodobnie niewielki. Fizycy, używając zdrowego rozsądku i swojej własnej użytkowej, zdroworozsądkowej filozofii, mówiącej, że przyroda nie lubi zbiegów okoliczności i brzytwy Ockhama, dokonają zmiany paradygmatu. I tak być powinno[2]. Filozofowie natomiast opiszą ten proces *post factum* i dokonają jego refleksji. Napiszą również wiele prac typu uwarunkowania i implikacje filozoficzne czy, jak ten paragraf, aspekty, wprowadzając nowe myślenie do szeroko pojętej kultury. Zauważmy jednak, że wpływ na zmianę myślenia pochodzi z obserwacji (SNIa), które można wyjaśnić w starym modelu, ale to wyjaśnienie jest niezadowalające z punktu widzenia jego zrozumienia.

Poczyńmy również pewną ogólną refleksję dotyczącą natury pytań filozofii przyrody. Dla wielu jest ona w dalszym ciągu pochwałą ciekawości przyrodniczej. Można oczywiście spierać się o to, czym ona jest, wydaje się jednak, że zawsze w nauce będzie istniał szereg pytań, które można zaliczyć do szeroko pojętej filozofii przyrody. To, co robimy, jest faktycznym uwiarygodnieniem tego stanu rzeczy. Pytanie o naturę materii wypełniającej Wszechświat wydaje się należeć właśnie do pytań filozofii przyrody. Andrzej Sta-

[2] Jest to pogląd zgodny z opinią G. Holtona, który w 1984 r. stwierdził, że w opinii – słusznej czy nie – znacznej większości naukowców przesłania współczesnych filozofów, którzy nie są czynnymi naukowcami, są bezużyteczne i mogą być bezpiecznie pominięte. Zob. G. H o l t o n, *Do Scientists Need a Philosophy?*, „Times Literary Supplement” 1984, November, s. 1232.

ruszkiewicz nazywa ,,filozofem przyrody" tego, kto, uprawiając fizykę fundamentalną, wychodzi poza nią i odwołuje się do kontekstu filozoficznego czy historycznego (jak np. A. Einstein). Charakterystyczną cechą tych pytań jest to, że mają one własność powrotu, podobnie jak ma to miejsce dla zachowawczych układów mechanicznych. Są to pytania o naturę czasu i przestrzeni, o skończoność i nieskończoność przestrzeni etc. Pytanie o naturę ciemnej energii jest jakby odbiciem pierwszych pytań greckich filozofów przyrody o *arche*. Powróciło ono do nas w formie pytania o naturę ciemnej energii. Dopóki takie pytania istnieją, refleksja filozoficzno-historyczna nad nimi ma głęboki sens, a tym samym ma sens filozofia przyrody.

Jednym ze sposobów rozwiązania problemu ciemnej energii jest tzw. cząstka kwintesencji. Takiej cząstki jeszcze nikt nie widział (nazywa się ją inflatonem), ale musiałaby ona być niewiarygodnie lekka i duża. Jej przewidywana masa jest $m_\phi \square H_0 \square 10^{-33}\mathrm{eV}$, a rozmiary rzędu gromady galaktyk. I pomyślmy przez chwilę, czy jest to odpowiedź daleka od propozycji greckich filozofów przyrody. Reasumując, odnajdujemy we współczesnej kosmologii sytuację dojrzewającą do zmiany paradygmatu – modelu ΛCDM.

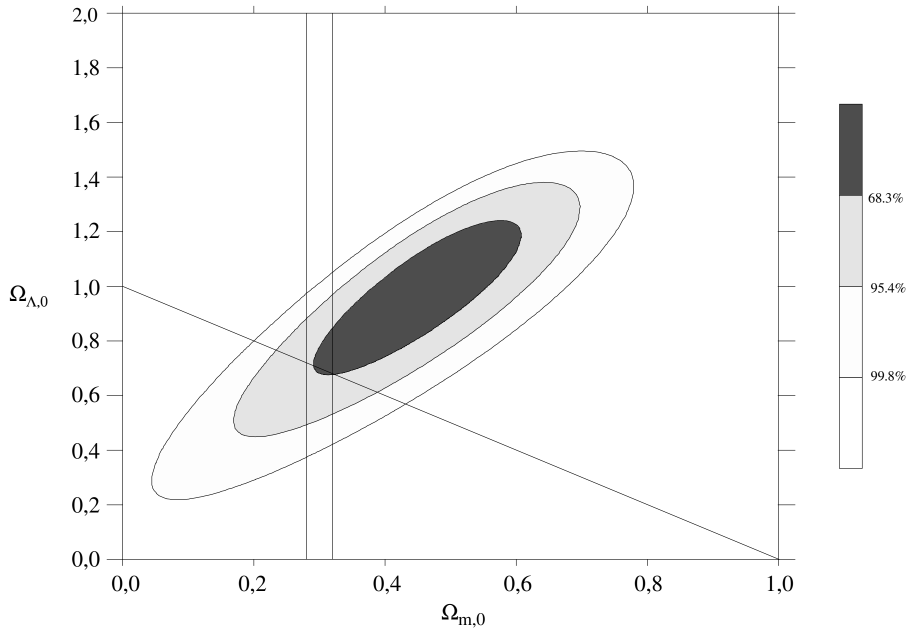
Spróbujmy spojrzeć na rozwój kosmologii współczesnej z punktu widzenia teoriopoznawczego. Zauważmy, że między kosmologią obserwacyjną i kosmologią teoretyczną zawsze będzie istnieć pewna sprzeczność, wynikająca z faktu, że dziedziny te w różny sposób określają cele, do których zmierzają. Teoretycy zawsze starają się rozważać sytuacje ogólniejsze z większą liczbą parametrów, podczas gdy obserwatorzy będą zawężać klasę możliwych światów.

Współczesna kosmologia rozwija się przy bardzo silnym wsparciu najnowszych osiągnięć technologicznych, które umożliwiają zbieranie obserwacji astronomicznych w obserwatoriach naziemnych i orbitalnych. Sens prowadzenia tych obserwacji polega na tym, że dostarczają one niezależnych ograniczeń na parametry kosmologiczne. Punktem wyjścia jest pewien uproszczony model teoretyczny FRW, a w zasadzie rodzina takich modeli. Model taki jest nieokreślony, póki nie wyznaczymy jego parametrów. Jest zadziwiające, że taki prosty model pozwala nam zrozumieć obserwacje. Metoda największej wiarygodności pozwala na wyznaczanie obszarów ufności, do których z określonym prawdopodobieństwem będą należeć wartości parametrów modelu. Takimi parametrami mogą być na przykład wspomniane wcześniej parametry gęstości. Załóżmy, że przestrzeń parametrów układu jest dwuwymiarowa i wypełnia pierwszą ćwiartkę układu współrzędnych ($\Omega_{\mathrm{m},0}$, $\Omega_{\Lambda,0}$). Z obserwacji supernowych typu Ia uzyskujemy pewne obszary ufności na tej płaszczyźnie. Od razu zauważamy, że istnieje nieskończenie wiele modeli zgodnych z obserwacjami. Taką sytuację nazywa się problemem degeneracji i problem w tym, by w jakiś sposób ograniczyć liczbę modeli, które są zgodne z obserwacjami. Z obserwacji WMAP-a otrzymujemy (dla dyskusji parametrów kosmologicznych por. [11]), że Wszechświat jest prawie płaski, co oznacza, że parametry modelu muszą leżeć na linii o równaniu $\Omega_{\Lambda,0} = 1 - \Omega_{m,0}$. Niezależne pomiary pozagalaktyczne dają nam wartość $\Omega_{m,0}$ skoncentrowaną wokół wartości $0{,}3 \pm 0{,}02$, tworząc pas wartości parametrów na płaszczyźnie ($\Omega_{m,0}$, $\Omega_{\Lambda,0}$) (Rys. 4). Zwróćmy uwagę, że kolejne ograniczenia na parametry modelu można opisać poprzez ciąg odwzorowań zwężających obszaru wyjściowe w siebie. Gdy przestrzeń stanu układu jest przestrzenią Banacha, to ciąg odwzorowań zwężających jest zbieżny do punktu stałego. Tym punktem stałym jest model naszego Wszechświata[3].

W swojej pracy doktorskiej sformułowałem powyższą koncepcję, ale dopiero dzisiaj potrafię zrozumieć jej ograniczenia. Rzecz polega na tym, że kompletna obserwacyjna przestrzeń stanów nie jest nam dana od Pana Boga. Jesteśmy zdani na posługiwanie się prostymi, naiwnymi modelami z założoną przestrzenią parametrów. Przestrzeń ta, podobnie jak Wszechświat, będzie podlegać zmianom, na przykład jej wymiar może ulec redukcji. Wyjściem z tej sytuacji jest odniesienie do dzisiejszej epoki. Wydaje się że wtedy można zdefiniować zbiór istotnych parametrów kosmologicznych w następujący sposób. Załóżmy, że posiadamy model k parametrowy oraz inny konkurencyjny $k+1$-parametrowy. Załóżmy, że dysponujemy pewnym kryterium pozwalającym porównać modele z punktu widzenia jakości ich dopasowania do danych obserwacyjnych. Dodanie nowego parametru poprawia lub przynajmniej nie zmienia dopasowania. Najlepiej dopasowany model miałby nieskończoną ilość parametrów, chociaż większość z nich nie wnosi nic istotnego do opisu Wszechświata. Dlatego, kierując się kryterium prostoty logicznej [12], wybieramy model z k istotnymi parametrami. Istnieją pewne kryteria informacyjne pozwalające określić, na ile dodany parametr poprawił dopasowanie, tak by można było o nim mówić, że jest ważnym parametrem w modelu.

---

[3] Ściśle rzecz biorąc, przy wyznaczaniu łącznych obszarów ufności należałoby brać nie część, lecz iloczyn prawdopodobieństw. Jest to zgodne z twierdzeniem Bayesa.



Rys. 4. Ilustracja aproksymacyjnego podążania do modelu naszego Wszechświata. Kolejne niezależne obserwacje ograniczają obszar dopuszczalnych wartości parametrów obserwacyjnych $\Omega_{m,0}$, $\Omega_{\Lambda,0}$. Z matematycznego punktu widzenia proces ten można traktować jako odwzorowanie zwężające obszarów wartości parametrów w siebie.

Podziękowania

Autor dziękuje Prof. M. Hellerowi za przeczytanie pracy i cenne uwagi. Jestem również wdzięczny uczestnikom Seminarium Kosmologii Obserwacyjnej W. Godłowskiemu, A. Krawcowi, T. Stachowiakowi i R. Wojtakowi za wspieranie idei tej pracy i dyskusję poruszanych w niej problemów. Praca była finansowana przez grant KBN 1 P03D 003 26.

REFERENCJE

[1] H. Akaike, IEEE Trans. Auto. Control **19**, 716, (1974).

[2] G. D'Agostini (1999), CERN Yellow Report 99-03.

[3] W. Godłowski, M. Szydłowski and A. Krawiec, Astrophys. J. **605**, 599 (2004), astro-ph/0309569.

[4] A. G. Riess et al., Astrophys. J. **607**, 665 (2004), astro-ph/0402512.

[5] S. J. Perlmutter et al., Astrophys. J. **517**, 565 (1999), astro-ph/9812133.

[6] A. G. Riess et al., Astron. J. **116**, 1009 (1998), astro-ph/9805201.

[7] T. Roy Choudhury and T. Padmanabhan, Astron. Astrophys. **429**, 807 (2005), astro-ph/0311622.

[8] M. Szydlowski and W. Czaja, Phys. Rev. D **69**, 083518 (2004), gr-qc/0305033.

[9] M. Szydlowski and W. Czaja, Phys. Rev. D **69**, 083507 (2004), astro-ph/0309191.

[10] M. Szydlowski and W. Czaja, Phys. Rev. D **69**, 023506 (2004), astro-ph/0306579.

[11] O. Lahav and A. R. Liddle, Phys. Lett. B **592**, 1 (2004), astro-ph/0406681.

[12] J. Such, Czy istnieje experimentum crucis?, PWN, Warszawa (1975).

THE DARK ENERGY AS A PROBLEM OF THE COSMOLOGY IN XXI CENTURY

Summary

The current cosmological observations of distant supernovae type Ia suggest the existence of dark energy component with negative pressure. The most obvious candidate for this dark energy is the cosmological constant which raises several theoretical difficulties. The problem of dark energy, due to our Universe is accelerating at present in principle is open. We argue that this problem will dominate the cosmology in XXI century. From the philosophical point of view it is interesting to provide evidence and comments for the key issues related to the dark energy models just at the moment before scientific revolution.

Summarized by Marek Szydłowski

Słowa kluczowe: ciemna energia, kosmologia.

Key words: dark energy, cosmology.