

J. C. Beall, Bas C. Van Fraassen, *Possibilities and Paradox. An Introduction to Modal and Many-Valued Logic*, Oxford University Press 2003, ss. 233. ISBN 0199259879 (10987654321).

Klasyczny rachunek zdań opiera się na dwóch podstawowych założeniach: zasadzie dwuwartościowości oraz założeniu o ekstensjonalności funktorów. Zanegowanie pierwszego z założeń prowadzi, jak wiadomo, do logik wielowartościowych, natomiast dopuszczenie funktorów nieprawdziwościowych – do systemów będących rozszerzeniami logiki klasycznej, czyli szeroko rozumianych logik modalnych. Zarówno pierwsza, jak i druga z rodzin logik nieklasycznych rodziła się z motywacji filozoficznych i ma liczne aplikacje w dociekaniach filozoficznych; np. semantyki relacyjne (zwane semantykami Kripkego) stały się podstawowym narzędziem w licznych analizach filozoficznych. We wstępie do *Possibilities and Paradox* Autorzy piszą: „Kompetencje w zakresie logik wielowartościowych i modalnych oraz ich semantykach są pewnego rodzaju literackim wyposażeniem w wielu współczesnych debatach filozoficznych – szczególnie w metafizyce i filozofii języka, a ostatnio także w epistemologii oraz filozofii umysłu”. Z tego powodu omawiana książka została zamierzona jako przystępne wprowadzenie do obu stylów uprawiania logiki. Style te nie są dziś przedstawiane jako przeciwstawne, a różne rodzaje semantyk dla logik modalnych pokazały, że systemy te można traktować (wbrew dawnym opiniom) jako rozstrzygalne.

Bas C. Van Fraassen jest autorem, który nie wymaga prezentacji; wspomnę tu tylko, że obecnie jest on emerytowanym profesorem Uniwersytetu w Princeton, a w logice zasłynął m.in. jako twórca logik presupozycji (i superwaluacji). J. C. Beall natomiast jest wykładowcą University of Connecticut, specjalizującym się w filozofii logiki i filozofii języka.

Książka podzielona jest na cztery części. Część I, *Preliminaries*, zawiera, jak to zwykle bywa w tego rodzaju wprowadzeniach, informacje wstępne, których znajomość jest zasadniczo zakładana u czytelnika. Owe „Preliminaria” obejmują: omówienie motywacji filozoficznych leżących u podstaw logik wielowartościowych Łukasiewicza (tu uwaga: Autorzy proponują następującą wymowę nazwiska polskiego logika: „woo-kah-zay-vitz”!) i logik modalnych, wprowadzenie podstawowych informacji dotyczących języka teoriomnogościowego, zasadniczych pojęć syntaktyki i semantyki oraz omówienie stosowanej w całej książce metody tablic semantycznych (analitycznych) Betha.

Część druga, *Possibilities*, obejmuje staranny i przystępny wykład normalnych logik modalnych (to znaczy – najprościej mówiąc – systemów będących rozszerzeniami systemu K, czyli systemu będącego rozszerzeniem klasycznego rachunku zdań o regułę Gödla i zasadę rozkładania funktora konieczności na człony implikacji) oraz „wariacje na temat” nienormalnych logik modalnych (logik słabszych od systemu K), logik określonych warunkowych i kilka uwag odnośnie do logiki intuicjonistycznej. Na uwagę zasługuje tu szerokie stosowanie tablic semantycznych w badaniu ogólnej ważności formuł logik modalnych. Z kolei część III, zatytułowana *Paradox*, poświęcona jest róż-

nego rodzaju systemom wielowartościowym. W tej części książki Autorzy prezentują analizę logiczną niektórych paradoksów Ebulidesa, takich jak paradoks kłamcy, paradoks stosu itp.; paradoksy te były, jak wiadomo, jednym z motywów rewizji logiki klasycznej. Punktem wyjścia Autorów jest struktura czterowartościowa, którą można poddawać różnego rodzaju przekształceniom (Autorzy używają tu terminu *fiddling*, „manipulowanie”). Zagadnienia poruszane w tej części książki będą omówione dokładniej w dalszej części recenzji. I w końcu obszerna część IV, *Metatheory*, jest poświęcona zagadnieniom metalogicznym omawianych systemów. W części tej, po wprowadzeniu dodatkowych pojęć metalogicznych (rozdział 10), autorzy analizują pojęcie systemu logicznego, porównują aksjomatyczne ujęcia systemów z systemami dedukcji naturalnej oraz prezentują problem funkcyjnej pełności logik wielowartościowych (rozdział 11). Następnie omawiają problematykę pełności systemów logik modalnych, relewantnych, logik okresów warunkowych itp., a także kwestie związane ze sformulowaniem ujęć tych logik jako systemów dedukcji naturalnej.

Oceniając przydatność dydaktyczną książki, można powiedzieć, iż książka obejmuje szeroką problematykę logik nieklasycznych w sposób dość zrozumiały, choć poszczególne jej partie mają różny stopień trudności; problemy przedstawione w części IV wymagają już sporej wiedzy czytelnika i czasami przedstawione są w sposób dość skrótowy. Większość paragrafów kończy się kilkoma zadaniami, czasami jednak zadań tych jest zbyt mało (zbyt mało też jest przykładowych rozwiązań zadań). W książce znalazło się niestety wiele błędów o charakterze edytorskim (G. Priest w recenzji, która ukaże się w „*Studia Logica*”, wylicza dwie strony błędów; obszerną erratę czytelnik może znaleźć na stronie internetowej B. Van Fraassena (<http://www.princeton.edu/~fraassen/Possib¶dERRATA.htm>)).

Dla studiującego filozofię szczególnie interesująca może być część trzecia książki, którą teraz szerzej omówimy. Jak powiedziano wyżej, dotyczy ona paradoksów kłamcy i paradoksu związanego z używaniem pojęć o nieostrym zakresie (paradoks stosu). Punktem wyjścia Autorów jest logika czterowartościowa, tzw. logika FDE (od słów *first degree entailment*, wynikanie, dosłownie: pociąganie pierwszego stopnia), zwana też logiką *tautological entailment* i należąca do rodziny logik relewantnych. Logika ta jest znana i nie wymaga referowania (por. np. prace N. Belnapa, M. Dunna itp.). Tu przypomnijmy tylko, że podstawowe funktory tej logiki można scharakteryzować za pomocą następujących matryc:

p	$\neg p$
1	0
b	b
n	n
0	1

\wedge	1	b	n	0
1	1	b	n	0
b	b	b	0	0
n	n	0	n	0
0	0	0	0	0

\vee	1	b	n	0
1	1	1	1	1
b	1	b	1	b
n	1	1	n	n
0	1	b	n	0

Gdzie b = *Both* (prawdziwe i fałszywe), n = *None* (ani prawdziwe, ani fałszywe), 1 = prawdziwe, 0 = fałszywe. Tu nasuwa się wątpliwość: Autorzy sugerują, że owe cztery

wartości matryc można traktować jako cztery wartości prawdziwościowe. Trzeba w tym miejscu zaprotestować: wartości matryc FDE powinno się (jak wskazywał Belnap) interpretować w kategoriach epistemicznych; nie są to stopnie bycia prawdziwym, ale rodzaje poinformowania o wartości logicznej zdania. Idźmy jednak dalej: logika FDE nie posiada tez (wyrażeń, które przyjmują wartość wyróżnioną, tutaj jest to 1, dla wszystkich możliwych wartościowań), choć określona jest w niej operacja konsekwencji: „prawda logiczna i konsekwencja nie idą w parze”. Warto przypomnieć, że w logice tej nie wprowadza się funktora implikacji (aby nie narażać się na paradoksy implikacji). Dla nas ciekawe jest to, w jaki sposób autorzy recenzowanej książki wykorzystują tę logikę do „manipulowania” zmierzającego do usunięcia paradoksów. Otóż, gdy idzie o zdanie kłamcy, Autorzy analizują trzy sposoby wykorzystania logik wielowartościowych do jej zablokowania. Pierwszą odpowiedzią zmierzającą do uchYLENIA antynomii jest pozbawienie zdania kłamcy klasycznych wartości logicznych. Innymi słowy, zdanie kłamcy ma trzecią wartość n , zwaną luką prawdziwościową (*gap-py*). Mamy więc z bazowej struktury czterowartościowej usuniętą wartość b („zarazem prawdziwe i fałszywe”), co znajduje wyraz w postaci matryc tzw. mocnej logiki Kleenego (system K_3), będącej rozszerzeniem logiki FDE. Antynomia nie pojawia się, gdyż nie mamy równoważności dwóch zdań sprzecznych. Jednakże, jak się zauważa, takie rozwiązanie ma pewne usterki. Podstawową jest tzw. problem rewanżu. Dopuszczając mianowicie istnienie zdań pozbawionych wartości logicznej godzimy się jednak na pozostawienie „zasady wyczerpywania” (EP, *exhaustion principle*), głoszącej, że każde zdanie jest prawdziwe lub nie prawdziwe. Jednakże wówczas zdanie o wartości n jest rodzajem zdania nieprawdziwego (skoro nie jest ani prawdziwe, ani fałszywe, to nie jest ono prawdziwe). Ale wówczas zdanie kłamcy wraca we wzmocnionej postaci, głoszącej np., że

(1) „Zdanie oznaczone (1) nie jest prawdziwe”.

Zdanie to ma wartość n , czyli jest ono nieprawdziwe; ale wówczas jest prawdziwe. Czyli antynomia wraca. Innymi słowy, zdanie to zamiast pozostać zdaniem „bez wartości logicznej”, nieoczekiwanie stało się zdaniem prawdziwym.

Druga propozycja uniknięcia antynomii kłamcy zmierza w przeciwnym kierunku niż koncepcja luk prawdziwościowych. Zamiast przypisywać zdaniom paradoksalnym wartość n , przyjmuje się, że zdania te są „przewartościowane”, tzn. mają wartość nieklasyczną „zarówno prawdziwe, jak i fałszywe”, b (*glutty* – przesyczone prawdziwościami). Taką logiką z trzecią wartością „przesyconą” jest trójwartościowa „logika paradoksu” podana przez Grahama Priestę; ignoruje ona wartość n z powyższych matryc czterowartościowych (stosowne matryce czytelnik może łatwo utworzyć, podobnie jak w wypadku systemu K_3 przez ignorowanie wiersza i kolumny matryc FDE zawierających wartość n ; w wypadku K_3 była to wartość b). Jest to znowu rozszerzenie logiki FDE, przy czym mamy w niej dwie wartości wyróżnione matrycy: 1 i b (idea jest taka, że „jakikolwiek sposób bycia prawdziwym, włączając sposób «przewartościowany», winien być uznany za wartość wyróżnioną”, s. 124). Przy tym w logice tej tezami są

wszystkie tezy klasycznego rachunku zdań (np. prawo niesprzeczności), ale – z drugiej strony – spełnialne w tej macyry jest wyrażenie $p \wedge \neg p$ (bo przyjmuje wartość wyróżnioną b). A zatem i sprzeczność i niesprzeczność są ogólnie ważne w tej logice. Trudno nie uznać tej logiki za „szkodliwą”, o ile rozumiemy logikę jako gwarantującą poprawność rozumowań (podobnie jak większość idei dialektizmu głoszonego przez Priestę). Gdyby stanąć na gruncie takiego podejścia, wszystkie wysiłki logików zmierzające do usunięcia czy to antynomii Russella czy też antynomii kłamcy byłyby bezzasadne. Jeszcze inne rozwiązanie, w duchu rozwiązań trójwartościowych, to logika Boczwarę B_3 , gdzie trzecia wartość interpretowana była jako *pozbawione sensu*; owa wartość jest u Boczwarę rozumiana jako odpowiednik określenia *paradoksalny*. Logika owa ma jednak tę wadę, że jeśli dowolny człon zdania złożonego jest pozbawiony sensu, również całe zdanie złożone przyjmuje wartość *pozbawione sensu*. Fakt ten wskazuje, że korzyści ze stosowania takiej logiki do „zwalczania” paradoksów są znikome, jeśli w ogóle jakiegokolwiek. Dlatego, na skutek nikłej (jak widać) skuteczności metody *manipulowania* wartościami macyry FDE, Autorzy proponują inne podejście do paradoksów, związane z pojęciem superwaluacji (w rozdziale IX).

Pretekstem do wprowadzenia tego pojęcia jest analiza Eubulidesowego paradoksu stosu, czyli paradoksu związanego z używaniem terminów o nieostrym zakresie, który to paradoks, jak wskazują autorzy, znajduje się w centrum wielu współczesnych rozważań logik filozoficznych. Według nich, rozwiązania koncentrują się wokół dwóch zasadniczych stanowisk. Ta zwani epistemicyści utrzymują, że argumentacja Eubulidesa jest ogólnie ważna (*valid*), ale niepoprawna (*unsound*), gdyż ignoruje faktyczną różnicę między byciem stosem a niebyciem stosem. Przedstawiciele drugiego stanowiska wskazują, że należy podjąć arbitralną decyzję (i przy niej trwać), że własności nie mogą być nieostre (albo dowolna liczba ziaren, nawet jedno, tworzy stos, albo stosy nie istnieją). Zamiast powyższych podejść Autorzy wskazują na stanowiska opierające się na założeniu, że istnieją luki prawdziwościowe oraz założeniu, że istnieją stopnie prawdy (w pewnym sensie tego słowa). U podstaw logik superwaluacji leży dążenie do tego, ażeby logiczna prawdziwość zdań zależała od ich formy, a nie od treści tych zdań. Chodzi zatem o zachowanie wszystkich tez klasycznego rachunku zdań (wyżej omawiane systemy albo były w ogóle pozbawione tez, a więc nie zawierały też tez klasycznego rachunku zdań, albo wartość wyróżnioną przyznawały zarówno tezom, jak i kontrtezm logiki klasycznej). Dodatkowo przy konstruowaniu logik superwaluacji chodzi o dopuszczenie możliwości, że zdania są pozbawione wartości logicznej (bez-sensowne semantycznie). Definicja superwaluacji jest następująca:

Przyporządkowanie s do pewnego lub wszystkich zdań języka L jest superwaluacją języka L dokładnie wtedy, gdy istnieje zbiór V_s dopuszczalnych wartościowań języka L taki, że s przyporządkowuje wartość x do zdania A wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie elementy V_s przyporządkowują wartość x do A , a s jest nieokreślone w A , gdy nie istnieje taka wartość.

Najogólniej więc mówiąc, jeśli wszystkie wartościowania przyporządkowują zdaniu tę samą wartość, to i superwaluacja (*nadwartościowanie*) tę wartość przyjmuje. Tak więc w odniesieniu do terminów o zakresie nieostrym superwaluacje służą do precyzacji języka; jeśli mamy np. nieostry predykat „jest dzieckiem”, to jego użycie w odniesieniu do pięciolatka da zawsze zdanie prawdziwe, w odniesieniu do pięćdziesięciolatka – zdanie fałszywe, a w odniesieniu do piętnastolatka – raz zdanie prawdziwe, raz fałszywe (i stąd superwaluacja będzie w tym przypadku *nieokreślona*). Tak więc paradoks stosu (i inne związane z używaniem pojęć o nieostrym zakresie) zostanie w ten sposób oddalony; superwaluacja spowoduje, że zarówno zdanie zawierające predykat nieostry jak i jego negacja na „obszarze nieostrości” przyjmie wartość *nieokreślony*.

Warto w tym miejscu zauważyć, że pojęcie superwaluacji było dyskutowane żywo pod koniec lat sześćdziesiątych w kontekście rozważań nad Strawsonowskim pojęciem presupozycji. Presupozycje, przypomnijmy, to najogólniej mówiąc zdania, których prawdziwość jest gwarantem sensowności semantycznej wypowiedzi. Szkoda, że Autorzy recenzowanej książki nie odnieśli się w niej do pojęcia presupozycji. Wówczas i pojęcie superwaluacji stałoby się jaśniejsze; trzeba tu powiedzieć, że fragment książki dotyczący superwaluacji jest dla czytelnika nieobznajomionego z tą problematyką zbyt lakoniczny (zagadnienie to jest jasno przedstawione np. w artykule B. Van Fraassena *Singular terms, truth-value gaps and free logic*, „Journal of Philosophy” 53 (1966), nr 17, s. 481-495).

Podsumowując powyższe rozważania, należy podkreślić, że recenzowana książka wnosi ważny wkład do dydaktyki logik nieklasycznych, choć jej lektura wymaga od czytelnika sporo pracy (wskutek skrótowości niektórych jej partii). Podręcznik ten może być pożytecznym narzędziem na proseminarium logik nieklasycznych (na wydziałach filozoficznych), rozszerzanym i analizowanym przez studentów pod okiem nauczyciela.

Marek Lechniak
Katedra Logiki KUL

John N. Martin, *Themes in Neoplatonic and Aristotelian Logic: Order, Negation and Abstraction*, London: Ashgate Publishing 2004, ss. 204. ISBN 0-7546-0811-5.

Wydawać by się mogło, że na początku XXI wieku można powiedzieć niewiele nowego w historii logiki poza wynajdywaniem i edycją dzieł mniej znanych autorów. Trudno o bardziej mylną opinię. Co roku wychodzi wiele nowych prac poświęconych dziełu logicznemu Arystotelesa czy autorów średniowiecznych, których teksty są znane i opracowane od bardzo dawna. Przy tym co rusz znajdowane są interpretacje obalające wiele tez uznawanych jeszcze niedawno za klasyczne. Trzeba dodać, że