ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom LIV, numer 2 – 2006

MAREK LECHNIAK

WIELOWARTOŚCIOWOŚĆ A POJĘCIA EPISTEMICZNE

W pracach dotyczących pojęć epistemicznych co jakiś czas pojawiają się odniesienia do logik wielowartościowych. W niniejszym artykule podejmę próbę przedstawienia i oceny niektórych zastosowań terminologii związanej z wielowartościowością do analizy pojęć epistemicznych.

Matrycowe ujęcie rachunku zdań nie musi być traktowane jako semantyka. Jest to raczej jeden z wielu syntaktycznych sposobów charakteryzowania funktorów[1]. Dlatego sam fakt zastosowania wielowartościowej charakterystyki matrycowej nie powoduje, że system taki opiera się na intuicjach różnych od klasycznych. Odróżnia się zatem tzw. wielowartościowość formalną, gdy matryce zawierające więcej niż dwie wartości nie implikują założeń innych niż założenia logiki klasycznej, a umożliwiają tylko dogodny sposób charakterystyki nowych, „nieklasycznych” funktorów i wielowartościowość istotną, gdy taka logika ma charakter „dewiacyjny”, tzn. nie obowiązują w niej odpowiedniki niektórych tez klasycznego rachunku zdań. Matrycowa charakterystyka funktorów, ze względu na swą jednoznaczność (funktor tak charakteryzowany jest prawdziwościowy (ekstensjonalny)), gwarantuje łatwą metodę rozstrzy-

Dr MAREK LECHNIAK – Katedra Logiki, Wydział Filozofii, Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II; adres do korespondencji: Al. Racławickie 14, 20-950 Lublin; e-mail: lechmar@kul.lublin.pl

[1] Por. L. B o r k o w s k i, *Kilka uwag o zasadzie dwuwartościowości i logikach wielowartościowych*, „Roczniki Filozoficzne” 29 (1981), z. 1, s. 9-14. Na dwojakie zastosowania matryc logicznych wskazywał J. Łoś we wstępie do pracy *O matrycach logicznych* (Wrocław 1948): „używane one bywają bądź w postaci sformalizowanej, tj. takiej, w której wartościom i funkcjom matrycy nie nadaje się żadnej interpretacji, bądź w postaci półintuicyjnej. To ostatnie postępowanie, zastosowane do systemów algebraicznych, jest często równoważne interpretacji tych systemów w pewnej klasie przedmiotów” (s. 5).

gania, czy dane wyrażenie jest tezą systemu, a także wygodny sposób dowodzenia niesprzeczności systemu. Dlatego po to narzędzie sięgają autorzy różnych systemów logicznych, w tym także systemów logik epistemicznych.

1. FORMALIZACJA FUNKCJI INTENSJONALNYCH SYSTEM J. ŁOSIA[2]

Na początku naszych rozważań przypomnijmy dokonania J. Łosia z lat czterdziestych. Łoś konstruuje wówczas dwa dość podobne systemy: jeden – logiki epistemicznej, drugi – przeznaczony jako podstawa logicznej analizy kanonów Milla, formalizujący „pewien fragment języka fizykalnego”[3]. W obu matryce wielowartościowe odgrywają ważną rolę.

Celem artykułu *Logiki wielowartościowe a formalizacja funkcji intensjonalnych* było wykazanie, że formalna analiza wyrażeń, w których występują w sposób istotny funktory nieekstensjonalne, a których wzorcowym przedstawicielem jest np. „*x* uznaje, że ...”, jest możliwa[4]. W przedstawionym tam systemie funktor epistemiczny jest charakteryzowany za pomocą następującego układu aksjomatów:

(L1) $Lx\ p \equiv \sim Lx\ (\sim p)$; każdy, kto stoi w obliczu pary zdań sprzecznych musi jedno z nich uznać, a drugie odrzucić;

(L2.1) $Lx\ ((p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)))$

(L2.2) $Lx\ ((\sim p \rightarrow p) \rightarrow p)$

(L2.3) $Lx\ (p \rightarrow (\sim p \rightarrow q))$

Wszyscy uznają trzy aksjomaty klasycznego rachunku zdań.

(L3) $Lx\ (p \rightarrow q) \rightarrow (Lx\ p \rightarrow Lx\ q)$ Wszyscy ludzie stosują regułę odrywania.

(L4) $(\forall x)\ Lxp \rightarrow p$ Zdanie uznawane przez wszystkich ludzi jest prawdziwe.

(L5) $Lx\ Lx\ p \equiv Lx\ p$ *X* uznaje zdanie „uznaję, że *p*” wtw gdy *x* uznaje *p*.

Reguły: podstawiania, odrywania, reguły dla kwantyfikatorów.

---

[2] Niektóre z poniższych uwag na temat systemu Łosia były zaprezentowane podczas konferencji z okazji pięćdziesięciolecia „Studia Logica” w Mądralinie w październiku 2003 r. w postaci referatu *J. Łoś's Systems and Contemporary Logic of Belief.*

[3] J. Łoś, *Podstawy analizy metodologicznej kanonów Milla*, „Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska”, sectio F, vol. II (1949), nr 5, s. 269-301.

[4] To znaczy: nie prowadzi do sprzeczności.

Nieekstensjonalności funktora L Łoś dowodzi poprzez wykazanie, że tezą systemu nie jest wyrażenie (F1): $(p \to q) \to ((q \to p) \to (Lxp \to Lxq))$. Łoś przedstawia interpretację funktora L za pomocą matrycy wielowartościowej skonstruowanej w następujący sposób:

L	A	B
0	0	0
⅓	1	0
⅔	0	1
1	1	1

Litery *A*, *B* reprezentują dwa podmioty poznające (wystarczy przyjęcie dwóch podmiotów dla wykazania nieekstensjonalności funktora *L*; liczba podmiotów poznających jest w tym systemie dowolna – w tym sensie system nie wymaga założeń egzystencjalnych). Podmioty te mogą zgadzać się lub nie w jakiejś kwestii, przy czym zdanie będące przedmiotem ich uznawania może być prawdziwe lub fałszywe (jednak kwestia prawdziwości lub fałszywości zdań nie jest brana pod uwagę). Ze względu na uznawanie przez *A* i *B* można podzielić wszystkie zdania na cztery podzbiory: do pierwszego należą zdania nie uznawane przez żaden z podmiotów, do drugiego – uznawane przez *A*, a nie uznawane przez *B* itd. Wartości matryc trzeba więc interpretować w sposób epistemiczny: 1 – „*p* jest uznawane przez oba podmioty”, ⅔ – „*p* jest uznawane przez *B*, ale nie przez *A*” itp. Matryce implikacji i negacji powstają z mnożenia zwykłych matryc dwuwartościowych, czyli mają postać:

→	0	⅓	⅔	1	~
0	1	1	1	1	1
⅓	⅔	1	⅔	1	⅔
⅔	⅓	⅓	1	1	⅓
1	0	⅓	⅔	1	0

Warto tu wskazać, że trudno jest interpretować od strony intuicyjnej takie matryce (zwłaszcza matrycę negacji). Jeśli bowiem wartości tabeli odnoszą się do uznawania (odrzucania) zdań przez poszczególne podmioty, to jak należy rozumieć fakt, iż ~⅓ = ⅔? Wszak ⅓ = „*A* uznaje *p* i *B* nie uznaje *p*"; nie jest tak, że („*A* uznaje *p* i *B* nie uznaje *p*") powinno wówczas rozkładać się (zgodnie z prawem de Morgana) na trzy możliwości, a nie tylko na jedną, to znaczy, że „*A* nie uznaje *p* i *B* uznaje *p*"! Tak więc albo wielowartościowa charakterystyka funktorów budzi zastrzeżenia intuicyjne, albo winna być traktowana jako zabieg czysto formalny.

Powyższe matryce umożliwiają wykazanie, że }F1. Wszystkie tezy systemu spełniają te matryce, podczas gdy wyrażenie F1 ich nie spełnia (dla p = ⅓, $q = 0$, $x = A$ przyjmuje wartość ⅓), a więc funktor L jest nieekstensjonalny, przy czym źródłem jego nieekstensjonalności jest niewystępowanie w systemie założenia o indywidualnie pojętej nieomylności podmiotu; charakteryzowany przez aksjomaty podmiot jest, przeciwnie, silnie omylny, albowiem jego przekonania są zupełne (zakłada się dwie postawy względem zdania: uznawanie, odrzucanie)[5].

Można powiedzieć, że system Łosia jest systemem logiki silnych przekonań, a nie logiki wiedzy. Przy tym jest to system wielowartościowy w tym sensie, że można na jego gruncie np. zdefiniować inne niż dwuwartościowe funktory jednoargumentowe; przykładem takiej definicji jest definicja funktora „Jest sporne, że".

$$Sp =_{\mathrm{df}} \exists x\, \exists y\, (Lx\, p \wedge Ly\, (\sim p))$$

[5] Podobnej techniki interpretacji funktorów użył J. Łoś we wskazanym już, drugim, mniej znanym artykule, poświęconym analizie logicznej kanonów Milla. Pierwsze cztery z wprowadzonych tam aksjomatów charakteryzujących „fragment języka fizykalnego" mają postać paralelną do aksjomatów dla uznawania:

(A1) $\mathrm{U}t_1\, (\sim p) \equiv \sim \mathrm{U}t_1 p$:

(A2.1) $\mathrm{U}t_1\, ((p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)))$

(A2.2) $\mathrm{U}t_1\, (\sim p \rightarrow p) \rightarrow p)$

(A2.3) $\mathrm{U}t_1\, (p \rightarrow (\sim p \rightarrow q))$

(A3) $\mathrm{U}t_1\, ((p \rightarrow q) \rightarrow (\mathrm{U}t_1 p \rightarrow \mathrm{U}t_1 q)$

(A4) $(\forall t_1)\, \mathrm{U}t_1 p \rightarrow p$

Wyrażenie „$\mathrm{U}t_1 p$" (zmienne t_1, t_2,... reprezentują kategorię momentów czasowych) czytamy: „p zachodzi w chwili t_1", a sens powyższych aksjomatów jest następujący: (A1): Powiedzieć, że w chwili t_1 zachodzi zaprzeczenie p, to tyle, co powiedzieć: nieprawda, że w chwili t_1 zachodzi p; (A2): aksjomaty Łukasiewicza są prawdziwe w każdej chwili; (A3): Jeżeli w chwili t_1 zachodzi implikacja $p \rightarrow q$, to jeśli w t_1 zachodzi p, to w t_1 zachodzi i q; (A4): Jeśli p zachodzi w każdej chwili, to p jest tezą systemu. Por. Łoś, *Analiza metodologiczna*, s. 280.

Jak widać z powyższych rozważań, zastosowanie matryc wielowartościowych w systemie Łosia ma charakter formalny; jego celem jest wykazanie pewnych formalnych własności funktorów; interpretacja wartości matryc pokazuje, że nie można ich traktować jako odnoszących się do wartości logicznych; co najwyżej można te wartości odnosić do binarnego podziału: uznawanie – odrzucanie.

2. WIELOWARTOŚCIOWE SYSTEMY Z FUNKTORAMI EPISTEMICZNYMI. SYSTEM LOGIKI EPISTEMICZNEJ NGOC DUC HO

Chociaż Jan Łukasiewicz, konstruując swe logiki trójwartościowe, deklarował podejście ontologiczne, zakładał *de facto* pewien epistemiczny punkt wyjścia. Jedyna bowiem dająca się utrzymać interpretacja intuicyjna wartości matryc tej logiki nie zakłada, jak chciał Łukasiewicz, podziału zdań na prawdziwe, fałszywe i „możliwe", ale podział zdań na uznane za prawdziwe, uznane za fałszywe i nie uznane ani za prawdziwe, ani za fałszywe[6]. Ów, mający charakter pragmatyczny (epistemiczny), podział zdań ze względu na trzy różne postawy epistemiczne, stał się podstawą wykorzystania trójwartościowego systemu Łukasiewicza przez Ngoc Duc Ho w jego systemie logiki epistemicznej[7].

Podstawowe założenia systemu są następujące. Podmiot może akceptować bądź nie akceptować pewnych wypowiedzi językowych; podstawą dla akceptacji (dezakceptacji) jest zdolność podmiotu do uzasadnienia owej akceptacji; podmiot może się mylić (lub mieć słuszność) dokonując akceptacji danej wypowiedzi. Podmiot x wie w chwili t, że p, (na podstawie tych założeń) wtedy, gdy x jest przekonany, że p i posiada wystarczająco mocne kognitywne podstawy, by uzasadnić to przekonanie. Jak widać z powyższego określenia, dla posiadania tak określonej „wiedzy" podmiot nie musi być „nieomylny", tzn. nie każde zdanie „znane" przez x-a musi być prawdziwe; mamy tu zatem raczej określenie przekonania, a nie wiedzy (której pierwszym warunkiem według klasycznej definicji wiedzy jest prawdziwość)[8].

---

[6] Por. B o r k o w s k i, *Kilka uwag*, s. 13-14; M. L e c h n i a k, *Interpretacje wartości matryc logik wielowartościowych*, Lublin 1999.

[7] Por. N g o c D u c H o, *Ein System der epistemischen Logik*, [w:] W. S t e l z n e r (hrsg.), *Philosophie und Logik*, Berlin 1993, s. 205-214.

[8] Jest to świadomie zakładane przez Ngoc Duc Ho: „wiedza jest często utożsamiana z prawdziwym uzasadnionym przekonaniem. Takie pojęcia wiedzy z góry zakładały teorię prawdy, co

Dalsze założenia co do natury podmiotu epistemicznego to: podmiot nie musi znać wszystkich praw logiki; czasem może nie być zdolny do rozstrzygnięcia, czy dana wypowiedź jest logicznie poprawna; nie musi też dostrzegać wszystkich konsekwencji logicznych danego zdania.

Dla wyrażenia powyższych założeń Ngoc Duc Ho konstruuje system logiczny z tzw. funktorami zewnętrznymi i funktorami wewnętrznymi[9]. Zakłada się tu dwa języki: język wewnętrzny, w którym podmiot formułuje swe przekonania oraz język zewnętrzny, w którym wypowiadamy się na temat przekonań żywionych przez *x*-a. Ten ostatni jest językiem klasycznego rachunku zdań wzbogaconym o funktor *K* („*Kxp*” = „*x* wie, że *p*”). Natomiast język wewnętrzny to język logiki trójwartościowej Łukasiewicza. Podstawowym intuicyjnym motywem wyboru tego języka była ta jego cecha, że dla trzeciej wartości zdanie i jego negacja są równoważne. Ów fakt, dyskredytujący logikę Łukasiewicza jako odnoszącą się do związków występujących w świecie, Ho interpretuje epistemicznie w ten sposób, że gdy *x* nie uznaje ani *p*, ani nie-*p* (a jak pamiętamy, uznawanie nie jest związane bezpośrednio z prawdziwością zdania, ale z jego „uzasadnialnością”), „wtedy możliwe są dwa przypadki. Albo *x* nie posiada argumentów na to, by uznawać *p* bądź by uznawać nie-*p*, albo też posiada równoważne argumenty zarówno dla uznania *p*, jak i nie-*p*. Dlatego nie uznaje żadnego przypadku, czyli nie jest tak, że *Kxp* i nie jest tak, że *Kx* (nie-*p*). W tym wypadku wypowiedzi *p* i nie-*p* w pewnym sensie są dla *x*-a równoważne i możemy przyjąć, że *x* jest tego świadomy. Innymi słowy *x* wie, że *p* i nie-*p* są epistemicznie równoważne”.

Język systemu:

– stałe logiczne: $\sim$, $\supset$, $\neg$, $\rightarrow$
– zmienne zdaniowe: *p*, *q*, *r*
– „$\sim\alpha$”, „$\alpha \supset \beta$” są wyrażeniami systemu.

Jeśli α jest wyrażeniem, to „$K\alpha$” jest formułą; jeśli *G*, *H* są formułami, to i „$\neg G$”, „$G \rightarrow H$” są formułami.

w mojej opinii nie jest konieczne. W moim systemie z wiedzy nie wynika prawda, ale dostatecznie ugruntowane przekonanie” (zob. Ngoc Duc Ho, *Ein System*, s. 205).

[9] Prekursorem takiego podejścia był A. Boczwar, stosujący takie podwójne funktory w swej logice paradoksu; podobne rozwiązanie mamy u Kleenego.

A k s j o m a t y   s y s t e m u:

Aksjomaty i reguły klasycznego rachunku zdań.
A1. $K(q \supset (p \supset q))$
A2. $K((p \supset q) \supset ((q \supset r) \supset (p \supset r))$
A3. $K(((p \supset {\sim}p) \supset p) \supset p)$
A4. $K(({\sim}q \supset {\sim}p) \supset (p \supset q)$
A5. $K(p \supset {\sim}p) \rightarrow \neg Kp$
A6. $Kp \vee K\,{\sim}p \vee K(p \equiv {\sim}p)$

R e g u ł y: podstawiania, odrywania,
reguła ER: $\dfrac{K(p \supset q) \quad Kp}{Kq.}$

D e f i n i c j e:

– koniunkcja wewnętrzna: $p\ \&\ q = \mathrm{df}\ {\sim}(p \supset {\sim}q)$
– alternatywa wewnętrzna: $p\ \#\ q = \mathrm{df}\ {\sim}p \supset q$
– równoważność wewnętrzna: $p \equiv q = \mathrm{df}\ (p \supset q)\ \&\ (q \supset p)$

Analogicznie (tylko za pomocą „zewnętrznej” negacji i implikacji) definiujemy „zewnętrzną” koniunkcję ($\wedge$), alternatywę ($\vee$) i równoważność (Ω).

W y b r a n e   t e z y:

$Kp \vee Kq \rightarrow K(p\ \#\ q)$
$Kp \wedge Kq\ \Omega\ K(p\ \&\ q)$
$K(p \equiv q) \rightarrow (Kp\ \Omega\ Kq)$
$Kp \rightarrow \neg K({\sim}p)$
$K(p \equiv {\sim}p) \rightarrow \neg Kp$
$K(p \equiv {\sim}p) \rightarrow \neg K({\sim}p)$

Aksjomaty systemu stwierdzają więc, co następuje: dla funktorów zewnętrznych obowiązujący jest klasyczny rachunek zdań. A1-A4 stwierdzają, że podmiot zna aksjomaty trójwartościowego systemu Łukasiewicza Ł3. A5 stwierdza, iż jeśli podmiot wie, że zdanie implikuje swoją negację, to podmiot nie wie, że *p*. W końcu A6 postuluje trzy postawy epistemiczne podmiotu: „wie, że *p*”, „wie, że nie-*p*” oraz „wie, że *p* jest epistemicznie równoważne nie-*p*”. Z kolei reguła ER to epistemiczny odpowiednik *Modus Ponens*.

Konsekwencje intuicyjne takiego rozstrzygnięcia są następujące:

a) Celem przyjęcia dwóch języków jest wyraźne odróżnienie dwóch typów opisów. Język zewnętrzny to język działań „ekstraspekcyjnych" podmiotu – podmiot zachowuje się binarnie: wie, że *p* albo nie wie, że *p*. Język zaś wewnętrzny dotyczy stanów przekonaniowych podmiotu. Przyjęcie dwóch języków powoduje jednak pewną niedogodność w opisie podmiotu. Nie można bowiem w owym języku wyrażać tez dotyczących autodiagnostycznych przekonań podmiotu (np. nie można stwierdzić, iż jeśli *x* wie, że on wie, że *p*, to *x* wie, że *p*: $KKp \rightarrow Kp$ ze względu na wykluczenie z języka wyrażeń postaci KKp (iterowanych modalności epistemicznych)): musimy założyć, że podmiot nie jest „introspekcyjny". Jest to poważne ograniczenie, ponieważ zdaniowy argument funktora „wie, że" dotyczy często wiedzy czy to jednego podmiotu, czy wielu podmiotów: np. „Jan wie, że Paweł wie, że Jan nie wie, że *p*". Język omawianego systemu dopuszcza tylko wiedzę „przedmiotową".

b) Założenie trójwartościowej logiki wewnętrznej miało za cel uzależnienie uznawania zdań nie od ich prawdziwości, ale od uzasadnienia[10]. Nie jest jasne, jak tę zależność należy rozumieć. Trudno bowiem wyobrazić sobie, że ktoś wie, że *p*, wtedy gdy *p* nie jest prawdziwe. Ponieważ faktycznie wśród tez nie ma żadnej wyrażającej (choćby bardzo osłabioną) „nieomylność" podmiotu, trzeba stwierdzić, że funktora *K* nie można odczytywać jako „wie, że". Natomiast rodzimą logiką podmiotu poznającego nie jest logika klasyczna, ale logika dewiacyjna[11]. Zmienne w tej logice reprezentują już nie stany rzeczy, ale przekonania o stanach rzeczy (stany rzeczy jako poznane)[12]. Poprzedzanie takiego zdania funktorem epistemicznym *K* wydaje się redundantne („*x* wie, że jakieś zdanie jest przez niego uznane"). Żeby więc uniknąć owej redundancji, a przy tym zachować intencje autora systemu, trzeba funktor *K* odczytywać nie jako „wie, że", ale raczej „zna uzasadnienie" (wówczas Kp = „Podmiot uznaje przekonanie *p* i zna jego uzasadnie-

---

[10] Związki między wiedzą a uzasadnieniem i prawdziwością są szeroko dyskutowane w: W. L e n z e n, *Recent work in epistemic logic*, Amsterdam 1978, s. 17-34.

[11] Ponieważ omawiany autor wykorzystuje „gotowy" system logiki trójwartościowej, czyni to niejako „z całym dobrodziejstwem inwentarza", czyli także ze wszystkimi ciężarami zarzutów, które stawiano w historii logiki temu rachunkowi.

[12] Por. wcześniej wskazywane uwagi np. Borkowskiego na temat rozumienia zmiennych w systemie Ł3.

nie")[13]. Innym celem wprowadzenia trójwartościowości było, w intencji Ngoc Duc Ho, ograniczenie założenia o tzw. logicznej wszechwiedzy *x*-a (tzn. założenia, że podmiot zna wszystkie tezy logiki klasycznej). W omawianym systemie podmiot nie zna wszystkich tez KRZ, ale jest „wszechwiedzący" w zakresie logiki trójwartościowej; jest to, oczywiście, z punktu widzenia ograniczania założeń idealizacyjnych narzuconych na uznający podmiot, rozwiązanie niezadowalające i w późniejszych swoich artykułach Ngoc Duc Ho je porzuca[14].

c) Ciekawy sens ma aksjomat A5. $K(p \supset \sim p) \rightarrow \neg Kp$; można go odczytać: jeśli podmiot wie, że przekonanie p pociąga swoją negację, to ów podmiot nie wie, że p (p nie należy do jego wiedzy). Implikacja $p \supset \sim p$ natychmiast przywodzi na myśl Łukasiewicza definicję możliwości z systemu Ł3 (Mp = df $(\sim p \supset p)$, czyli $p \supset \sim p \equiv M \sim p$); a zatem, jeśli możliwe (epistemicznie?) jest nie-p, to podmiot nie wie (nie uznaje za uzasadnione), że p. Z kolei aksjomat A6 stwierdza istnienie trzech postaw epistemicznych (wprost odpowiadających trzem wartościom logicznym zdania, które jest przedmiotem aktywności epistemicznej podmiotu); podmiot zna uzasadnienie przekonania p, zna uzasadnienie przekonania $\sim p$ albo też nie zna uzasadnienia przekonania p.

d) Podstawowym zarzutem, który postawiono pod adresem Łukasiewiczowskiego systemu logiki trójwartościowej było, że w systemie tym koniunkcja p & q (dla $q \neq \sim p$) i koniunkcja p & $\sim p$ dla wartości ½ są równoważne, podczas gdy, jak wskazywano, choć można dopuścić wartość ½ dla pierwszej z nich, druga z koniunkcji powinna być bezwzględnie odrzucona (powinna przyjmować wartość 0); jednakże wówczas koniunkcja winna być funktorem nieekstensjonalnym. Czy podobny zarzut można postawić tutaj? Wydaje się, że nie. W systemie tym bowiem wartości tabelki nie reprezentują wartości logicznych zdań, ale to, czy zdanie jest uzasadnione (co chyba może oznaczać tyle, że zostało ono poddane z wynikiem pozytywnym pewnej procedurze „lustracyjnej"). Ponieważ tezą Ł3 jest wyrażenie: $(p \equiv \sim p)$ & $(q \equiv \sim q) \supset (p \equiv q)$, więc tezą naszego systemu jest $K(p \equiv \sim p) \wedge$

[13] Dla formuł typu $K(p \equiv \sim p)$ K wyrażałoby uzasadniony pogląd podmiotu, że przekonanie p jest nieuzasadnione (p jest epistemicznie równoważne $\sim p$).

[14] Por. Ngoc Duc Ho, *Logical Omniscience vs. Logical Ignorance. On a Dillema of Epistemic Logic*, [w:] C. P. Pereira, N. Mamede (eds), *Progress in Artificial Intelligence*, Heidelberg 1995, s. 237-248, gdzie autor omawia różne strategie ograniczenia tezy o logicznej wszechwiedzy.

$K(q \equiv {\sim}q) \rightarrow K(p \equiv q)$. Można to czytać, że wszystkie zdania nieuzasadnione są epistemicznie równoważne i jako takie nie mogą być uznane. Dlatego i koniunkcja takich zdań ma wartość $^1/_2$. Musimy tylko pamiętać, że zmienne reprezentują tu nie zdania o stanach rzeczy, ale zdania wyrażające przekonania; jedyną racją dla uznawania jest nie prawdziwość, ale posiadanie „uzasadnienia”.

Można w tym miejscu zapytać: Jaki jest pożytek z umieszczania funktora epistemicznego w kontekście wielowartościowym? Czy system ten ma opisywać wiedzę jakiegoś podmiotu ludzkiego czy maszyny?

3. WIELOWARTOŚCIOWY SYSTEM BEZ FUNKTORÓW EPISTEMICZNYCH. N. BELNAPA LOGIKA DLA KOMPUTERA

Podobny do systemu Ngoc Duc Ho sposób epistemizującego użycia logik wielowartościowych zastosował kilkanaście lat wcześniej Nuel Belnap. W artykułach[15] publikowanych w latach siedemdziesiątych XX wieku Belnap analizował zastosowanie tych logik do charakterystyki zawartości inferencyjnej bazy danych. Taka baza danych może zawierać zdania (dane) sprzeczne.

Założenia przyjęte przez Belnapa są następujące:

a) Podmiotem dokonującym rozumowań jest „komputer”, czyli sztuczny procesor informacji. W konsekwencji nie trzeba liczyć się z zarzutem, że użyta do analizy zawartości jego bazy danych logika wielowartościowa nie jest „rodzima” dla komputera, gdyż nie ma on „przyzwyczajeń” dwuwartościowych.

[15] Por. N. Belnap. *How a Computer Should Think?*, [w:] G. Ryle (ed.), *Contemporary Aspects of Philosophy*, Stockfield 1976, s. 30-56; tenże, *A Useful Four-Valued Logic*, [w:] J. M. Dunn, G. Epstein (ed.), *Modern Uses of Multiple-Valued Logic*, Dordrecht 1977, s. 5-37. (Różne zastosowania logik opartych na kracie FOUR, będącej podstawą logiki Belnapa, przedstawia K. Misiuna w pracy *Pojęcie prawdy w języku naturalnym*, Warszawa 2003; por moją recenzję tej książki zamieszczoną w „Rocznikach Filozoficznych” 2006 nr 1, s. 257-265). W tym artykule ograniczymy się do wstępnej, wielowartościowej fazy artykułów Belnapa dotyczącej działania komputera, gdy na jego wejściu pojawiają się zdania proste. Sytuacja opisana poniżej komplikuje się, gdy wśród danych wejściowych wystąpią zdania złożone, np. postaci $p \vee q$; wówczas opis takiego stanu wejściowego musi dokonywać się za pomocą nie jednego wartościowania, ale zbioru wartościowań. Taki opis przypomina semantykę możliwych światów i jest rozwinięty w *Modern Uses.* Referat podstaw systemu Belnapa przedstawiony został w mojej pracy *Interpretacje wartości matryc logik wielowartościowych* (s. 117-130), jednakże dla wygody czytelnika krótko przypominam jego podstawowe punkty.

b) Komputer otrzymuje od różnych informatorów dane, na podstawie których może dokonywać inferencji. Wszyscy informatorzy muszą być traktowani jako jednakowo wiarogodni, ale o żadnym z nich nie można założyć, że jest nieomylny (informator może zmieniać poglądy z upływem czasu albo informatorami może być kilkoro omylnych ludzi wprowadzających dane). Istotne jest tu założenie, że nie ma pojedynczego, nieomylnego źródła danych, natomiast dane pochodzą z wielu niezależnych źródeł. Do tego sprzeczności między danymi nie muszą być jawne; mogą występować sprzeczności nie wykryte. Dlatego komputer musi być przygotowany na niebezpieczeństwo sprzeczności. W dwuwartościowej logice sprzeczność jest „dedukcyjnie płodna"; sprzeczność infekuje (zaraża) cały system. W konsekwencji system logiki dwuwartościowej dla tak opisanego komputera nie może być stosowany. Zgodnie z prawem przepełnienia zdania sprzeczne implikują dowolne zdanie. W systemie dla komputera prawo przepełnienia nie może być zachowane, tzn. mimo sprzeczności komputer winien dostarczać „sensownych"[16] odpowiedzi na pytania, a zatem aby zachować jak najwięcej należących do bazy danych informacji.

c) Nie istnieje mechanizowalna procedura dokonywania rewizji przekonań w obliczu sprzeczności[17]. Komputer może więc jedynie przyjąć do wiadomości fakt wystąpienia sprzeczności i zdać z tego faktu relację bez możliwości pozbycia się tej sprzeczności. Konsekwencją tego jest następne założenie, że

d) Komputer może odpowiadać na pytania jedynie na podstawie tego, o czym został poinformowany, a nie tego, co mógłby „uznać" na bazie tych danych; np. jeśli komputer wie, że został poinformowany, iż jest tak oraz nie tak, składa z tego raport; dzięki czemu można rozpoznać fakt wystąpienia sprzeczności między danymi.

Powyższe założenia prowadzą do stwierdzenia, że chociaż każde ze zdań jest logicznie dwuwartościowe, to jednak owa dwuwartościowość nie ma znaczenia dla komputera w tym sensie, że nie może on sam takiej wartości

---

[16] Sensownych w tym znaczeniu, że odpowiedź na zadane komputerowi pytanie nie będzie dowolnym zdaniem dobrze zbudowanym w języku systemu, lecz „faktycznie" będzie podyktowana zadanym pytaniem (będzie zawierać ustosunkowanie się do założenia pytania).

[17] Na fakt ten zwracają uwagę logicy budujący systemy zmiany przekonań. Istnieje wiele różnych (podyktowanych racjami pozalogicznymi) strategii rewizji przekonań. Por. P. Gärdenfors, *Knowledge in Flux. Modelling the Dynamics of Epistemic States*, Cambridge, MA, London 1988.

logicznej przypisać zdaniu (nie ma poznawczego kontaktu ze światem). Jedynie może on zostać poinformowany (lub nie) o wartości logicznej zdania. Każde więc zdanie pojawiające się na wejściu komputer zaznacza jako „nazwane prawdziwym" (gdy zdanie pojawia się jako stwierdzone), „nazwane fałszywym" (gdy zdanie pojawia się jako odrzucone) lub też nie zaznacza (gdy do zdania nie jest dołączona żadna informacja). Mamy więc tu cztery wartości epistemiczne zdania: „wyłącznie nazwane prawdziwym" (*T*), „wyłącznie nazwane fałszywym" (*F*), „nazwane zarazem prawdziwym i fałszywym" (*Both* – ta sytuacja ma miejsce, gdy z jednego źródła komputer otrzymał informację o prawdziwości zdania, a z drugiego o jego fałszywości albo gdy posiadając informację o prawdziwości (fałszywości) zdania komputer otrzymał informację o jego fałszywości (prawdziwości)) oraz „ani nie nazwane prawdziwym, ani nie nazwane fałszywym" (*None*). Jak widać, to samo zdanie może być raz nazwane prawdziwym, a innym razem nazwane fałszywym. Dlatego Belnap odróżnia „wyłącznie nazwane prawdziwym" (*T*) od „co najmniej nazwane prawdziwym" (komputer doda do zdania etykietę „nazwane co najmniej prawdziwym" zarówno wtedy, gdy zdanie jest zaznaczone przez *T* jak i przez *Both*); podobnie jest z „wyłącznie nazwane fałszywym" i „co najmniej nazwane fałszywym". Jeśli więc np. *p* pojawiło się na wejściu jako stwierdzone, komputer dodaje *T*, jeśli *p* było wcześniej zaznaczone jako *None*, *Both* – gdy wcześniej *p* było zaznaczone jako *F*, a pozostawia zaznaczenie bez zmiany, gdy wcześniej było *T* lub *Both*. Wartości epistemiczne można uporządkować logicznie od *F* poprzez *Both* i *None* aż do *T* (*Both* i *None* są jakby pośrednikami pomiędzy *F* a *T*), oraz ze względu na ilość informacji o wartości zdań – wówczas „najgorszą" wartością epistemiczną jest *None* (nie mamy żadnej informacji o wartości zdania), „najlepszą" zaś jest *Both* (mamy „za dużo" informacji o wartości zdania). Na podstawie tych ustaleń można podać następujące tabelki dla epistemicznie rozumianych funktorów koniunkcji, alternatywy i negacji:

p	~p
None	None
F	T
T	F
Both	Both

$\wedge$	None	F	T	Both
None	None	F	None	F
F	F	F	F	F
T	None	F	T	Both
Both	F	F	Both	Both

$\vee$	None	F	T	Both
None	None	None	T	T
F	None	F	T	Both
T	T	T	T	T
Both	T	Both	T	Both

Wartości matrycy dla negacji nie budzą (przy założeniu ich epistemicznego rozumienia) wątpliwości. Jeśli do zdania nie została dołączona informacja o jego wartości, nie została też dołączona taka informacja do negacji tego zdania. Podobnie, jeśli powiedziano „zbyt dużo” o wartości zdania, tak i o wartości jego negacji trzeba powiedzieć „zbyt wiele”.

Wątpliwości budzą niektóre pozycje z matryc dla koniunkcji i alternatywy; chodzi tu szczególnie o wartości: $None \wedge Both = F$ oraz $None \vee Both = T$. Belnap podaje różne uzasadnienia dla wartości matryc[18]; najbardziej intuicyjne z nich opiera się na „klasycznych” zasadach dla koniunkcji i alternatywy. Zasady te można sformułować w postaci dyrektyw:

– Zaznacz $p \wedge q$ jako „co najmniej prawdziwe” wtedy i tylko wtedy, gdy zarówno p jak i q są zaznaczone jako „co najmniej prawdziwe”.
– Zaznacz $p \wedge q$ jako „co najmniej fałszywe” wtedy, gdy co najmniej jedno z nich jest zaznaczone jako „co najmniej fałszywe”.
– Zaznacz $p \vee q$ jako „co najmniej prawdziwe” wtedy, gdy co najmniej jedno z p, q jest zaznaczone jako „co najmniej prawdziwe”.
– Zaznacz $p \vee q$ jako „co najmniej fałszywe” wtedy, gdy zarazem p, jak i q są zaznaczone jako „co najmniej fałszywe”.

[18] Por. B e l n a p, *How a Computer*, s. 34-42.

Z powyższych zasad wynika, że wartości matryc są uwarunkowane odpowiedziami na następujące dwa pytania:

1) Czy *p* jest zaznaczone jako co najmniej fałszywe? (odpowiedź: tak (*t*), nie (*n*))

2) Czy *p* jest zaznaczone jako co najmniej prawdziwe? (*t*, *n*).

Wówczas

p	1) 2)
None	n n
F	t n
T	n t
Both	t t

a tabelka np. dla alternatywy jawi się jako rezultat mnożenia dwóch tabel 0-1.

$\vee$	n, n	t, n	n, t	t, t
n, n	n, n	n, n	n, t	n, t
t, n	n, n	t, n	n, t	t, t
n, t	n, t	n, t	n, t	n, t
t, t	n, t	t, t	n, t	t, t

Przy takim rozumieniu wartości tabeli rzeczywiście *Both* (czyli *t*, *t*) $\vee$ *None* (czyli *n*, *n*) = *T* (*n*, *t*). Jednak budzi to intuicyjne wątpliwości. Na przykład zdanie „Platon był na terytorium obecnego Iraku” będzie zaznaczone jako *None* (nikt nie wie, czy jest prawdziwe czy fałszywe); zdanie „Irak posiadał broń masowego rażenia” zaznaczone jako *Both* (bo jedne źródła podają, że Irak broń tę posiadał, a inne, że Irak broni nie posiadał), natomiast alternatywa „Platon był na terytorium obecnego Iraku lub Irak posiadał broń masowego rażenia” będzie zaznaczona jako *T* (wyłącznie zaznaczona jako prawdziwa). A zatem informacja o kontrowersyjności (sprzecznych informacjach na temat wartości drugiego ze zdań) zostaje „zagubiona”. W następnym kroku bowiem można powiedzieć, że np. koniunkcja „Bagdad jest stolicą Iraku i (Platon był na terytorium obecnego Iraku lub Irak posiadał broń masowego rażenia)” jest po prostu prawdziwa, choć jej drugi człon jest w najlepszym razie wątpliwy.

Wydaje się, że wskazana trudność rzuca cień na stosowalność systemu Belnapa. Zdanie zaznaczone jako *Both* nie powinno brać udziału w inferencjach albo też jego konsekwencje powinny być usuwane z bazy danych lub też konsekwencje powinny nosić „znamię” jego wątpliwości[19]. Postulat niesprzeczności zbioru zdań uznawanych (przekonań) jest bowiem podstawowy dla jakiegokolwiek wartościowego zbioru informacji, a zdanie „przeinformowane” zdaje się mieć wartość równą zdaniu, o którego wartości brak w ogóle informacji. Takie zrównanie wartości „nieklasycznych” prowadziłoby do matryc systemu Ł3.

Schemat wielowartościowości na pierwszy rzut oka jawi się jako atrakcyjny ze względu na wyrażalność tez związanych z przekonaniami. Są bowiem trzy (zasadnicze) nastawienia epistemiczne, którym można przyporządkować trzy wartości matryc (oczywiście wartości tych nie można traktować jako logicznych). Takie podejście zastosował Ngoc Duc Ho. Podobny model mamy u Belnapa (z czterema nastawieniami i czterema wartościami). Ponieważ wartości matryc mają charakter epistemiczny, nie ma powodu wprowadzać dodatkowo funktorów epistemicznych; wzorcowy tu jest system Belnapa. Jednakże podejście matrycowe ma też wady. Podstawową jest to, że funktory epistemiczne mają charakter nieekstensjonalny, a charakterystyka matrycowa jest ekstensjonalna. I chociaż np. Łoś wykazuje, że jego funktory są nieekstensjonalne (nieekstensjonalność zagwarantowana jest przez fakt, że łączy się w jednej funkcji argument nazwowy z argumentem zdaniowym[20]), jednak ich intuicyjne rozumienie jest dalekie od możliwości zaakceptowania; system Łosia nie charakteryzuje nawet wyidealizowanych ludzkich przekonań. Postuluje bowiem dwie postawy epistemiczne i co za tym idzie zupełność przekonań. Wadą systemów Belnapa i Ngoc Duc Ho jest fakt, że dopuszczają one sytuację, iż w jednym zbiorze znajdują się zdania i ich negacje; fakt ten, jak pokazano odnośnie do systemu Belnapa, prowadzi do konsekwencji trudnych do zaakceptowania. Warto podkreślić, że we współcześnie budowanych systemach zmiany przekonań nie rezygnuje się z oparcia tych systemów na logice klasycznej.

---

[19] Jednym z podstawowych założeń tzw. logik dynamicznych (np. D. Batensa czy A. Huntera) oraz systemów zmiany przekonań jest założenie o niesprzeczności zbioru przekonań. Z kolei w logikach Kleenego czy Boczwara zastosowany jest warunek o infekującym charakterze trzeciej wartości (interpretowanej jako paradoksalność czy nieokreśloność). W systemie Belnapa szczególny status zdań zaznaczonych w sposób sprzeczny zostaje zagubiony. Por. G. M a l i n o w s k i, *Logiki wielowartościowe*, Warszawa 1990, s. 64-70.

[20] Por. Ł o ś, *Logiki wielowartościowe*, s. 77.

BIBLIOGRAFIA

B e l n a p N.: How a Computer Should Think?, [w:] G. R y l e (ed.), Contemporary Aspects of Philosophy, G. Oriel Press, Stockfield 1976, s. 30-56.

— A Useful Four-Valued Logic, [w:] J. M. D u n n, G. E p s t e i n (eds), Modern Uses of Multiple-Valued Logic, Reidel Publishing Company, Dordrecht 1977, s. 5-37.

H o N g o c D u c: Ein System der epistemischen Logik, [w:] W. S t e l z n e r (hrsg.), Philosophie und Logik, Walter de Gruyter, Berlin–New York 1993, s. 205-214.

L e c h n i a k M.: Interpretacje wartości matryc logik wielowartościowych, RW KUL Lublin 1999.

Ł o ś J.: Podstawy analizy metodologicznej kanonów Milla, „Annales Universitas Mariae Curie-Skłodowska", sectio F, vol. II (1949), 5, s. 269-301.

— Logiki wielowartościowe a formalizacja funkcji intensjonalnych, „Kwartalnik Filozoficzny" 17 (1948), nr 1-2, s. 59-78.

M a l i n o w s k i G.: Logiki wielowartościowe, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 1990.

MANY VALUES AND EPISTEMIC CONCEPTS

S u m m a r y

The paper presents several attempts to express intuition concerning the understanding of knowledge and conviction by means of the conceptual apparatus of many-valued logic. J. Łoś's pioneer system has been presented here, the system constructed by Ngoc Duc Ho, in which the internal logic in this system is used by the knowing subject as the three-valued logic of Łukasiewicz and the third logical value is understood as "unjustified", and the four-valued system of N. Belnap, the system that allows for the occurrence of propositions which are evaluated both as true and false.

Translated by Jan Kłos

Słowa kluczowe: logika epistemiczna, logika wielowartościowa, przekonanie.

Key words: epistemic logic, many-valued logic, belief.

Information about Author: Dr. MAREK LECHNIAK – Chair of Logic, Faculty of Philosophy, The John Paul II Catholic University of Lublin; address for correspondence: Al. Racławickie 14, PL 20-950 Lublin; e-mail: lechmar@kul.lublin.p