D Y S K U S J E

ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom LV, numer 2 – 2007

MARCIN TKACZYK

SAMOKRYTYCZNA UWAGA O ZAŁOŻENIOWYCH SYSTEMACH LOGIKI MODALNEJ

Przykro jest polemizować z samym sobą. Niekiedy jednak – w imię zasady „Amicus Plato...” – jest to konieczne. Znalazłem się w tej delikatnej sytuacji w związku z moim artykułem *Założeniowe systemy normalnych logik modalnych*[1], w którym skonstruowałem dwie charakterystyki systemu logiki modalnej K metodą założeniową J. Słupeckiego i L. Borkowskiego. W artykule tym znajduje się banalny błąd, który niedawno dostrzegłem. Chciałbym obecnie ten błąd poprawić. Na szczęście nie nastręcza to większych trudności.

W przywołanym tekście scharakteryzowałem pewien system aksjomatyczny i dwa systemy założeniowe, a także udowodniłem inferencyjną równoważność tych trzech systemów. Wszystkie te rezultaty zachowują ważność, dowody są poprawne. Być może, właśnie dlatego, błąd pozostał tak długo niezauważony. Polega on na tym, że system aksjomatyczny, który był punktem wyjścia, nie jest systemem K. Problem tkwi w definicji, na którą jakże często nie zwracamy dostatecznie dużej uwagi, traktując ją jako oczywistość. Z dwóch bliźniaczych definicji modalnych w standardowej aksjomatyzacji systemu K powinna znajdować się definicja:

$$(\Diamond\varphi)\overset{\text{df}}{=}(\neg\Box\neg\varphi) \tag{D1}$$

zgodnie z którą terminem pierwotnym jest funktor $\Box$, a funktor $\Diamond$ zostaje zdefiniowany w zwykły sposób. Tymczasem ja wymieniłem definicję:

$$(\Box\varphi)\overset{\text{df}}{=}(\neg\Diamond\neg\varphi) \tag{D2}$$

Rzecz jasna, definicja (D2) jest merytorycznie trafna i można zaksjomatyzować system K tak, by terminem pierwotnym był 3, ale wymaga to modyfikacji aksjo-

Ks. dr MARCIN TKACZYK – Katedra Logiki, Wydział Filozofii KUL; adres do korespondencji: Al. Racławickie 14, 20-950 Lublin; e-mail: tkaczyk@kul.lublin.pl

[1] „Roczniki Filozoficzne” 55 (2007), nr 1, s. 219-228

matyki. System aksjomatyczny scharakteryzowany tak, jak zrobiłem to w omawianym tekście, jest słabszy od systemu K. Udowodniłem równoważność systemów założeniowych z tym utworzonym mimo woli systemem aksjomatycznym, a nie z rzeczywistym systemem K. Jest to klasyczny przykład błędu *ignoratio elenchi*. Nie umiem wyjaśnić ani tego, jak mogło dojść do tej pomyłki, ani zwłaszcza tego, jak mogła ona pozostać niezauważona przez wiele miesięcy. Przepraszam Czytelników za zamieszanie.

Pozostaje poprawić systemy założeniowe tak, by wolne były od wady wywołanej opisaną pomyłką. Na szczęście, jak powiedziałem, nie jest to trudne.

Dla pierwszego (poniekąd analogicznego do modalnych systemów gentzenowskich) z dwóch systemów założeniowych, które zbudowałem i przebadałem w przywoływanym artykule, omówiony błąd w ogóle nie jest groźny, wystarczy zastąpić niewłaściwą definicję (D2) przez definicję dobrą (D1). Natomiast drugi system, niezawierający definicji, wymaga uzupełnienia. Można to zrobić na kilka sposobów. Powiem tylko o najprostszych.

1. Najprościej jest przyjąć jeszcze jedną regułę pierwotną (Eq), zezwalającą na zastępowanie wyrażenia φ przez wyrażenie ψ pod warunkiem, że równoważność $(\varphi \equiv \psi)$ jest dowiedzioną tezą. To wystarczy, by drugi z moich systemów założeniowych był równoważny rzeczywistemu systemowi K. Reguła (Eq) jest jednak dość mocna, a wystarczy posłużyć się regułami słabszymi.
2. Można przyjąć reguły pierwotne dotyczące funktora możliwości, na przykład – jest to najsłabsze i najprostsze założenie, jakie trzeba by$_{\mathrm{df}}$przyjąć – można wzbogacić system o regułę zastępowania definicyjnego: $(\Diamond\varphi)=(\Diamond\neg\neg\varphi)$. Jest to rozwiązanie proste, ale mało zadowalające, ponieważ omawiany system został zbudowany po to, by uniknąć przyjmowania pierwotnych reguł zastępowania.
3. Wystarczy przyjąć reguły zezwalające na dołączanie nowych wierszy do dowodu według schematów:

$$\frac{(\Diamond\varphi)}{(\Diamond\neg\neg\varphi)} \qquad \frac{(\Diamond\neg\neg\varphi)}{(\Diamond\varphi)}$$

   Takie reguły składają się jednak znowu faktycznie na definicję, a przecież drugi system założeniowy był budowany w tym celu, aby pierwotnych reguł definicyjnych tego typu uniknąć.
4. Być może zatem najlepszym rozwiązaniem jest przyjęcie pierwotnej *reguły dziedziczenia możliwości*, pozwalającej na dołączanie nowych wierszy do dowodu według schematu

$$\frac{\Diamond\varphi}{\Diamond\psi}$$

   pod tym warunkiem, że implikacja $(\varphi \rightarrow \psi)$ jest uprzednio dowiedzioną tezą. W takim wypadku drugi system zachowuje swoją jednorodność i formalną elegancję, dla której został zbudowany.

Jest jeszcze kilka innych sposobów na wypełnienie powstałej luki. Po usunięciu usterki drugi system jest rzeczywiście równoważny systemowi K.