ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom LV, numer 2 – 2007

ANNA KOZANECKA
MAGDALENA LESZCZYŃSKA *

O WYRAŻALNOŚCI NIEKTÓRYCH RELACJI CZASOWYCH I WŁASNOŚCI CZASU W JĘZYKU SYSTEMÓW LOGIKI TEMPORALNEJ G. H. VON WRIGHTA

Filozofowie zajmowali się kwestią formalnego ujęcia czasu już od starożytności. Zagadnienie to było jednak dość długo traktowane marginalnie, a wraz z renesansowym upadkiem logiki formalnej poszło w niepamięć. Dopiero w XX wieku w literaturze logicznej pojawiły się prace, w których przedstawiano konstrukcje zwane systemami logiki temporalnej. Wszystko wskazuje jednak na to, że nie można zbudować jednego takiego systemu formalnego, który byłby adekwatny do przedstawienia własności czasu na gruncie filozofii, nauk przyrodniczych i nauk humanistycznych. Relacje czasowe oraz własności następstwa czasowego mogą być bowiem różnie pojmowane.

Zważywszy na ważność elementu czasowego w naukach przyrodniczych oraz zapotrzebowanie na adekwatną logikę temporalną dla tego rodzaju nauk, w artykule tym analizowane będą wybrane systemy logiki temporalnej[1] mogące znaleźć zastosowanie na gruncie nauk przyrodniczych, głównie fizyki współczesnej i kosmologii: systemy *And Next* i *And Then* skonstruowane

Mgr ANNA KOZANECKA – Katedra Logiki, Wydział Filozofii, Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II; adres do korespondencji: Al. Racławickie 14, 20-950 Lublin; e-mail: annakozanecka @wp.pl

Mgr MAGDALENA LESZCZYŃSKA – Katedra Logiki, Wydział Filozofii, Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II; adres do korespondencji: Al. Racławickie 14, 20-950 Lublin; e-mail: leszczynskamgd@googlemail.com

[1] Współcześnie mianem logiki temporalnej określane są przede wszystkim: logika czasów gramatycznych, logika czasu fizykalnego (zawierająca zmienną czasową), systemy logiki temporalnej von Wrighta oraz systemy temporalne wykorzystujące pojęcie czasu w programach komputerowych. Zob. A. K o z a n e c k a, *O rodzajach logik temporalnych*, „Roczniki Filozoficzne” 55 (2007), nr 1, s. 189-199.

przez G. H. von Wrighta. Warunkiem zastosowania tych systemów w wymienionych naukach przyrodniczych jest *adekwatne* ujęcie przez te systemy *własności czasu w sensie fizykalnym*. Faktem zaś jest, że wciąż wielu autorów w sposób niewystarczający dyskutuje powyższe zagadnienie.

Głównym celem niniejszego artykułu będzie odpowiedź na pytanie, czy systemy logiki temporalnej von Wrighta adekwatnie wyrażają za pomocą aksjomatów (i twierdzeń) własności czasu fizykalnego, a co za tym idzie – czy mogą znaleźć zastosowanie na gruncie nauk przyrodniczych, głównie fizyki. W związku z tym na początku podana zostanie definicja czasu fizykalnego oraz omówione zostaną pokrótce najważniejsze jego własności. Następnie przedstawi się syntaktyczną charakterystykę systemu *And Next* i *And Then*. W końcowej części artykułu spróbuje się odpowiedzieć na postawione powyżej pytanie o wyrażalność niektórych relacji czasowych i własności czasu w języku systemów logiki temporalnej von Wrighta i o zastosowanie tych systemów na gruncie nauk przyrodniczych, głównie fizyki.

I.

Przyjmuje się, że w fizyce **c z a s** można traktować jako teoriomnogościowy zbiór momentów uporządkowany liniowo przez relację czasowego następstwa (nazywaną także relacją poprzedzania): *Czas:* C = (**M**,<), gdzie **M** jest zbiorem *momentów* (t_1, t_2, t_3 ...), natomiast < binarną *relacją czasowego następstwa* określoną na poszczególnych momentach należących do **M**[2].

Wyrażenie „$t_1 < t_2$ ”czyta się: moment t_1 jest *wcześniejszy od* momentu t_2 ; moment t_2 jest *późniejszy od* momentu t_1.

Moment to teoriomnogościowy zbiór *zdarzeń* wzajemnie *równoczesnych* zawarty (w sensie inkluzji) w *świecie materialnym*.

Pojęcie z*darzenia* jest pojęciem pierwotnym, niedefiniowalnym. Używając dalej pojęcia „zdarzenie”, będzie się miało na myśli zdarzenie infinityzymalne.

Świat materialny (S) to teoriomnogościowy zbiór wszystkich *zdarzeń* (x, y, z...)[3].

Przez *relację równoczesności* (**R**) rozumie się natomiast dwuczłonową relację między zdarzeniami (w ogólnym przypadku przestrzennie odległymi),

[2] Por. Z. A u g u s t y n e k, *Własności czasu*, Warszawa 1970, s. 29.
[3] Tamże, s. 9-12.

a więc określoną w S, definiowaną następująco: jeżeli z punktów przestrzennych p_1 i p_2, w których zachodzą odpowiednio zdarzenia x i y, wychodzą równocześnie z ich zachodzeniem sygnały świetlne (rozchodzą się one ze stałą prędkością: 300 000 km/sek.), to zdarzenia x i y są równoczesne wtedy i tylko wtedy, gdy sygnały te zbiegają się równocześnie w punkcie środkowym interwału przestrzennego między punktami p_1 i p_2 [4].

Relacja równoczesności **R** określona w zbiorze zdarzeń jest:

– zwrotna: $\forall x \in S\ (x\mathbf{R}x)$,

– symetryczna: $\forall x, y \in S\ (x\mathbf{R}y \rightarrow y\mathbf{R}x)$,

– przechodnia: $\forall x, y, z \in S\ (x\mathbf{R}y \wedge y\mathbf{R}z \rightarrow x\mathbf{R}z)$.

R jest zatem w S relacją równoważnościową. Własności te zachodzą w danym inercjalnym układzie odniesienia i są empirycznie stwierdzone na gruncie szczególnej teorii względności[5].

Relacja czasowego następstwa < jako liniowo porządkująca zbiór, jest relacją:

– zwrotną: $\forall t \in \mathbf{M}\ (t < t)$,

– antysymetryczną: $\forall t_1, t_2 \in \mathbf{M}\ [(t_1 < t_2) \wedge (t_2 < t_1) \rightarrow (t_1 = t_2)]$,

– przechodnią: $\forall t_1, t_2\ t_3 \in \mathbf{M}\ [(t_1 < t_2) \wedge (t_2 < t_3) \rightarrow (t_1 < t_3)]$ oraz

– spójną: $\forall t_1, t_2 \in \mathbf{M}\ [(t_1 < t_2) \vee (t_1 = t_2) \vee (t_2 < t_1)]$[6].

Podana wyżej definicja czasu, określona za pomocą relacji równoczesności **R**, jest definicją czasu przez abstrakcję (H. Reichenbach, H. Mehlberg, K. Ajdukiewicz)[7]. Jest ona przyjmowana przede wszystkim na gruncie szcze-

---

[4] W definicji tej nie ma błędnego koła, gdyż w definiensie chodzi o równoczesność w punkcie, czyli o koincydencję czasoprzestrzenną. Por. A u g u s t y n e k, *Własności czasu,* s. 10.

[5] Równoczesność to relacja pokrycia czasowego zdarzeń. Chodzi tu zatem o zdarzenia, w danym układzie odniesienia, które zachodzą w tym samym momencie, ale w innych punktach przestrzeni (separacja przestrzenna). „Zachodzić w…” znaczy tyle, co: „ należeć do …” w sensie teoriomnogościowym ($x \in t$). Wobec tego mówi się, że dwa zdarzenia, które są ze sobą równoczesne, należą do tego samego momentu. Stąd wynika, że więcej niż jedno zdarzenie może należeć do tego samego momentu. Na gruncie mechaniki klasycznej relacja równoczesności miała charakter absolutny, tzn. relacja ta nie zależała od układu odniesienia. Dwa zdarzenia równoczesne w jednym układzie odniesienia uznawano za równoczesne we wszystkich układach odniesienia. Natomiast według szczególnej teorii względności nie ma absolutnej równoczesności. Relacja równoczesności **R** jest względna, tzn. zrelatywizowana do inercjalnego układu odniesienia. Znaczy to, że jeżeli przestrzennie odległe zdarzenia x i y są równoczesne względem układu U, to nie są one równoczesne względem układu W, poruszającego się odnośnie układu U. Wobec tego moment czasu, a zatem także i czas, jako zbiór momentów, jest względny, czyli zrelatywizowany do układu odniesienia. Na gruncie szczególnej teorii względności czas i przestrzeń są względne, absolutna jest zaś czasoprzestrzeń. Por. A u g u s t y n e k, *Własności czasu,* s. 16-17.

[6] Por. L. B o r k o w s k i, *Wprowadzenie do logiki i teorii mnogości*, Lublin 1991, s. 271- 272.

[7] Zob. K. A j d u k i e w i c z, *Czas*, [w:] *Język i poznanie*, t. 2, Warszawa 1965, s. 384-387.

gólnej teorii względności. Natomiast definiując czas przez abstrakcję na gruncie ogólnej teorii względności, trzeba przystać na jego ściśle lokalny charakter (implikowany przez lokalność relacji równoczesności)[8]. Zaletą definicji przez abstrakcję jest fakt, iż definicja ta, poza tym, że jest merytorycznie i formalnie poprawna, jest ogólna i nie zawiera informacji o szeregu istotnych własności czasu, głównie topologicznych, o których będzie mowa w dalszej części artykułu[9].

Nie istnieje jedna, uniwersalna koncepcja dotycząca własności czasu w sensie fizykalnym. Koncepcji tych na gruncie fizyki (a także filozofii nauki) jest kilka, a zależą one od tego, jakie przyjmie się założenia w danej teorii fizycznej, implikujące określone własności czasu i relacje czasowe.

Własności czasu dzielą się na jakościowe (topologiczne) i ilościowe (metryczne)[10]. Czas jest w fizyce wielkością mierzalną, podlega pomiarowi. Dla takiego ujęcia czasu niezbędne jest wprowadzenie liczbowych pojęć związanych z czasem. Takimi pojęciami są na przykład miara interwału, odległość dwóch momentów oraz współrzędna momentu. Zdefiniowane zostanie w tym miejscu tylko to ostatnie pojęcie, gdyż będzie ono potrzebne do dalszych rozważań. Poza tym nasza uwaga koncentruje się na własnościach topologicznych czasu, a nie metrycznych (tezy logik temporalnych wyrażają topologiczne własności czasu).

Żeby dojść do pojęcia współrzędnej momentu, przyjmuje się, że czas C jest uporządkowanym przez relację poprzedzania teoriomnogościowym zbiorem momentów. Ponadto zakłada się, że topologicznie odpowiada prostej euklidesowej.

Współrzędną momentu t w układzie *j* jest pewna liczba rzeczywista przyporządkowana momentowi czasu t przez funkcję *f*[11]. Funkcja *f* przyporządko-

---

[8] Por. Z. A u g u s t y n e k, *Natura czasu*, Warszawa 1975, s. 210-235.

[9] Takie informacje (często sprzeczne) podaje relatywistyczna teoria czasu, której podstawą jest teoria względności, mechanika kwantowa, kwantowa teoria pola, kosmologia przyrodnicza itd. Obecnie fizycy poszukują teorii kwantowej grawitacji (która połączyłaby teorię względności i mechanikę kwantową), jak na razie jednak pozostaje ona celem trudnym do osiągnięcia. Możliwe jest, iż teoria ta przyniesie jeszcze inne podejście do czasu i określi inne jego własności. Por. A u g u s t y n e k, *Własności czasu*, s. 8-9, 15.

[10] Według szczególnej teorii względności, własności metryczne czasu (głównie długość interwału czasu) zależą od inercjalnego układu odniesienia, jego prędkości oraz od własności metrycznych przestrzeni. Według ogólnej teorii względności – zależą także od natężenia pola grawitacyjnego.

[11] Takie przyporządkowanie ma miejsce wtedy, gdy uznajemy czas za zbiór (momentów) ciągły. Jeżeli przyjmuje się, że czas jest zbiorem gęstym, to wtedy każdemu momentowi czasu przyporządkowana jest wzajemnie jednoznacznie liczba wymierna. Czas może być także zbiorem

wuje każdemu momentowi czasu: t_1, t_2, t_3… $\in$ **M** pewną liczbę rzeczywistą. Funkcja ta nazywana jest *układem współrzędnych* w **M**. Dziedziną funkcji *f* jest zatem zbiór momentów uporządkowany przez relację poprzedzania <, tj. czas C, a przeciwdziedziną zbiór wszystkich liczb rzeczywistych (R) uporządkowany przez relację mniejszości arytmetycznej <. Funkcja *f* jest wzajemnie jednoznaczna (różnym momentom przyporządkowuje różne współrzędne), czyli stanowi odwzorowanie czasu C na zbiór liczb rzeczywistych R. Jest to odwzorowanie izomorficzne czasu uporządkowanego przez relację poprzedzania < w zbiór liczb rzeczywistych uporządkowany przez relację mniejszości arytmetycznej <. Oznacza to m. in., że moment t_1 jest wcześniejszy od t_2 wtedy i tylko wtedy, gdy współrzędna t_1 jest mniejsza od współrzędnej t_2. Funkcja *f* odwzorowuje zatem porządek czasowy między momentami czasu w porządek arytmetyczny między liczbami rzeczywistymi. Na skutek izomorfizmu między zbiorem momentów a zbiorem liczb rzeczywistych utożsamia się czasem współrzędną momentu z samym momentem[12].

W świetle dotychczasowych rozważań widać, iż czas na gruncie fizyki można traktować jako liniowo uporządkowany przez relację poprzedzania, zorientowany, teoriomnogościowy zbiór momentów, którym można przyporządkować pewne liczby. Taka definicja czasu nie implikuje żadnych innych własności czasu. Eliminuje jednak model czasu-okręgu i wyklucza rozgałęzioność czasu. Przejdźmy zatem do charakterystyki topologicznych własności czasu.

W fizyce od czasów Galileusza niezmiennie przyjmuje się, że czas jest jednowymiarowy (każdemu momentowi czasu przyporządkowana jest wzajemnie jednoznacznie *jedna i tylko jedna* liczba jako jego współrzędna). Poza tym czas może być traktowany jako ciągły, gęsty lub dyskretny, skończony lub nieskończony, linearny lub rozgałęziony.

Jednym z pytań, które zadaje się przy charakteryzowaniu czasu, jest pytanie, czy czas należy traktować jako ciągły lub gęsty, czy też może jako dyskretny. Z samego uporządkowania czasu przez relację poprzedzania < nie wynika, którą z wymienionych własności czas posiada. Założenie ciągłości, gęstości, czy dyskretności czasu wymaga przyjęcia nowych własności dla relacji poprzedzania.

Wykazane już zostało, że momentom czasowym można przyporządkować pewne liczby (ze względu na funkcję *f* odwzorowującą izomorficznie czas

dyskretnym. Każdemu momentowi czasu przyporządkowana jest wtedy wzajemnie jednoznacznie liczba całkowita lub naturalna.

[12] Por. A u g u s t y n e k, *Własności czasu*, s. 47-51.

uporządkowany przez relację poprzedzania < w zbiór liczb uporządkowany przez relację mniejszości arytmetycznej <). Dlatego prawdziwe są definicje:

Czas C jest nazywany *gęstym*, *ciągłym* jeśli dla każdych $t_1, t_2 \in \mathbf{M}$ jeżeli $t_1 < t_2$, to $\exists\ t_3 \in \mathbf{M}$ takie, że $t_1 < t_3$ i $t_3 < t_2$.

Każdemu momentowi jest przyporządkowana, przez funkcję *f*, wzajemnie jednoznacznie liczba rzeczywista (czas ciągły) lub wymierna (czas gęsty). Nie ma momentów następujących bezpośrednio po sobie. Zawsze, dla dwóch dowolnych momentów czasowych, nawet tych znajdujących się bardzo blisko siebie, można wyznaczyć nowy moment leżący między nimi.

Czas C jest nazywany *dyskretnym*, jeśli dla każdych $t_1, t_2 \in \mathbf{M}$,
jeżeli $t_1 < t_2$, to $\exists\ t_3 \in \mathbf{M}\ (t_1 < t_3)$ i $\neg \exists\ t_4 \in \mathbf{M}\ (t_1 < t_4$ i $t_4 < t_3)$,
jeżeli $t_2 < t_1$, to $\exists\ t_3 \in \mathbf{M}\ (t_3 < t_1)$ i $\neg \exists\ t_4 \in \mathbf{M}\ (t_3 < t_4$ i $t_4 < t_1)$[13].

Każdemu momentowi funkcja *f* przyporządkowuje wzajemnie jednoznacznie liczbę całkowitą lub naturalną. Dla dwóch sąsiadujących ze sobą momentów czasowych nie da się wyznaczyć nowego momentu leżącego między nimi.

W naukach przyrodniczych począwszy od ich powstania przyjmuje się założenie, że czas jest ciągły. Ma to związek z realizowaniem zwykłej procedury koordynatyzacji czasu, polegającej na przyporządkowaniu każdemu momentowi czasu wzajemnie jednoznacznie pewnej (jednej) *liczby rzeczywistej* jako jego współrzędnej. W konsekwencji odległość dwóch momentów jest funkcją, która może przyjmować wartości dowolnie małe. Zbiór momentów czasowych jest zatem nieskończenie podzielny, czyli jest nieskończony (o mocy *continuum*). Pomiarowe rozróżnienie, czy czas jest ciągły, czy gęsty, nie jest możliwe, gdyż pomiary interwałów czasu nie są nigdy absolutnie dokładne.

Założenie ciągłości czasu zostało uzasadnione na podstawie makrodoświadczenia, w ramach danych fizyki klasycznej. Także w teorii względności przyjmuje się, że czas ma naturę ciągłą. Inaczej wygląda sprawa z ekstrapolacją ciągłości czasu na mikropoziom. Na gruncie mechaniki kwantowej niektórzy badacze (np. H. Coish, D. Iwanenko) przyjęli założenie, iż na mikropoziomie czas ma naturę skwantowaną i starali się operować pojęciem

[13] Por. R. Klimek, *Wprowadzenie do logiki temporalnej*, Kraków 1999, s. 19; E. Hajnicz, *Reprezentacja logiczna wiedzy zmieniającej się w czasie*, Warszawa 1996, s. 6.

czasu dyskretnego. Zastosowali inną procedurę koordynatyzacji czasu, polegającą na przyporządkowaniu każdemu momentowi czasu wzajemnie jednoznacznie pewnej *liczby całkowitej* jako jego współrzędnej. Przyjęto, iż istnieją bezpośrednio po sobie następujące, sąsiadujące ze sobą wielkości czasu zwane kwantami czasu lub chrononami. Co za tym idzie, czas fizyczny, będący zbiorem chrononów, nie jest nieskończenie podzielny (na mikropoziomie rzeczywistości fizycznej); jest skończony (co do mocy). W kwantach czasu zachodzą elementarne zdarzenia takie, jak np. rozpad cząsteczek elementarnych.

Niestety, próby skonstruowania kwantowej teorii czasu napotykały po drodze różnorakie trudności i dlatego nie wyszły na razie poza ramy roboczych hipotez[14]. Niewykluczone jednak, że wraz z rozwojem fizyki trzeba będzie przyjąć jego własność, jaką jest dyskretność (oczywiście tylko na mikropoziomie rzeczywistości fizycznej).

Kolejnym pytaniem, jakie stawia się przy charakteryzowaniu własności czasu, jest pytanie, czy czas należy traktować jako skończony, czy też może jako nieskończony, w sensie posiadania lub nieposiadania przez niego określonej granicy, tj. momentu początkowego i/lub momentu końcowego.

Czas traktowany może być jako zbiór (linia) *z punktem początkowym i/lub końcowym* lub *zbiór bez takich punktów*. W przypadku czasu chodzi oczywiście o momenty.

Czas C *nie posiada momentu początkowego*, jeśli:

$\forall t_1 \; \exists t_2 \, (t_2 < t_1)$;

Czas C *nie posiada momentu końcowego*, jeśli:

$\forall t_1 \; \exists t_2 \, (t_1 < t_2)$;

Czas C *posiada moment początkowy,* jeśli:

$\forall t_1 \, \exists t_2 \; [t_2 < t_1 \text{ i} \, \forall t_3 \neg (t_3 < t_2)]$;

Czas C *posiada moment końcowy*, jeśli:

$\forall t_1 \, \exists t_2 \; [t_1 < t_2 \text{ i } \forall t_3 \neg (t_2 < t_3)]$[15].

Czas może być zatem traktowany jako:

a) posiadający moment początkowy i końcowy: model czasu-odcinka,

b) posiadający moment tylko początkowy lub końcowy: model czasu-półprostej,

c) nieposiadający momentu początkowego i końcowego: model czasu-okręgu i model czasu-prostej[16].

---

[14] Por. A u g u s t y n e k, *Własności czasu*, s. 74-87.

[15] Por. K l i m e k, *Wprowadzenie do logiki temporalnej*, s. 20; H a j n i c z, *Reprezentacja logiczna wiedzy zmieniającej się w czasie*, s. 6.

Wymienione powyżej modele czasu zostaną omówione w dalszej części artykułu. Modele te, oprócz modelu czasu-odcinka, są modelami czasu nieskończonego. Obok wyżej wymienionych istnieje również model czasu rozgałęzionego.

Na gruncie współczesnej fizyki i kosmologii nie przyjmuje się ani modelu czasu-okręgu (ale i jednoznacznie nie odrzuca), ani modelu czasu-prostej, ani modelu czasu rozgałęzionego. Wobec tego przyjrzeć się należy innym modelom czasu. Jednym z nich jest najczęściej przyjmowany model czasu-odcinka (czas posiada początek i koniec), a drugim model czasu-półprostej (czas posiada tylko początek). Problem dotyczący skończoności lub nieskończoności czasu na gruncie współczesnej fizyki uwikłany jest w szerszy kontekst – powyższych własności wszechświata badanych na gruncie kosmologii przyrodniczej. Stąd rozwiązanie tego problemu uzależnione jest od odpowiedzi na pytanie o czasowość bądź wieczność wszechświata. Przyjmuje się bowiem, że czas powstał wraz z początkiem zaistnienia wszechświata w momencie Wielkiego Wybuchu.

Bez specjalnego zagłębiania się w tę kwestię odnotujmy, iż na gruncie fizyki i kosmologii, na podstawie danych termodynamiki (nauki o cieple) i ogólnej teorii względności, istnieją dwa główne argumenty za czasowym początkiem wszechświata, czyli zaistnieniem absolutnie pierwszego zdarzenia.

Pierwszy argument za czasowym początkiem wszechświata opiera się na rozszerzeniu drugiego prawa termodynamiki (entropia nigdy nie maleje i całkowita entropia dowolnego układu jest większa lub równa sumie entropii jego części[17]) na całość kosmosu. W argumencie tym z założenia ustawicznego wzrostu entropii we wszechświecie wysuwa się perspektywę jego śmierci cieplnej (całkowitego bezruchu wszechświata), by następnie z tej perspektywy wyprowadzić wniosek o początku trwania czasowego wszechświata. Jest to tzw. argument entropologiczny implikujący model czasu-odcinka. Drugim argumentem za tym, że wszechświat ma czasowy początek, jest tzw. teoria ekspansji przestrzennej wszechświata. Odległe galaktyki oddalają się od nas (tym szybciej, im większa jest odległość do nich), co wskazuje na to, że wszechświat nie jest statyczny, ale stale się rozszerza. Wszechświat zaczął się rozszerzać w czasie, co stanowi argument za tym, że zaczął także

[16] Por. A u g u s t y n e k, *Własności czasu*, s. 111-115.

[17] Entropią nazywa się stopień wyrównywania się temperatury w cieplnych układach zamkniętych. Wzrost entropii w danym układzie oznacza zatem wzrost rozproszenia energii cieplnej.

istnieć w czasie, czyli miał początek. Ten argument prowadzi do przyjęcia modelu czasu-półprostej. Natomiast przyjęcie teorii, że w przyszłości wszechświat skurczy się z powrotem do stanu z chwili Wielkiego Wybuchu i wtedy nastąpi koniec czasu, Wielki Kres (osobliwość końcowa), implikuje akceptację modelu czasu-odcinka.

Nie ma pewności i zgody między uczonymi, który z modeli czasu lepiej opisuje rzeczywistość: czy czas jest skończony, czy nieskończony. Nie wiemy także, jaki model czasu przyjęty będzie na gruncie kwantowej teorii grawitacji.

Ostatnim ważnym pytaniem dotyczącym czasu jest pytanie o kierunek jego upływu: czy czas jest linearny, czy rozgałęziony.

Czas nazywamy *linearnym (w lewo)*, jeżeli:

$\forall t_1, t_2, t_3 \in \mathbf{M}$ jeśli $t_2 < t_1$ i $t_3 < t_1$ zachodzi:

albo $t_2 = t_3$, albo $t_3 < t_2$ albo $t_2 < t_3$.

Czas nazywamy *linearnym (w prawo)*, jeżeli:

$\forall t_1, t_2, t_3 \in \mathbf{M}$ jeśli $t_1 < t_2$ i $t_1 < t_3$ zachodzi:

albo $t_2 = t_3$, albo $t_2 < t_3$ albo $t_3 < t_2$ [18].

Przyjęta na gruncie współczesnej fizyki i kosmologii definicja czasu (liniowo uporządkowany przez relację poprzedzania, zorientowany, teoriomnogościowy zbiór momentów, którym można przyporządkować pewne liczby) wyklucza rozgałęzioność czasu. Założenie to tkwi w procedurze metryzacji i koordynatyzacji czasu. Na gruncie fizyki i kosmologii zawsze przyjmowano, że czas jest linearny, spójny, nie rozszczepia się na dwie (lub więcej) gałęzie ani w kierunku przyszłości, ani w kierunku przeszłości.

Wyobrażenie czasu w postaci linii prostej zakłada, że istnieje tylko jeden wariant przyszłości; w każdym momencie czasowym jego następnik zawsze jest wyznaczony w sposób jednoznaczny (moment t_1 pociąga za sobą określony moment t_2). Linearność czasu nie oddaje faktu potencjalnego istnienia wielu różnych wariantów przyszłości, które mogą się rozpocząć w każdym momencie.

Rozgałęzienia czasowe można natomiast pojmować na różne sposoby. Mogą to być rozgałęzienia w kierunku przyszłości, ale także pochodzące z przeszłości. Najczęściej mówi się o rozgałęzieniu pierwszego rodzaju. W czasie rozgałęzionym dla pewnego momentu przeszłość składa się wyłącznie z momentów zaktualizowanych, czas przeszły jest linearny, natomiast przyszłość jest w dziedzinie możliwości; mówi się o *możliwych* momentach,

---

[18] Por. K l i m e k, *Wprowadzenie do logiki temporalnej*, s. 21; H a j n i c z, *Reprezentacja logiczna wiedzy zmieniającej się w czasie*, s. 5.

z których niektóre aktualizują się z biegiem czasu. Pewien moment przyszły jest możliwy, co znaczy, że może zajść lub może nie zajść.

Podsumowując dotychczasowe uwagi, należy stwierdzić, że istnieje wiele, często wykluczających się, teorii czasu. Na gruncie współczesnej fizyki nie ma zgodności co do niektórych własności czasu. Bezsporna jest tylko jego linearność. Model linearny jest aktualnym modelem czasu przyjmowanym obecnie na gruncie fizyki.

II.

Systemy logiki temporalnej zaczęto konstruować począwszy od końca pierwszej połowy XX wieku. Za ich prekursora uznaje się A. N. Priora, twórcę logiki czasów gramatycznych *tense logic*. G. H. von Wright[19] swoje systemy zbudował niezależnie od Priora i innych logików. Pierwszym aksjomatycznym systemem logiki temporalnej zbudowanym przez von Wrighta jest system *And Next* (1965), drugim system *And Then* (1966). W systemach tych występują funktory temporalne (zdaniotwórcze od dwóch argumentów zdaniowych), tzw. funktory koniunkcji uczasowionej (asymetrycznej) oznaczane symbolem T.

Na gruncie systemu ***And Next*** występuje funktor T odczytywany:

pTq – „i następnie” (*and next*) – „p i następnie (w chwili bezpośrednio następującej) q”;

Na gruncie systemu *And Then* występuje funktor T odczytywany:

pTq – „i potem” (*and then*) – „p i potem (w pewnym późniejszym czasie) q”[20].

---

[19] Von Wright uważał, że pomimo istnienia wielu różnorodnych prac (głównie filozoficznych) traktujących o czasie, niewiele było prób podejścia do niego za pomocą narzędzi logiki formalnej. Jego zdaniem klasyczna logika opisuje świat „statyczny”, to znaczy taki, w którym w jednej i tej samej rzeczy jedna i ta sama własność nie może być zarazem obecna i nieobecna. Von Wright wskazywał, że możliwe jest jednak, żeby jedna i ta sama rzecz miała i nie miała tej samej własności. Mogła ją bowiem najpierw mieć, a potem nie mieć. Istnieją zatem zdania, których wartość logiczna zmienia się czasie, na przykład zdanie: *Pada deszcz*. Zdaniem von Wrighta logika opisująca świat „dynamiczny” jest bardzo potrzebna. Ważną rolę w takiej logice odgrywa pojęcie zmiany, procesu i czasu. Por. G. H. von Wright, *And Next*, “Acta Philosophica Fennica” 18 (1965), s. 293.

[20] Spójnik T jest charakteryzowany jako koniunkcja asymetryczna dlatego, że wyrażenie „p *i następnie* q” ma wyraźnie inne znaczenie niż wyrażenie „q *i następnie* p”. Tak samo wyrażenie „p *i potem* q” ma wyraźnie inne znaczenie niż wyrażenie „q *i potem* p”.

Aksjomatyczny system logiki temporalnej *And Next* charakteryzuje formalnie funktor T, odczytywany w języku potocznym: „i następnie”[21]. Jest to system nadbudowany nad klasycznym rachunkiem zdań.

Do języka systemu *And Next* należą symbole klasycznego rachunku zdań:

– zmienne zdaniowe: p, q, r, …,

– stałe logiczne, czyli funktory prawdziwościowe: ~, $\wedge$, $\vee$, →, ≡,

– nawiasy (ewentualnie).

Ponadto w skład języka sytemu *And Next* wchodzi dwuargumentowy funktor T.

Poprawnie zbudowanymi formułami (tzw. T-wyrażeniami) systemu *And Next* są wyrażenia atomiczne, czyli zmienne zdaniowe i wyrażenia utworzone z funktora T i jego argumentów (np. pTq; $(p \vee q)$ T $(r \vee s)$) oraz wyrażenia złożone, utworzone z wyrażeń atomicznych za pomocą funktorów prawdziwościowych, np. $[(pTq) \vee (pTr) \vee (pT{\sim}q)]$. W omawianym systemie funktor T wiąże najsłabiej[22].

System *And Next* zawiera wszystkie aksjomaty klasycznego rachunku zdań:

A0. A, gdzie A jest tautologią klasycznego rachunku zdań.

Specyficznymi aksjomatami systemu *And Next* są wyrażenia:

A1. $(p \vee q \text{ T } r \vee s) \equiv (p \text{ T } r) \vee (p \text{ T } s) \vee (q \text{ T } r) \vee (q \text{ T } s)$ – aksjomat dystrybutywności,

A2. $(p \text{ T } q) \wedge (r \text{ T } s) \equiv (p \wedge r \text{ T } q \wedge s)$ – aksjomat koordynacji[23],

A3. $p \equiv (p \text{ T } q \vee {\sim} q)$ – aksjomat zbędności,

A4. ${\sim} (p \text{ T } q \wedge {\sim} q)$ – aksjomat niemożliwości.

Regułami pierwotnymi tego systemu są: reguła podstawiania T-wyrażeń za zmienne zdaniowe: RP, reguła odrywania: RO i reguła ekstensjonalności: REx, która głosi, że jeżeli równoważność zbudowana z dwóch T – wyrażeń jest tezą, to człony tej równoważności można odpowiednio wzajemnie zastępować w tezach systemu[24].

---

[21] Pierwszą próbę badania tej stałej logicznej podjął von Wright w 1963 roku w książce: *Norm and Action,* a usystematyzował i uogólnił zawarte w niej idee w 1965 roku w artykule *And Next*.

[22] W związku z tym Von Wright wprowadził konwencję dotyczącą nawiasów. Na przykład wyrażenie: $((((\sim p \wedge q) \vee r) \rightarrow s) \equiv u)$ Tw można zapisać prościej, opuszczając nawiasy: $\sim p \wedge q \vee \vee r \rightarrow s \equiv u$Tw.

[23] Von Wright zauważył, że aksjomat A2 można zapisać prościej: A2’$(p \text{ T } q) \wedge (p \text{ T } r) \rightarrow \rightarrow (p \text{ T } q \wedge r)$.

[24] Por. von Wright, *And Next*, s. 294-295.

Spójnik T można nazwać spójnikiem koordynującym dwa światy, to znaczy świat, który jest teraz i świat, który będzie następny. Spójnik ten można jednak zinterpretować nie tylko jako spójnik przyszłości, ale także jako spójnik przeszłości. Wtedy koordynuje on świat będący w pewnym momencie ze światem, który był dokładnie przed nim. Symbolicznie można by go zapisać Ť i odczytać *immediately before*: „bezpośrednio przed”. Można skonstruować system dla Ť, który byłby lustrzanym odbiciem systemu funktora T. Można także skonstruować rachunek zawierający obydwa te spójniki[25].

Aksjomatyczny system ***And Then***, zbudowany rok później niż system *And Next*, charakteryzuje formalnie funktor T, odczytywany w języku potocznym: „i potem”. Jest to system nadbudowany nad klasycznym rachunkiem zdań.

Do języka systemu *And Then* należą symbole klasycznego rachunku zdań, ponadto w skład języka systemu *And Then* wchodzi dwuargumentowy funktor T.

Definicja poprawnie zbudowanej formuły (tzw. T-wyrażenia) jest taka sama, jak na gruncie systemu *And Next*[26].

System *And Then* zawiera następujące aksjomaty:

B0: zbiór tez klasycznego rachunku zdań

oraz cztery aksjomaty specyficzne:

B1. $(p \vee q\, T\, r \vee s) \equiv (p\, T\, r) \vee (p\, T\, s) \vee (q\, T\, r) \vee (q\, T\, s)$

B2. $(p\, T\, q) \wedge (r\, T\, s) \equiv (p \wedge r\, T\, q \wedge s \vee (q\, T\, s) \vee (s\, T\, q))$ – aksjomat linearności[27]

B3. $p \equiv (p\, T\, q \vee \sim q)$

B4. $\sim (p\, T\, q \wedge \sim q)$.

Jak widać, aksjomaty B0, B1, B3, i B4 są takie same jak aksjomaty odpowiednio A0, A1, A3 i A4 systemu *And Next*. Systemy te różnią się tylko aksjomatem drugim. Aksjomat A2: $(p\, T\, q) \wedge (r\, T\, s) \equiv (p \wedge r\, T\, q \wedge s)$ nie obowiązuje przy przyjętej na gruncie *And Then* interpretacji funktora T: „i potem”.

---

[25] Tamże, s, 304.

[26] W przypadku nawiasów obowiązuje również ta sama konwencja, co na gruncie systemu *And Next.*

[27] Von Wright zauważył także, że aksjomat B2 można zapisać prościej:

B2’. $(p\, T\, q) \wedge (p\, T\, r) \equiv (pT\, q \wedge r \vee (q\, T\, r) \vee (r\, T\, q))$ lub zapisać w postaci dwóch implikacji:

B2.1. $(p\, T\, q) \wedge (p\, T\, r) \rightarrow (pT\, q \wedge r \vee (q\, T\, r) \vee (r\, T\, q))$

B2.2. $pT(q\, T\, r) \rightarrow pT\, r$

Reguły pierwotne są takie jak na gruncie systemu *And Next*: RO, RP, REx[28].

Twierdzeniami systemu *And Then* są następujące wyrażenia:

T1. $(pTq) \vee (pT{\sim}q) \vee ({\sim}pTq) \vee ({\sim}pT{\sim}q)$
T2. $(pTp) \vee (pT{\sim}p) \vee ({\sim}pTp) \vee ({\sim}pT{\sim}p)$
T3. $(pTq) \rightarrow p$
T4. $\sim (p \wedge {\sim}pT\, q)$ - twierdzenie niemożliwości (Por. A4)
T5. $p \wedge (q\, T\, r) \equiv (p \wedge q\, T\, r)$
T6. $(pT\, q) \equiv p \wedge (t\, T\, q)$, gdzie t jest dowolnym prawem klasycznego rachunku zdań
T7. $(p \wedge q\, T\, r) \rightarrow (p\, T\, r)$
T8. $(pT\, q \wedge r) \rightarrow (p\, T\, q)$
T9. $(p\, T\, q) \wedge (p\, T\, r) \equiv ((p\, T\, q)\, T\, r)$
T10. $((p\, T\, q)\, T\, r) \equiv ((p\, T\, r)\, T\, q)$
T11. $(p\, T\, (qT\, r)) \rightarrow (p\, T\, r)$
T12. ${\sim}(t\, T\, {\sim}p) \rightarrow (t\, T\, p)$, gdzie t jest dowolnym prawem klasycznego rachunku zdań.

Spośród powyższych twierdzeń wszystkie, oprócz T11, obowiązują także na gruncie sytemu *And Next* dla spójnika „i następnie". Niektóre twierdzenia udowadnia się w ten sam sposób na gruncie obu systemów, ale są też takie, które wymagają odmiennych dowodów. Von Wright udowodnił niektóre z tych twierdzeń, do innych podał tylko szkic dowodu[29].

Dla przykładu udowodnione zostaną cztery pierwsze twierdzenia:

T1. $(pTq) \vee (pT{\sim}q) \vee ({\sim}pTq) \vee ({\sim}pT{\sim}q)$
Dowód:
1. $p \vee {\sim}p$ KRZ
2. $p \equiv (p\, T\, q \vee {\sim} q)$ B3
3. ${\sim}p \equiv {\sim}(p\, T\, q \vee {\sim} q)$ 2, KRZ $(p \equiv q) \rightarrow ({\sim}p \equiv {\sim}q)$
4. ${\sim}p \equiv ({\sim}p\, T\, q \vee {\sim} q)$ 2: $p/{\sim}p$
5. $(p \equiv q) \rightarrow [(q \equiv r) \rightarrow (p \equiv r)]$ KRZ
6. ${\sim}(p\, T\, q \vee {\sim} q) \equiv ({\sim}p\, T\, q \vee {\sim} q)$ RO: 5, 4, 3
7. $(p\, T\, q \vee {\sim} q) \vee {\sim}(p\, T\, q \vee {\sim} q)$ 1: $p/ (p\, T\, q \vee {\sim} q)$
8. $(p\, T\, q \vee {\sim} q) \vee ({\sim}p\, T\, q \vee {\sim} q)$ 7,6 REx

[28] Por. G. H. v o n W r i g h t, *And Then*, „Commentationes Physico-Mathematicae" 32 (1966), nr 7, s. 3, 8.
[29] Tamże, s. 4 oraz G. H. v o n W r i g h t, *And Next*, s. 295 – 297.

9. $p \equiv p \vee p$ KRZ
10. $\sim p \equiv \sim p \vee \sim p$ 9: p/ ~p
11. $(p \vee p\ T\ q \vee \sim q) \vee (\sim p \vee \sim p\ T\ q \vee \sim q)$ 8; p/ $p \vee p$; ~p//~p $\vee$ ~p; 8, 9, 10 REx
12. $(p\ T\ q) \vee (p\ T \sim q) \vee (p\ T\ q) \vee (p\ T \sim q) \vee (\sim p\ T\ q) \vee (\sim p\ T \sim q) \vee \vee (\sim p\ T\ q) \vee (\sim p\ T \sim q)$ 11, B1
13. $(p\ T\ q) \vee (p\ T\ q) \vee (p\ T \sim q) \vee (p\ T \sim q) \vee (\sim p\ T\ q) \vee (\sim p\ T\ q) \vee \vee (\sim p\ T \sim q) \vee (\sim p\ T \sim q)$ 12, KRZ

    $(p\ T\ q) \vee (p\ T \sim q) \vee (\sim p\ T\ q) \vee (\sim p\ T \sim q)$ T1, c. b. d. o.

T2. $(pTp) \vee (pT{\sim}p) \vee ({\sim}pTp) \vee ({\sim}pT{\sim}p)$

Dowód tego twierdzenia można przeprowadzić podstawiając w T1: q/p

T3. $(pTq) \rightarrow p$

Dowód:

1. $(p \vee q\ T\ r \vee s) \equiv (p\ T\ r) \vee (p\ T\ s) \vee (q\ T\ r) \vee (q\ T\ s)$ B1
2. $(p \vee p\ T\ q \vee \sim q) \equiv (p\ T\ q) \vee (p\ T \sim q) \vee (p\ T\ q) \vee (p\ T \sim q)$ 1: q/p; r/q; s/~q
3. $p \vee p\ T\ q \vee \sim q \equiv (p\ T\ q) \vee (p\ T \sim q)$ 2, REx, KRZ $p \equiv p \vee p$
4. $p\ T\ q \vee \sim q \equiv (p\ T\ q) \vee (p\ T \sim q)$ 3, REx, KRZ $p \equiv p \vee p$
5. $p \equiv (p\ T\ q \vee \sim q)$ B3
6. $(p\ T\ q) \vee (p\ T \sim q) \rightarrow (p\ T\ q \vee \sim q)$ 4, KRZ $(p \equiv q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
7. $(p\ T\ q) \vee (p\ T \sim q) \rightarrow p$ 6, 5 REx
8. $[(p \vee q) \rightarrow r] \rightarrow (p \rightarrow r)$ KRZ
9. $[(p\ T\ q) \vee (p\ T \sim q) \rightarrow p] \rightarrow [(p\ T\ q) \rightarrow p]$ 8: p/ p T q; q/ p T ~q; r/p

    $(pTq) \rightarrow p$ RO: 9,7 c. b. d. o.

T4. $\sim (p \wedge \sim p\ T\ q)$

Dowód:

1. $(pTq) \rightarrow p$ T3
2. $(p \wedge \sim p\ T\ q) \rightarrow p \wedge \sim p$ 1: p/ $p \wedge \sim p$
3. $\sim (p \wedge \sim p)$ KRZ
4. $\sim (p \wedge \sim p) \rightarrow \sim (p \wedge \sim p\ T\ q)$ 2, KRZ

    $\sim (p \wedge \sim p\ T\ q)$ RO: 4,3 c. b. d. o[30].

[30] W systemie *And Then* oprócz twierdzeń podanych przez von Wrighta, zostały także udowodnione tezy następujące:

T13. $p \rightarrow \sim (\sim p\ T\ q)$

Na koniec trzeba wspomnieć o pewnej różnicy między spójnikiem T interpretowanym jako „i następnie" a spójnikiem T interpretowanym jako „i potem". Rozpatrzmy koniunkcję dowolnych dwóch (spośród czterech: $(pTq) \vee (pT{\sim}q) \vee (\sim pTq) \vee (\sim pT{\sim}q)$) członów alternatywy T1, np. $(pTq) \wedge \wedge (pT{\sim}q)$. Na mocy A2 jest ona równoważna z $(pTq \wedge \sim q)$, które na mocy A4 jest fałszywe. Jeśli weźmiemy koniunkcję $(pTq) \wedge (\sim pTq)$ na mocy A2, otrzymamy, że jest ona równoważna $(p \wedge \sim pT\ q)$, które na mocy T3 jest również fałszywe. Pokazuje to, że cztery człony alternatywy T1 a także T2 (które są *czterema typami elementarnych zmian*) wspólnie tworzą wyczerpującą alternatywę oraz są także wzajemnie wykluczające się. Z tego powodu negacja dowolnego z tych członów alternatywy z T1 i T2 jest równoważna (na mocy rachunku zdań) z alternatywą trzech pozostałych członów. W związku z tym np. wyrażenie $\sim(pTq) \equiv (pT{\sim}q) \vee (\sim pTq) \vee (\sim pT{\sim}q)$ jest twierdzeniem systemu *And Next*[31].

Cztery człony alternatywy T1 (i T2) wspólnie są wyczerpujące dla obydwu spójników, ale tylko dla T czytanego jako „i następnie" są również wzajemnie wykluczające się. Dla T = „i potem" człony alternatywy nie są wzajemnie wykluczające się. Z tego powodu w systemie *And Then* nie jest możliwe zastąpienie negacji T-wyrażenia atomicznego przez alternatywę niezanegowanych T-wyrażeń. Na gruncie tego rachunku twierdzeniem jest wyrażenie $(pTp) \vee (pT{\sim}p) \vee (\sim pTp) \vee (\sim pT{\sim}p)$, ale wyrażenie $\sim(pTp) \equiv \equiv (pT{\sim}p) \vee (\sim pTp) \vee (\sim pT{\sim}p)$ twierdzeniem nie jest[32].

Funktor T „i potem" można nazwać (tak jak funktor „i następnie") spójnikiem koordynującym dwa światy. Funktor „i potem" koordynuje świat, który jest teraz, i świat, który będzie kiedyś, w pewnym późniejszym czasie. Spójnik ten można jednak zinterpretować nie tylko jako spójnik przyszłości, ale

T14. $p \rightarrow \sim(\sim p\ T\ p)$

T15. $p \rightarrow \sim(\sim p\ T\ {\sim}p)$

T16. $p \rightarrow (p\ T\ p) \vee (p\ T\ {\sim}p)$

T17. $p \wedge \sim(p\ T\ {\sim}p) \rightarrow (p\ T\ p)$

T18. $p \rightarrow (\sim(p\ T\ {\sim}p) \rightarrow (p\ T\ p))$

T19. $(p \vee q\ T\ r) \equiv (p\ T\ r) \vee (q\ T\ r)$

T20. $(p\ T\ r) \rightarrow (p \vee q\ T\ r)$

T21. $(p \wedge q\ T\ r) \rightarrow (q\ T\ r)$

Por. S. Kiczuk, *The System of the Logic of Change*, [w:] *Studies in Logic and Theory of Knowledge*, ed. by L. Borkowski and A. B. Stępień, Lublin 1991, s. 72-74.

[31] Por. von Wright, *And Next*, s. 296.

[32] Por. von Wright, *And Then*, s. 5.

także jako spójnik przeszłości. Wtedy koordynuje on świat będący w pewnym momencie ze światem, który był kiedyś, w jakimś wcześniejszym czasie przed nim. Symbolicznie można by go zapisać Ť i odczytać *and before*: „i przedtem". Można skonstruować system dla Ť, który byłby lustrzanym odbiciem systemu funktora T. Można także skonstruować rachunek zawierający obydwa spójniki[33].

III.

Omówione rachunki von Wrighta są formalną charakterystyką funktora T, który w rachunku *And Next* w języku potocznym odczytujemy „i następnie" (w chwili bezpośrednio następującej), w *And Then* „i potem" (w pewnym późniejszym czasie). Systemy te są więc formalizacją zwrotów czasowych, które wyrażają pewną intuicję związaną z czasem. W związku z interpretacją funktora T czas ujmowany jest jako pewna wielkość ekstensywna, uporządkowana ze względu na następstwo momentów bądź interwałów czasu. Można powiedzieć, że w związku ze znaczeniem spójników potocznych, których użyto do odczytania funktora T w systemach von Wrighta funktor ten ustala związek między zdarzeniami (światami), które zachodzą w pewnym dowolnym czasie z jakimiś przyszłymi w stosunku do nich zdarzeniami (światami). Wyraża więc związek pewnych dwóch zdarzeń ze względu na kolejność ich zachodzenia w czasie.

Jak już wspomniano, funktor T można zinterpretować także jako funktor przeszłości Ť, który w rachunku *And Next* w języku potocznym odczytujemy *immediately before*: „bezpośrednio przed" (w chwili bezpośrednio poprzedzającej), w *And Then* jako *and before*: „i przedtem" (w pewnym wcześniejszym czasie)[34]. Funktor Ť ustala związek między zdarzeniami (światami), które zachodzą w pewnym dowolnym czasie z jakimiś przeszłymi w stosunku do nich zdarzeniami (światami).

Zauważmy, że do określenia funktora T i Ť zostały użyte wyrażenia *wcześniej* i *później*. We wcześniejszych rozważaniach powiedziano, że najczęściej przyjmuje się, że czas jest uporządkowany przez relację czasowego na-

[33] Von Wright wskazał także, że można w różnoraki sposób łączyć systemy dla *and next*, *next after*, *and then* i *and before*. Wymagałoby to jednak wprowadzania dodatkowych aksjomatów. Tamże, s. 10-11.

[34] Von Wright odczytuje go również w języku potocznym jako *backward-looking*.

stępstwa (wcześniejszości – późniejszości), która w zbiorze momentów jest azwrotna, asymetryczna, przechodnia i spójna. Tylko na gruncie jednego z systemów von Wrighta, tj. *And Then,* można wyrazić ową relację, która ze względu na użycie funktora T jest relacją przechodnią. Przechodniość wyrażona jest w twierdzeniu jedenastym T 11 o postaci $(p\ T\ (q\ T\ r)) \rightarrow (p\ T\ r)$ i nakłada minimalny warunek na relację następstwa czasowego wyznaczoną w zbiorze momentów.

Rozważmy, jakie własności czasu można wyrazić w omawianych systemach. Użycie funktora T czytanego jako „i potem" nie zakłada, że czas jest dyskretny, gęsty czy ciągły, ale jest zgodne z tymi wszystkimi trzema możliwościami ukazywanymi przez studium natury czasu. Traktując czas jako uporządkowany zbiór momentów czasowych lub interwałów, w rachunku *And Then* można wyrazić czas jako zbiór izomorficzny ze zbiorem liczb rzeczywistych (żaden jego przekrój nie jest skokiem ani luką); izomorficzny ze zbiorem liczb naturalnych (skwantowany, gdzie każdy jego przekrój jest skokiem), a także izomorficzny ze zbiorem liczb wymiernych (żaden jego przekrój nie jest skokiem, ale ma luki).

Systemy von Wrighta, jak już powiedziano, różnią się aksjomatem drugim. W rachunku *And Next* ma on następującą postać: $(p\ T\ q) \wedge (r\ T\ s) \equiv$ $\equiv (p \wedge r\ T\ q \wedge s)$. Użycie funktora T czytanego w języku potocznym jako „i następnie" zakłada, że czas jest dyskretny. Ze względu na to założenie dyskretności czasu funktor czytany jako „i następnie" pozwala orzekać o kolejnym zachodzącym stanie względem stanu odniesienia. Wyrażenie „p i potem q" odpowiada natomiast sytuacji, w której teraz jest przypadek, że p i w jakimś późniejszym czasie będzie przypadek, że q. Przy takim rozumieniu funktora T von Wright zmodyfikował aksjomat drugi w stosunku do systemu *And Next*. W rachunku *And Then* ten zmodyfikowany aksjomat wyraża linearność czasu, eliminując tym samym wyrażalność czasu rozgałęzionego czy kolistego. Fakt, że w jakimś późniejszym czasie będzie przypadek, że q, i także, że w jakimś późniejszym czasie będzie przypadek, że s, nie pociąga za sobą sytuacji, że w jakimś późniejszym czasie będą zachodzić zarazem q i s. Oba te przypadki mogą zachodzić równocześnie, ale możliwa jest również sytuacja, że jeden z nich zajdzie wcześniej i potem drugi. Von Wright wymienia więc trzy możliwości zajścia: $(q \wedge s)$, $(q\ T\ s)$, $(s\ T\ q)$. Aksjomat drugi w systemie *And Then* przybiera postać: $(p\ T\ q) \wedge (r\ T\ s) \equiv (p \wedge r\ T\ q \wedge s) \vee (q\ T\ s) \vee (s\ T\ q)$ i wyraża *zachodzenie* w tym samym bądź innym momencie czy interwale czasu.

Funktor T można charakteryzować aksjomatycznie na różne sposoby. Zamiast podanej wyżej formy aksjomatu drugiego można przyjąć aksjomat rozgałęzioności lub kolistości czasu. Rozważając model czasu rozgałęzionego, dopuszcza się sytuację, w której Fp $\wedge$ Fq („kiedyś będzie tak, że p, i kiedyś będzie tak, że q") jest prawdziwe w jakimś momencie, ale p i q nie są prawdziwe w tym samym momencie i żadne z nich nie jest w przyszłości drugiego. Chcąc wyrazić rozgałęzioność czasu na gruncie systemu *And Then*, należy więc tak aksjomatycznie scharakteryzować funktor T, aby wyrażał opisaną powyżej sytuację.

Rozważmy wyrażalność kolistości czasu, który jako taki jest modelem czasu zamkniętego. Zważywszy na to, że wyrażenie p T q można odczytać jako „teraz zachodzi przypadek p i w jakimś późniejszym czasie będzie przypadek q" von Wright zauważa, że funktor T zawiera ukryty kwantyfikator temporalny[35]. W systemie *And Then* można więc zdefiniować takie terminy jak *zawsze*, *czasami*, *nigdy*. Fiński logik podaje ich definicje[36]: *zawsze* określa jako zachodzenie teraz i w każdym późniejszym czasie; *czasami* jako zachodzenie teraz lub w jakimś późniejszym czasie; *nigdy* jako niezachodzenie teraz i w żadnym późniejszym czasie. Wyrażenie p $\wedge$ ~(t T ~p), gdzie t jest dowolną tautologią klasycznego rachunku zdań, mówi tyle, że teraz jest przypadek, że p, i nie zajdzie taka sytuacja, że w jakimś późniejszym czasie będzie przypadek, że ~p. Stąd wyrażenie to opisuje sytuację, że zachodzi i zawsze będzie zachodził przypadek, że p. Formalnie von Wright zapisuje to jako $\forall$p. Natomiast wyrażenie ~(p $\wedge$ ~(t T ~p)) jest zaprzeczeniem powyższego i jest równoważne wyrażeniu ~p $\vee$ (t T ~p). Mówi ono tyle, że może zajść przypadek, że ~p teraz lub w jakimś późniejszym czasie. Formalnie von Wright zapisuje to jako $\exists$p. *Nigdy* można zapisać jako $\forall$~p. Fiński logik podał następujące twierdzenia dla temporalnych kwantyfikatorów i naszkicował ich dowody:

T13 $\forall$t, gdzie t jest dowolną tautologią klasycznego rachunku zdań

T14 $\forall p \rightarrow p$

T15 $\forall p \rightarrow \exists p$

T16 $\forall(p \wedge p) \equiv \forall p \wedge \forall q$

T17 $\forall(p \rightarrow q) \rightarrow (\forall p \rightarrow \forall q)$

T18 $\forall p \rightarrow \forall\forall p$

T19 $\exists\forall p \rightarrow \forall\exists p$

T20 $\forall(\forall p \rightarrow \forall q) \vee \forall (\forall q \rightarrow \forall p)$[37]

---

[35] Por. von Wright, *And Then*, s. 5.

[36] Tamże, s. 5.

[37] Wszystkie twierdzenia T13 – T20 można zapisać za pomocą funktora T.

Rozpatrzmy wyrażenie p $\rightarrow$ (t T p), które mówi, że jeśli jest przypadek, że p, to wtedy w jakimś późniejszym czasie także będzie przypadek, że p. Gdyby taka sytuacja zachodziła zawsze, to wtedy, jeśli zachodziłby przypadek, że p, to zachodziłby on nieskończoną ilość razy, co wyraża ideę nieskończonych powrotów – model czasu-okręgu. Von Wright opisuje tę ideę następująco: p $\wedge$ $\forall$(p $\rightarrow$ (t T p). Jeśli więc wyrażenie $\forall$(p $\rightarrow$ (t T p) byłoby aksjomatem lub twierdzeniem w rachunku *And Then*, wyrażałoby ono model czasu-okręgu.

Warto zauważyć, że fiński logik wprowadza rozróżnienie między pojęciem nieskończonych powrotów (*infinite recurrence*) a wiecznych powrotów (*perpetual recurrence*)[38]. Zdarzenia (stany) powtarzałyby się w tym drugim znaczeniu wtedy i tylko wtedy, gdy zdarzenie p zajdzie w jakimś czasie i *zawsze* będzie się pojawiać w późniejszym od niego czasie. Można to zapisać w postaci: $\exists$p $\rightarrow$ $\forall$(t T p). Wieczne powroty pociągają za sobą nieskończone powroty, ale nie odwrotnie. Zdaniem von Wrighta sytuacja ta ma swoje uzasadnienie w naturze czasu. Jeżeli założy się, że czas jest gęsty lub ciągły może zajść sytuacja, w której jakieś zdarzenia (stany) pojawiają się nieskończenie wiele razy przed pewnym przyszłym czasem, ale nigdy po tym czasie. Jeśli natomiast założy się, że czas jest dyskretny, taka ewentualność może się nie pojawić. Pojęcie wiecznych powrotów jest pojęciem mocniejszym, gdyż wyraża to, że jeżeli jakieś zdarzenie pojawiło się w czasie, to *zawsze* będzie się powtarzać w jakimś późniejszym czasie.

W przypadku systemów von Wrighta odpowiednimi metodami ustala się własności formalne funktorów związanych z terminem „czas". Żeby systemy te miały jakąś wartość poznawczą w naukach realnych, muszą być prawidłowo konstruowane. Muszą tym samym być adekwatne w stosunku do tego, co się chce za pomocą ich języka wyrazić. W przypadku logiki temporalnej ta adekwatność jest uwarunkowana odpowiednim uwzględnieniem rezultatów badań nauk przyrodniczych oraz filozofii nauki nad zagadnieniem czasu. Kryterium adekwatności można wyrazić w stwierdzeniu, iż *osobliwe aksjomaty i twierdzenia adekwatnych systemów logik temporalnych muszą być prawdziwe w przyrodniczym modelu czasu.*

Użycie funktora T w systemie *And Next* zakłada dyskretność struktury czasowej. Czas jest serią momentów, punktów czasowych, uporządkowa-

[38]Por. von Wright, *And Then*, s. 9-10.

nych liniowo w sposób dyskretny[39]. Biorąc pod uwagę powyższe rozważania odnoszące się do współczesnych założeń fizyki dotyczących czasu, jesteśmy skłonni przyznać, że system ten jest nieadekwatny w stosunku do owych założeń i z tej racji nie ma w niej zastosowania praktycznego (stanowi jednak cenny materiał do badań metalogicznych). Przyjęte przez nas kryterium adekwatności niewątpliwie spełnia system *And Then*. Przy zastosowaniu „skromnych" środków formalnych można w nim wyrazić ciągłość, gęstość oraz dyskretność czasu, a aksjomat drugi tego systemu ujmuje czas jako linearny. System ten charakteryzuje ogólność, dzięki której respektuje on aktualne, podstawowe założenia nauk przyrodniczych dotyczące natury czasu.

Czas będący obiektem badań fizyki odgrywa w niej ważną rolę. Fizykalny obraz świata zakłada, że wszystko, co się dzieje, dzieje się w czasie. Jak wiadomo, teorie czasu w fizyce ujęte są w języku matematyki. Należy jednak zwrócić uwagę, że fizyka (zarówno nowożytna jak i współczesna) posługuje się dwoma językami. Jednym z nich jest wymieniony język matematyki, który ściśle opisuje stosunki zachodzące w przyrodzie i pozwala obliczać wartości wielkości fizycznych, gdy dane są ilościowe informacje o innych wielkościach; drugim jest język *wyobrażeniowy* (związany z językiem matematycznym, ale zbliżony do języka potocznego), za którego pomocą można mówić o eksperymentach i przekazywać zmysłowo uchwytne obrazy przyrody. Za pomocą języka wyobrażeniowego opisuje się w sposób bardziej zrozumiały to, co jest wyrażane w języku matematyki[40]. Kluczowymi terminami przedmiotowymi występującymi w języku wyobrażeniowym współczesnych teorii fizykalnych są m.in. terminy: „czas", „zmiana", „przyczyna". Na rozróżnienie między językami, którymi posługuje się fizyka, zwrócił uwagę W. Heisenberg[41].

Od czasów Arystotelesa logika przeszła wiele przeobrażeń. Współcześnie wyróżnia się logikę klasyczną oraz tzw. logiki nieklasyczne[42]. Logika klasyczna jest logiką tzw. funktorów ekstensjonalnych. Tego typu funktory są dobrymi narzędziami do badań logicznych na gruncie nauk matematycznych,

[39] Tamże, s. 1.

[40] Por. S. K i c z u k, *Przedmiot logiki formalnej oraz jej stosowalność*, Lublin 2001, s. 161.

[41] Heisenberg widział potrzebę opracowania języka wyobrażeniowego związanego z formalizmem matematycznym mechaniki kwantowej. Por. W. H e i s e n b e r g, *Ponad granicami*, Warszawa 1979.

[42] W literaturze angielskiej logika ta funkcjonuje pod nazwą logiki filozoficznej. Charakterystykę tej logiki ukazuje m.in. J. Woleński w: *Logika, logika filozoficzna, filozofia*, „Studia Filozoficzne" 1 (74) 1972, s. 65-77.

gdzie różnice treściowe zdań nie są zbyt duże. Logiki nieklasyczne są to logiki, w których występują funktory nieekstensjonalne – intensjonalne, tzn. mające tę własność, że wartość logiczna każdego zdania utworzonego z tego funktora i jego argumentów jest wyznaczona nie tylko przez wartości logiczne argumentów, ale również przez ich treści. Logiki te mają zastosowanie m.in. do formalizacji języka wyobrażeniowego nauki. Współcześnie obserwujemy rozwój logik nieklasycznych. Ich autorzy przyjmują tezę, że środki formalne w teorii funktorów prawdziwościowych, rachunku predykatów i rachunku predykatów z identycznością nie dostarczają potrzebnych środków do formalizowania rezultatów poznawczych m.in. na gruncie nauk przyrodniczych. Poszukują więc praw rządzących poprawnym użyciem funktorów nieekstensjonalnych, które to funktory respektują intensjonalny charakter zwrotów związanych z kluczowymi terminami występującymi w naukach przyrodniczych (i nie tylko). W przypadku systemów von Wrighta będą to zwroty związane z czasem.

Warto także zauważyć, że sama logika nie rozwiązuje zagadnień naukowych czy filozoficznych. Zadaniem logiki (głównie klasycznego rachunku zdań i systemów będących jego rozszerzeniami) jest dostarczenie poszczególnym naukom realnym ścisłego, formalnego języka oraz niezawodnych schematów wnioskowania. Systemy omawiane w tym artykule nie rozstrzygają zagadnień dotyczących natury czasu. Za pomocą narzędzi logicznych nie można rozstrzygnąć, czy czas jest gęsty, czy dyskretny, skończony, czy nieskończony. Logika może pomóc w uzyskaniu takich odpowiedzi, ale nie jest zdatna, by ich udzielić (jej narzędzia bowiem jedynie usprawniają pracę myślową w danym typie wiedzy). Zagadnienie to badają nauki przyrodnicze oraz filozoficzne, dostarczając tym samym pewnego modelu czasu, który logika temporalna musi respektować. Problemy logiczne dotyczą raczej własności strukturalnych różnych zdań (języka wyobrażeniowego), za których pomocą wyrażamy sądy dotyczące realnej rzeczywistości[43]. Logika wychwytuje sposoby wnioskowania stosowane w naukach i tworzy odpowiednie systemy logiczne. Systemy te są zbiorem praw i reguł, dzięki którym można odtworzyć te wnioskowania, które spontanicznie uznajemy za poprawne[44]. Aksjomaty i twierdzenia w systemie *And Then* kodyfikują użycie zwrotu czasowego „i potem" w ramach pewnego dyskursu temporalnego. Ogólnie można powiedzieć, że zadaniem logiki formalnej jest formułowanie praw ra-

---

[43] Por. S. K i c z u k, *Problematyka wartości poznawczej systemów logiki zmiany*, Lublin 1984, s. 10-16.

[44] Por. A. G r z e g o r c z y k, *Zarys logiki matematycznej*, Warszawa 1981, s. 65.

cjonalnego wnioskowania, w którym występują terminy będące w powszechnym użytku. Te terminy, funktory o sprecyzowanym w logice formalnej znaczeniu, mogą być użyte do wyrażania myśli z większą precyzją niż za pomocą ich odpowiedników potocznych. Odpowiednio ścisły język może uwarunkować rozwój treści naukowych. Taki język odpowiednio użyty niewątpliwie służy utrwalaniu, przechowywaniu i komunikowaniu rezultatów poznania naukowego. Z kolei prawa każdego działu logiki formalnej są gwarantami schematów niezawodnego wnioskowania.

Podsumowując rozważania zawarte w niniejszym artykule, stwierdzić można, iż wszystko wskazuje na to, że logika formalna, a zwłaszcza jej odpowiedni język, może być użyteczna poznawczo, może mieć wartość poznawczą, kiedy jest zastosowana do innych typów wiedzy, a zwłaszcza wiedzy realnej. Niewątpliwie system *And Then* von Wrighta, z racji adekwatności w stosunku do fizykalnego modelu czasu, może być zastosowany w naukach przyrodniczych, dając narzędzia do przeprowadzania badań dotyczących poprawności wnioskowań wyrażanych w języku wyobrażeniowym czy też dostarczając narzędzi do eksplikacji znaczenia funktorów w nim występujących. Elementy ścisłego języka logik nieklasycznych mogą służyć, jak już podkreślono, utrwalaniu, przechowywaniu i komunikowaniu rezultatów poznania naukowego.

BIBLIOGRAFIA

Ajdukiewicz K.: Czas, [w:] Język i poznanie, t. 2, Warszawa: PWN 1965, s. 384-387.

Augustynek Z.: Natura czasu, Warszawa: PWN 1975.

— Własności czasu, Warszawa: PWN 1970.

Borkowski L.: Wprowadzenie do logiki i teorii mnogości, Lublin: TN KUL 1991.

Grzegorczyk A.: Zarys logiki matematycznej, Warszawa: PWN 1981.

Hajnicz E.: Reprezentacja logiczna wiedzy zmieniającej się w czasie, Warszawa: Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ 1996.

Heisenberg W.: Ponad granicami, Warszawa: PIW 1979.

Kiczuk S.: Problematyka wartości poznawczej systemów logiki zmiany, Lublin: RW KUL 1984.

— Przedmiot logiki formalnej oraz jej stosowalność, Lublin: RW KUL 2001.

— The System of the Logic of Change, [w:] Studies in Logic and Theory of Knowledge, ed. by L. Borkowski and A. B. Stępień, Lublin: TN KUL 1991.

Klimek R.: Wprowadzenie do logiki temporalnej, Kraków: Wydawnictwa AGH 1999.

Kozanecka A.: O rodzajach logik temporalnych, „Roczniki Filozoficzne” 55 (2007), nr 1, s. 189-199.

Woleński J.: Logika, logika filozoficzna, filozofia, „Studia Filozoficzne” 1 (74) 1972, s. 65-77.

Von Wright G. H.: And Next, „Acta Philosophica Fennica” 18 (1965), s. 293-304.

— And Then, „Commentationes Physico-Mathematicae” 32 (1966), nr 7, s. 1-11.

ON THE EXPRESSION OF TEMPORAL RELATIONS AND PROPERTIES OF TIME IN THE LANGUAGE OF THE SYSTEM OF G.H. VON WRIGHT'S TEMPORAL LOGIC

S u m m a r y

The paper discusses the problems of the expression of some temporal relations and properties of time in the language of the systems of G.H. von Wright's temporal logic.

It seeks to answer the question whether the systems of von Wright's temporal logic are adequate to express by means of axioms (and theorems) some temporal relations and properties of physical time. What follows, whether they be applied in the natural sciences, mainly in physics.

The first part of the paper gives a definition of physical time and briefly discusses its most important properties and temporal relations.

The second part of the paper shows a syntactic characterisation of the *And Next* and *And Then* systems constructed by von Wright.

The third part, the last part of the paper, seeks to answer the above question about the expression of some temporal relations and properties of time in the language of the systems of von Wright's temporal logic, and how they can be applied in the natural sciences, mainly in physics.

Translated by Jan Kłos

Słowa kluczowe: czas, własności czasowe, relacje czasowe, logika temporalna, *And Next*, *And Then*, wyrażalność, adekwatność, zastosowanie..

Key words: time, temporal properties, temporal relations, temporal logic, *And Next*, *And Then*, expression, adequacy, application.

Information about Authors:

ANNA KOZANECKA, M.A. – Chair of Logic, Faculty of Philosophy, The John Paul II Catholic University of Lublin; address for correspondence: Al. Racławickie 14, PL 20-950 Lublin; e-mail: annakozanecka@wp.pl

MAGDALENA LESZCZYŃSKA, M.A. – Chair of Logic, Faculty of Philosophy, The John Paul II Catholic University of Lublin; address for correspondence: Al. Racławickie 14, PL 20-950 Lublin; e-mail: leszczynskamgd@googlemail.com