

ERNEST JANUSZEWSKI

LOGICZNE I FILOZOFICZNE PROBLEMY ZWIĄZANE Z LOGIKĄ ROZMYTĄ*

Był rok 1965, kiedy Lotfi A. Zadeh napisał pierwszy artykuł poświęcony zbiorom rozmytym¹. Mimo całej swojej prostoty było to rewolucyjne spojrzenie na zagadnienie zbioru. Dotychczas powszechnie przyjmowano, że dany element albo należy do zbioru, albo nie. U Zadeha dany element może należeć do zbioru w większym lub mniejszym stopniu, a zatem granice zbioru stają się niejako rozmyte. Tak narodziło się pojęcie „rozmytości”.

Stworzona przez Zadeha teoria zbiorów rozmytych ma za zadanie dostarczyć narzędzi do takiego ujęcia zjawisk niejasnych i niekompletnych, aby znikła potrzeba ich sprecyzowania, zwłaszcza że często jest to po prostu niemożliwe. Wkracza zatem wszędzie tam, gdzie mamy do czynienia ze zjawiskami, faktami, danymi, zdarzeniami, pojęciami niejasnymi lub niekompletnymi.

ZARYS TEORII ZBIORÓW ROZMYTYCH

Nie da się zrozumieć idei rozmytości bez znajomości przynajmniej podstaw teorii zbiorów rozmytych. Obecnie zostanie przedstawiony zarys takiej teorii. Osoby zaznajomione ze zbiorami rozmytymi mogą pominąć tę część².

Mgr ERNEST JANUSZEWSKI – Zakład Logiki i Metodologii Nauk w Instytucie Filozofii Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie; adres do korespondencji: Pl. Marii Curie-Skłodowskiej 4, 20-031 Lublin; e-mail: ernest.januszewski@gmail.com

* Niniejsza praca wiele zyskała dzięki życzliwym uwagom mgr Justyny Japoli z Georgetown University.

¹ *Fuzzy Sets*, „Information and Control” 8 (1965), No. 3, s. 338-353.

² Prezentowany zarys teorii zbiorów rozmytych jest oparty w głównej mierze na wspomnianej pierwszej pracy L. Zadeha na ten temat, mianowicie *Fuzzy Sets*.

Zbiorem rozmytym A w pewnej niepustej przestrzeni X , nazywamy zbiór par uporządkowanych, gdzie pierwszy element każdej takiej pary jest dowolnym elementem przestrzeni X , a drugi element jest wartością funkcji μ_A dla danego elementu przestrzeni X .

$$A = \{(x, \mu_A(x)); x \in X\}$$

Funkcję μ_A nazywamy **funkcją przynależności do zbioru rozmytego** A . Wartość funkcji $\mu_A(x)$ jest nazywana **stopniem przynależności** elementu x do zbioru rozmytego A . Im większa wartość funkcji $\mu_A(x)$, tym większy stopień przynależenia elementu x do zbioru rozmytego A . Przykładem zbioru rozmytego może być zbiór osób wysokich.

Wartość funkcji $\mu_A(x)$ jest liczbą z przedziału domkniętego $[0,1]$. Stąd można powiedzieć, że funkcja przynależności przyporządkowuje każdemu elementowi x przestrzeni X , liczbę z przedziału $[0,1]$, co symbolicznie zapisujemy następująco:

$$\mu_A : X \rightarrow [0,1].$$

W przypadku gdy funkcja przynależności μ_A przyjmuje tylko dwie wartości: „1” i „0”, to zbiór rozmyty A jest zwykłym zbiorem. Funkcja przynależności μ_A redukuje się wówczas do funkcji charakterystycznej zwykłego zbioru A . Wartości „0” i „1” oznaczają odpowiednio: „ x nie należy do zbioru A ” i „ x należy do zbioru A ”.

Podstawowe pojęcia i działania występujące w algebrze zbiorów rozmytych są analogiczne do pojęć i działań występujących w algebrze zbiorów klasycznych. Przy założeniu, że zbiory rozmyte A i B są opisane odpowiednio przez funkcje przynależności μ_A i μ_B , możemy zdefiniować następujące działania i pojęcia.

Przecięciem zbiorów rozmytych A i B , co zapisujemy $A \cap B$, jest największy zbiór rozmyty zawarty zarówno w jednym, jak i drugim zbiorze. Zbiór $A \cap B$ opisuje następująca funkcja przynależności:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x), x \in X.$$

Rozmyty zbiór osób wysokich i grubych może być przykładem przecięcia dwóch zbiorów rozmytych.

Sumą zbiorów rozmytych A i B , co zapisujemy $A \cup B$, nazywamy najmniejszy zbiór rozmyty zawierający zarówno A , jak i B . Zbiór $A \cup B$ jest określony następującą funkcją przynależności:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x), x \in X.$$

Dopełnieniem zbioru rozmytego A jest zbiór rozmyty A' określony następującą funkcją przynależności:

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Wartość funkcji przynależności dopełnienia zbioru rozmytego jest równa różnicy jedności i wartości funkcji charakterystycznej zbioru wyjściowego.

Zbiór rozmyty A jest **pusty**, co zapisujemy $A = \emptyset$, wtedy i tylko wtedy, gdy $\mu_A(x) = 0$, dla każdego $x \in X$.

Zbiór rozmyty A **zawiera się** w zbiorze rozmytym B , co możemy zapisać jako $A \subset B$, wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x), \text{ dla każdego } x \in X$$

Dla każdego elementu x należącego do przestrzeni X wartość funkcji przynależności zbioru rozmytego A jest nie większa od wartości funkcji przynależności zbioru rozmytego B .

Dwa zbiory rozmyte A i B są **równe**, co zapisujemy $A = B$, wtedy i tylko wtedy gdy:

$$\mu_A(x) = \mu_B(x), \text{ dla każdego } x \in X.^3$$

Dla każdego elementu x należącego do przestrzeni X wartość funkcji przynależności zbioru rozmytego A jest równa wartości funkcji przynależności zbioru rozmytego B .

Relacją rozmytą R , w przestrzeni $X \times Y = \{(x, y), x \in X, y \in Y\}$ jest zbiór rozmyty V w przestrzeni $X \times Y$, który jest określony przez funkcję przynależności μ_V , która każdej parze uporządkowanej (x, y) przyporządkowuje stopień przynależności $\mu_V(x, y)$ do zbioru rozmytego V .

Przykład: Niech $X = Y = R$. Wówczas relacja: „ x jest znacznie większy niż y ”, co zapisujemy „ $x \gg y$ ”, jest relacją rozmytą w R . Funkcja przynależności może wyglądać następująco:

³ Definicja ta nie jest „elastyczna”, gdyż nie uwzględnia przypadku, gdy wartości funkcji przynależności $\mu_A(x)$ i $\mu_B(x)$ są prawie równe. Możemy wówczas wprowadzić pojęcie stopnia równości zbiorów rozmytych A i B jako, np. $E(A = B) = 1 - \max_{x \in T} |\mu_A(x) - \mu_B(x)|$, gdzie $T = \{x \in X: \mu_A(x) \neq \mu_B(x)\}$, podobnie jak możemy wprowadzić stopień zawierania się zbiorów: $I(A \subset B) = \min_{x \in T} \mu_B(x)$, gdzie $T = \{x \in X: \mu_A(x) \leq \mu_B(x), \mu_A(x) > 0\}$. Więcej informacji na ten temat można znaleźć w pracy: J. K a c p r z y k, *Zbiory rozmyte w analizie systemowej*, Warszawa 1986.

$$\mu_R(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq y \\ (1 + (x - y)^{-2})^{-1} & \text{dla } x > y \end{cases}$$

Zauważmy, że dla zbiorów rozmytych obowiązują prawa De Morgana, prawa łączności i prawa rozdzielności. Zauważmy jednak, że:

$$\begin{aligned} A \cap A' &\neq \emptyset \\ A \cup A' &\neq X \end{aligned}$$

Różnica dopełnień nie tworzy zbioru pustego a suma dopełnień nie tworzy całości. Ten zaskakujący fakt, jest skutkiem tego, że przy operacji dopełniania część rozmyta zbioru rozmytego przechodzi w część rozmytą dopełnienia danego zbioru.

ZAGADNIENIE INTERPRETACJI ZBIORÓW ROZMYTYCH

Klasycznym przykładem zbioru rozmytego jest zbiór osób wysokich. W większości przypadków nie sprawia nam żadnego problemu rozstrzygnięcie, czy dana osoba jest wysoka, czy nie. Ale istnieje też pewna grupa osób, przy której mamy wątpliwości. Kiedy mamy wątpliwości co do jakiejś osoby, to wolimy powiedzieć: „raczej wysoka”. Przyjmując, że wzrost mierzymy w centymetrach, możemy zapisać następujący zbiór rozmyty W :

$$W = \{(150, 0), (160, 0), (170, (0, 4)), (180, (0, 8)), (185, 1), (200, 1)\}$$

Zbiór powyższy jest scharakteryzowany, za pomocą następującej funkcji przynależności:

$$(*) \mu_w(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 160 \\ \frac{x-160}{25} & \text{dla } 160 < x \leq 185 \\ 1 & \text{dla } x > 185 \end{cases}$$

Trzeba zaznaczyć, że powyższa funkcja jest dobrana zupełnie arbitralnie. Dana funkcja precyzyjnie ujmuje dwie rzeczy: po pierwsze, wskazuje przedziały, gdzie nie mamy wątpliwości, oraz przedział, gdzie występują wątpliwości; po drugie, ujmuje kryterium, które decyduje o przyznaniu odpowiedniego stopnia należenia do zbioru osób wysokich w zależności od wzrostu wyrażonego liczbowo.

Nie jest tak, że przed powstaniem zbiorów rozmytych nie było przedziału spornego. Zawsze były wątpliwości co do niektórych elementów. Jednakże w zbiorach zwykłych nie było możliwości wyrażenia tych wątpliwości. Autorytarnie stawiało się granicę, zrównując ze sobą przypadki pewne i przypadki graniczne.

Należy zauważyć, że to, co było wcześniej sprawą intuicji, obecnie scharakteryzowano matematycznie, ustalając zakresy i stopnie. Oczywiście nie oznacza to, że funkcja obiektywnie charakteryzuje teraz, kiedy ktoś jest wysoki. Nadal mogą być spory, ale kompromis, po jasnym przedstawieniu kwestii spornej, jest łatwiejszy do osiągnięcia. Dodatkowo tak przedstawione kryterium umożliwia łatwiejsze intersubiektywne komunikowanie się.

Pomysł Zadeha – wprowadzenia stopni przynależenia do zbioru – pozwala na uwzględnienie faktu, że elementy przedziału spornego często różnią się między sobą pod względem stopnia spełniania danego kryterium. Ten stopień jest jednocześnie wskaźnikiem charakteryzującym indywidualnie każdy element.

Można wyobrazić sobie następujący przykład. Dyrektor szkoły ma problemy z uczniami i postanawia wyrzucić tych uczniów, którzy mają słabe stopnie i zarazem opuszczają zajęcia. Gdyby zastosował klasyczne zbiory, musiałby ustalić pewne kryteria (granice), kiedy ktoś zalicza się do osób notorycznie opuszczających zajęcia, oraz granicę, kiedy przynależy do osób mających bardzo słabe stopnie. Potem otrzymałby zbiór osób, które te dwa kryteria spełniają.

W zbiorach rozmytych uzyskujemy dodatkową wartość – stopień, w jakim dane kryterium jest spełnione. Nie zrównujemy wszystkich uczniów, tylko każdego traktujemy indywidualnie. Teraz dyrektor może inaczej potraktować ucznia, który spełnia jedno kryterium w bardzo wysokim stopniu, a drugie w małym stopniu lub nawet nie spełnia go wcale.

Jeszcze większe znaczenie takiego indywidualnego podejścia mogą mieć zbiory rozmyte w medycynie, gdzie musimy ustalić dawkę leku lub podjąć jakieś działanie ze względu na kilka różnych kryteriów (np. ciężar, wiek, wynik badań). Wówczas można posłużyć się zbiorami rozmytymi.

Pojęcie „należy”, zapisywane za pomocą symbolu \in , jest pojęciem fundamentalnym w algebrze zbiorów klasycznych. Wszystkie podstawowe działania charakteryzuje się za pomocą tego pojęcia. Pojęcie „należy” nie odgrywa tak ważnej roli w zbiorach rozmytych, w tym sensie, że nie jest ono wykorzystywane do definiowania działań na tych zbiorach.

Ponadto sens tego pojęcia na gruncie zbiorów rozmytych nie jest jasno określony. Trudno powiedzieć, co to znaczy, że dany element należy tylko w pewnym stopniu do zbioru. Można to rozumieć dosłownie jako należenie częściowe, na przykład koło, którego ćwiartka jest żółta, a pozostała część niebieska, należałoby do zbioru kół żółtych w stopniu „0,25”. Takie rozumienie stosowałoby się tylko do takich elementów, w których możemy wyznaczyć całość, i określić, jaką część całości posiada dany element. Jednak ciężko jest wyróżnić całość i część, gdy mówimy o naszych subiektywnych odczuciach i intuicjach.

Pewne światło na rozumienie pojęcia „należy” w logikach rozmytych rzuca następująca wypowiedź Zadeha: „nie jest sensowne mówienie, że punkt x należy do zbioru rozmytego A , z wyjątkiem takiego trywialnego sensu, że $f_A(x)$ jest dodatnie”⁴. Oznaczałoby to, że element nie należy do zbioru tylko w jednym przypadku, gdy wartość funkcji przynależności wynosi „0”. W pozostałych przypadkach element należy do zbioru tylko należenie stopniuje się ze względu na jakiś dodatkowy czynnik. Problem ten bezpośrednio wiąże się z problemem granicy w przedziale rozmytym. Trudno jest ustalić, czym jest granica w zbiorach rozmytych. Gdyby było tak, jak chce tego Zadeh, granica dzieliłaby przedział $[0,1]$ na „0” (nie należy) i reszta przedziału (należy). Mogłoby to jednak prowadzić do takich absurdalnych przypadków, że osoba o wzroście 130 cm zaliczałaby się do zbioru osób wysokich w jakimś bardzo małym stopniu. Granica w zbiorze rozmytym charakteryzowana jest przez funkcję przynależności. W powyższym przykładzie (*) mieliśmy trzy przedziały i trzy różne wartości dla tych przedziałów, co prowadzi do logiki trójwartościowej⁵. Interpretując tę funkcję za pomocą pojęcia „należy”, można powiedzieć, że przy wartości „0” element nie należy do zbioru, przy wartości „1” element należy do zbioru. A przy wartościach pośrednich z przedziału $(0,1)$ nie możemy rozstrzygnąć, czy element należy do zbioru. Można również tak dobrać funkcję przynależenia, że będzie ona akcentowała wartość „1”, w tym sensie, że tylko przy takiej wartości będzie się uznawać, że dany element należy do zbioru, natomiast inne wartości będą tylko wskazywać na stopień, w jakim dany element spełnia jakieś kryterium decydujące o należeniu do danego zbioru, inaczej mówiąc: ile jeszcze brakuje elementowi, aby należał do zbioru.

⁴ Z a d e h, *Fuzzy Sets*, s. 243.

⁵ S. C. K l e n n e, *Introduction to Metamathematics*, New York 1952, s. 334.

Fakt, że funkcja przynależności może być dobierana zupełnie dowolnie, powoduje, że w logice rozmytej możemy bardzo łatwo manipulować granicą przynależenia. Taka możliwość powoduje, że zakres danych, do jakich możemy stosować logikę rozmytą, jest praktycznie bez ograniczeń. Tym niemniej inaczej stawia się granicę przy opisie i analizowaniu subiektywnych odczuć lub opinii, inaczej przy opisie procesów, a jeszcze inaczej przy opisie zjawisk niekompletnych. Zmieniająca się funkcja przynależności, a tym samym granica utrudnia jakąś jedną ogólną interpretację i ocenę logik rozmytych. Po prostu za każdym razem musimy zaznaczać, o jakiej logice rozmytej mówimy.

ZAGADNIENIE KONSTRUOWALNOŚCI FORMALNEGO SYSTEMU LOGIKI ROZMYTEJ

Wiele trudności rodzą próby porównywania logik rozmytych z jakimiś innymi wielowartościowymi systemami logicznymi. Trudności są skutkiem bardzo różnych notacji i definicji podstawowych spójników logiki rozmytej. W różnych logikach rozmytych można spotkać implementacje niemal wszystkich spójników, jakie występują w systemach logik wielowartościowych. Definicje te przeważnie są dobierane w zależności od dziedziny rozważań, a jedynym uzasadnieniem użycia takiej, a nie innej definicji jest poprawność w danym modelu i efektywność danego systemu.

Najprostszym, a zarazem najpopularniejszym systemem logiki rozmytej jest system, w którym negację definiuje się jako dopełnienie, koniunkcję jako minimum dwóch wartości, a alternatywę jako maksimum dwóch wartości. Natomiast jeżeli chodzi o spójnik implikacji, można znaleźć w systemach logik rozmytych m.in. następujące definicje:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{c}(s,t) &= \min \{1, 1 - s + t\} && (\text{Łukasiewicz}) \\
 \mathbf{c}_1(s,t) &= \max \{1 - s, t\} && (\text{Zadeh}) \\
 \mathbf{c}_2(s,t) &= \min \left\{ 1, \frac{t(1-s)}{s(1-t)} \right\} && (\text{Baldwin}) \\
 \mathbf{c}_3(s,t) &= \min \left\{ 1, \frac{t}{s} \right\} && (\text{Gödel}) \\
 \mathbf{c}_4(s,t) &= \min \{s, t\} && (\text{Mamdani}) \\
 \mathbf{c}_5(s,t) &= \max \{1 - s, \min \{s, t\}\} \text{ (max-min)} \\
 \mathbf{c}_6(s,t) &= t^s && (\text{Yager})
 \end{aligned}$$

$$c_7(s,t) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } s \leq t \\ 0 & \text{gdy } s > t \end{cases}$$

$$c_8(s,t) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } s \leq t \\ t & \text{gdy } s > t \end{cases}$$

gdzie „s” i „t” są zmiennymi reprezentującymi dwie dowolne wartości rozmyte z przedziału $[0,1]$ ⁶.

Reguła podstawiania w logice rozmytej może być zdefiniowana w następujący sposób: możemy zastąpić zdanie A w formule Φ dowolną formułą Ψ , wtedy i tylko wtedy gdy $\mu(A) = \mu(\Psi)$ ⁷.

Reguła *modus ponens* mogłaby wyglądać w logice rozmytej następująco:

$$\frac{\langle A, s \rangle, \langle A \rightarrow B, t \rangle}{\langle B, r \rangle}$$

$r = s \otimes t$, gdzie \otimes jest symbolem zwykłego mnożenia⁸.

Gdy nie mamy wartości prawdziwościowej dla A lub $A \rightarrow B$, wówczas nie możemy zastosować reguły *modus ponens*.

Zdaniem S. Kundu i J. Chena implikacja rozmyta powinna spełniać dwa warunki:

- (1) $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$
- (2) $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [B \rightarrow (A \rightarrow C)]$

Powinna więc zachowywać prawo transpozycji prostej (1) oraz prawo komutacji (2). Okazuje się, że jedynie dwie implikacje spełniają te dwa warunki: implikacja Łukasiewicza oraz implikacja Zadeha⁹.

Ambitną próbę stworzenia bardziej wyrafinowanego systemu logiki rozmytej podjął J. Pavelka¹⁰. W systemie tego autora syntaktyka składa się z rozmytego zbioru aksjomatów oraz ze zbioru wielowartościowych reguł wnios-

⁶ Zob. S. Kundu, J. Chen, *Fuzzy logic or Lukasiewicz logic: A clarification*, „Fuzzy Sets and Systems” 1998, nr 95, s. 377. Więcej informacji na temat spójników w logikach rozmytych można znaleźć m.in. w S. Gottwald, *Fuzzy propositional logic*, „Fuzzy Sets and Systems” 3 (1980), s. 181-192.

⁷ Zob. Kundu, Chen, *Fuzzy logic or Lukasiewicz logic*, s. 371.

⁸ Zob. tamże, s. 372.

⁹ Zob. tamże, s. 376.

¹⁰ *On fuzzy logic – I, II, III*, „Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik” 25 (1979), s. 45-52, 119-134, 447-464.

kowania. Wielowartościowa reguła składa się z dwóch czynników: gramatycznego, który odnosi się do formuł (reguła wnioskowania w zwykłym sensie), oraz wartościującego, który odnosi się do wartości prawdziwościowych i mówi, w jaki sposób obliczyć wartość prawdziwościową konkluzji z wartości prawdziwościowych przesłanek. Jako możliwą algebrę dla swojego systemu Pavelka rozważa m.in. system Heytinga oraz wielowartościowy system Łukasiewicza. Ciekawym rezultatem dociekań Pavelki jest fakt, że jedynie algebra oparta na wielowartościowej logice Łukasiewicza zapewnia pełność systemowi logiki rozmytej.

KONCEPCJA ZMIENNEJ JĘZYKOWEJ

Gdy rozważa się różne interpretacje logik rozmytych, nasuwa się pytanie, czy rzeczywiście potrzebujemy formalnego, precyzyjnego zapisu takich niejasnych, intuicyjnych lub niekompletnych danych. Jeżeli chodzi o naukowy dyskurs, nie da się ukryć, że rządzą tutaj sądy pewne i obiektywne, o których mamy pełną wiedzę. Jesteśmy zainteresowani pewnymi przesłankami, pewnymi regułami przekształcania i pewną wiedzą na końcu. Nawet jeżeli nie dysponujemy dowodem poprawności na przykład jakiejś teorii, to mówimy raczej o prawdopodobieństwie i stosujemy wówczas metody rachunku prawdopodobieństwa.

Zadeh musi być świadom tego faktu, gdyż podejmuje próbę zastosowania logiki rozmytej do formalizowania dyskursu potocznego, gdzie występuje wiele niejasnych i niekompletnych sformułowań. Zadeh wprowadza w tym celu pojęcie „zmiennej językowej” (ang. *linguistic variable*), czyli takiej zmiennej, której wartościami są słowa lub zdania jakiegoś języka¹¹. Przykładem takiej zmiennej może być zmienna „wiek”, której wartościami mogą być językowe określenia typu „młody”, „stary” itd., przy czym zbiór takich terminów może być nieskończony. Generalnie takie określenia są mniej precyzyjne niż liczbowe odpowiedniki: „20”, „60”, mimo że pełnią taką samą funkcję – charakteryzują zmienną „wiek”.

Bardziej szczegółowo zmienna językowa może być scharakteryzowana przez następujący układ: (H, T(H), U, G, M), gdzie:

¹¹ Zob. L. A. Zadeh, *The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning – I*, „Information Sciences” 8 (1975), s. 201.

- H – jest nazwą zmiennej (np. „wiek”);
 T(H) – zbiór terminów H, tj. zbiór jej językowych wartości (np. „młody”);
 U – jest uniwersum dyskursu;
 G – jest regułą syntaktyczną, dzięki której możemy generować nowe wartości w zbiorze terminów T(H) (np. podnosząc funkcję zgodności jakiegoś terminu do kwadratu);
 M – jest regułą semantyczną, która przyporządkowuje każdej językowej zmiennej X jej znaczenie M(X), gdzie M(X) denotuje podzbiór rozmyty U. Pozwala ona na powiązanie ze sobą funkcji zgodności tzw. „terminów pierwotnych” występujących w bardziej złożonych wartościach językowych („np. „młody” i „stary” w „bardzo młody i bardzo stary”). Zakłada się przy tym, że terminy pierwotne są subiektywne, zależne od kontekstu oraz określone *a priori*¹².

Zmienna językowa może być scharakteryzowana za pomocą liczb. Zadeh wykorzystuje ten fakt wprowadzając pojęcie „zmiennej podstawowej”, która jest zmienną liczbową. Na przykład dla zmiennej językowej „wiek” wartościami zmiennej podstawowej są liczby z przedziału [0,100]. Dzięki tej zmiennej możemy dla wartości językowych, np. „młody”, „bardzo młody” itd., ustalić coś, co Zadeh nazywa „rozmytym ograniczeniem”¹³.

Aby skorelować jakoś ze sobą zmienną podstawową i zmienną językową Zadeh wprowadza dodatkową „funkcję zgodności” (ang. *compatibility*). Funkcja ta przyporządkowuje każdej wartości liczbowej zmiennej podstawowej [1,100] liczbę z przedziału [0,1], która reprezentuje zgodność wartości liczbowej z wartością językową. Tak więc zgodność wieku „27” z wartością językową „młody”, mogłaby wynosić 0,7, podczas gdy z wartością „bardzo młody” – 0,3¹⁴.

Reasumując, dla Zadeha wartość językowa „młody” jest nazwą dla rozmytego ograniczenia. Rozmyte ograniczenie jest charakteryzowane przez funkcję zgodności i jest *de facto* znaczeniem słowa „młody”. Interpretacja taka przeciwstawia się tradycyjnej interpretacji słowa „młody”, zgodnie z którą x jest młody, gdy należy do zbioru młodych ludzi. Interpretacja Zadeha jest o tyle ciekawa, że zakłada, iż zbiór młodych ludzi jest zbiorem rozmytym i wobec tego uwzględnia fakt, że nie ma ostrego przejścia z bycia młodym do nie-bycia młodym.

¹² Zob. tamże, s. 202-204 oraz s. 210.

¹³ Zob. tamże, s. 202.

¹⁴ Zob. tamże, s. 203.

Trudności pojawiają się, gdy chcemy scharakteryzować taką zmienną językową, która nie posiada liczbowo wyrażonej zmiennej podstawowej, np. zmienna „wygląd”. W tym przypadku Zadeh proponuje wartości funkcji oprzeć na subiektywnych wrażeniach, a ostatecznie na naszej intuicji¹⁵.

Kulminacją konstrukcji Zadeha jest potraktowanie również pojęcia „prawdy” jako zmiennej językowej. To właśnie moment, kiedy powstaje właściwy system logiczny. Wartościami takiej zmiennej są następujące wyrażenia: „prawdziwy”, „bardzo prawdziwy”, „całkowicie prawdziwy”, „nieprawdziwy” itd. Takie podejście umożliwia nam przeprowadzenie „rozmytych” rozumowań, które często praktykujemy w dyskursie potocznym.

Zadeh zakłada, że podstawową zmienną dla takich wartości jest liczba z przedziału $[0,1]$, a znaczenie pierwotnego terminu „prawda” jest połączone z rozmytym ograniczeniem na wartościach zmiennej podstawowej. Jak zwykle takie ograniczenie jest scharakteryzowane przez funkcję zgodności, która przyporządkowuje każdej liczbowej wartości prawdziwościowej liczbę z przedziału $[0,1]$ ¹⁶. Na przykład: jeżeli Jan należy do zbioru osób wysokich w stopniu „0,3”, wówczas w pierwszym etapie zdanie „Jan jest wysoki” uzyskałoby wartość „0,3”. Możemy zatem powiedzieć: „Jan jest wysoki” jest prawdziwe w stopniu n wtedy i tylko wtedy, gdy x należy do zbioru rozmytego „wysoki”, w stopniu n . W drugim etapie ustalamy, do jakiego stopnia dana wartość liczbową należy do językowej wartości „prawda”. A zatem wartość „0,3” może należeć w stopniu „0,2”, a wartość „0,5” – w stopniu „0,7”. Następnie ustala się rozmyte ograniczenie, otrzymując w ten sposób: „‘Jan jest wysoki’ w stopniu ‘0,3’” jest mało prawdziwe ze względu na fakt, że wartość „0,2” nie jest dużą wartością w przedziale $[0,1]$ ¹⁷.

Trzeba przyznać, że koncepcja ta nie należy do najprostszych. Oczywiście najwięcej kontrowersji i sprzeciwów budzi traktowanie prawdy jako zmiennej językowej. Zadeh przenosi też pewne językowe określenia na poziom metajęzyka, co może być sprawą problematyczną.

¹⁵ Zob. tamże, s. 205.

¹⁶ Zob. tamże, s. 207.

¹⁷ Zob. tamże.

KRYTYCZNE SPOJRZENIE NA LOGIKĘ ROZMYTĄ

S. Haack w swojej pracy *Do We Need 'Fuzzy Logic'?* stwierdza:

Zadeh oferuje nie tylko radykalnie niestandardową logikę, ale również radykalnie niestandardową koncepcję logiki. Niewiele przesadzilibyśmy mówiąc, że w logice rozmytej brakuje każdej cechy, jaką pionierzy współczesnej logiki chcieliby, aby logika miała. Logika rozmyta poświęca to, co tradycyjnie było uważane za kluczowe korzyści formalizmu – precyzja, formalne reguły wnioskowania, bezpieczeństwo oferowane przez zupełność i pełność. Podczas gdy tradycyjnie logika poprawiała lub unikała niejasności [ang. *vagueness*], logika rozmyta wchodzi w kompromis z niejasnością. Nie jest to po prostu logika niejasności; jest to raczej „niejasna logika” [ang. *vague logic*], czyli coś, co z punktu widzenia Fregego jest sprzecznością pojęciową¹⁸.

Trzeba przyznać, że jest to dosyć jasno wyrażone stanowisko. Obecnie przyjrzymy się bliżej, w jaki sposób Haack uzasadnia swoje poglądy.

Haack próbuje obalić dwa główne filary, na których Zadeh opiera logikę rozmytą, mianowicie twierdzenie, że nie musimy w logice rozmytej precyzyjnie uściślać rozumowań, co skutkuje mniejszą złożonością systemu oraz uznanie „prawdy” i „fałszu” za rozmyte predykaty¹⁹.

Haack zgadza się z Zadehem, że rzeczywiście można uniknąć pewnej złożoności, jeżeli chodzi o *jednowymiarowe* predykaty, takie jak „wysoki” czy „stary”, gdzie możemy przyporządkować zbiór rozmyty do takiego pojęcia, zamiast arbitralnie ustalać punkt graniczny. Jednak, kontynuuje Haack, sytuacja znacznie się komplikuje w „wielowymiarowych” predykatkach, takich jak „piękny”, „zdolny”, gdzie nie tylko nie ma precyzyjnych danych liczbowych, ale dodatkowo jest wiele składników, które same wymagają określenia (np. osoba piękna powinna być raczej wysoka, szczupła itd.). Zadeh analizuje i określa każdy taki składnik w czysto intuicyjny sposób, a następnie wprowadza aparat logiki rozmytej, aby skorelować ze sobą niejasności w składnikach. Kiedy części składowych nie da się wyrazić liczbowo, mówiąc inaczej, gdy zmienna bazowa nie może być oparta na liczbach, wówczas pozostaje nam egzemplifikacja²⁰. A zatem, reasumuje Haack, „cały

¹⁸ S. Haack, *Do We Need 'Fuzzy Logic'?*, [w:] t a ż, *Deviant Logic, Fuzzy logic. Beyond the Formalism*, Chicago–London 1996, s. 237. Przekład E. J.

¹⁹ Por. tamże, s. 237-238.

²⁰ Por. tamże.

formalny aparat jest zbędny i predykat ‘piękny’ musi być zdefiniowany *ostensywnie*”²¹.

Zadeh uważa, że przenoszenie złożoności do formalizmu rodzi same korzyści. Haack ujmuje ten problem w następujący sposób:

Generalnie, wydaje mi się, że [przesuwanie złożoności do formalizmu – E. J.] to całkiem rozsądna zasada. Formalne manipulacje są bowiem przedmiotem określonych precyzyjnych reguł, podczas gdy proces parafrazowania nieformalnych argumentacji do symbolicznego zapisu jest sprawą własnego uznania. Główną zaletą formalizmu jest, że się tak wyrażę, przekształcenie tego, co wcześniej było sprawą subiektywnego uznania, w stosowanie procedury formalnej. [...] Jednakże kiedy formalizm ma szczególnie nieformalny, uznaniowy charakter, jak to ma miejsce w logice rozmytej, wówczas nie ma żadnej korzyści z tego, że zadanie precyzowania przeniesiemy z języka przedmiotowego do formalizmu²².

A zatem Haack nie widzi większej korzyści w zapisie formalnym niejasnych sądów i rozumowań, zamiast – jak to ma miejsce w logice klasycznej – uściślenia i precyzowania wypowiedzi, aby możliwy był ich przekład na język formalny. Mówiąc jeszcze inaczej, język formalny logiki rozmytej zbyt upodabnia się do języka potocznego, podczas gdy dotychczas to wypowiedzi i rozumowania wyrażone w języku potocznym były tak uściślane, aby precyzją dorównywały sztuczemu językowi formalnemu.

Zdaniem Haack logika rozmyta wcale nie jest pozbawiona złożoności. Ma to miejsce szczególnie wtedy, gdy wprowadzimy językowe wartości prawdziwościowe. Zadeh uzasadnia, że wprowadzenie wszystkich możliwych podzbiorów przedziału $[0,1]$ jako rozmytych wartości prawdziwościowych byłoby zbyt złożone, aby tym manipulować. Zamiast tego proponuje wprowadzić przeliczalny podzbiór tych zbiorów. Właśnie ten wybór, zdaniem Haack, uniemożliwia „zamknięcie” logiki rozmytej oraz skutkuje wprowadzeniem do systemu formalnego językowych przybliżeń oraz przybliżonej poprawności (ang. *validity*)²³.

Haack zauważa, że logika rozmyta tylko odracza, ale nie eliminuje potrzeby wprowadzenia arbitralnych granic. W logice wielowartościowej określamy po prostu, do jakiego stopnia dany predykat możemy przypisać danemu przedmiotowi, np. określamy, czy „Jan”, który ma 170 cm wzrostu,

²¹ Tamże, s. 238.

²² Tamże, s. 239.

²³ Tamże, s. 239.

zalicza się do wysokich osób w stopniu „0,6” czy „0,7”. W logice rozmytej musimy arbitralnie ustalić stopień, do jakiego dana liczbową wartość powinna należeć do zmiennej prawdziwościowej „prawda”. Zdaniem Haack stwierdzenie, że stopień prawdziwości „0,6” należy do językowej zmiennej prawdziwościowej „prawda” w stopniu „0,4” jest tak samo sztuczne jak stwierdzenie logika klasycznego, że człowiek jest wysoki, gdy ma więcej niż 160 cm wzrostu²⁴.

Według Haack należy odrzucić również drugi językowy powód powstania logiki rozmytej – mianowicie twierdzenie, że metajęzykowe predykaty: „prawdziwy” i „fałszywy” są rozmyte. Twierdzenie, że „prawda” jest stopniowalna Zadeh opiera m.in. na tym, że przysłowki takie jak „bardzo”, „całkiem” stosują się tak samo do „prawdy” jak do innych typowych predykatów (np. „bardzo” odnosi się tak samo do „wysoki”, jak i do „prawdziwy”). Tym niemniej, ripostuje Haack, jest wiele innych typowych przysłówek, które mimo że modyfikują predykaty, to nie stosują się do „prawdy” (np. „strasznie” – „strasznie wysoki”, „strasznie prawdziwe”). Zdaniem Haack Zadeh miesza tu po prostu różne użycia tych samych słów. Ostatecznie Haack kończy swoją argumentację, wysuwając przypuszczenie, że nawet jeżeli jakieś typowe przysłowki stosują się tak samo do „prawdy”, jak i do innych stopniowalnych predykatów, prawdopodobnie można to jakoś inaczej wyjaśnić, np. poprzez zwrócenie uwagi na przedmiot, o którym orzeka się prawdę (np. jakieś złożone zdanie p , o którym orzeklibyśmy, że jest częściowo prawdziwe). Ostatecznie Haack, po odrzuceniu wszystkich głównych motywów powstania logiki rozmytej, opowiada się za odrzuceniem tej logiki jako zbędnej.

Właśnie z tą konkluzją Haack nie zgadza się J. Fox²⁵. Wyróżnia on trzy przypadki, kiedy możemy potrzebować logiki rozmytej. Po pierwsze, świat zawiera relacje rozmyte. Potrzebujemy więc takiego rachunku, w którym moglibyśmy te relacje odzwierciedlić. W tym celu konieczna jest jedynie funkcja kompatybilności, która przekształca wartości z dziedziny naturalnej na wartości prawdziwościowe. Po drugie, logika rozmyta może być jedynym właściwym rachunkiem do manipulowania na rozmytych danych. Ponieważ jednak logika rozmyta stosuje się przeważnie do danych intuicyjnych, a za-

²⁴ Por. tamże, s. 240.

²⁵ *Towards a reconciliation of fuzzy logic and standard logic*, „International Journal of Man-Machine Studies” 15 (1981), s. 213-220.

tem nieobserwowalnych, jest to poważna trudność, jeżeli chodzi o pokazanie, że lepiej się nadaje do przedstawiania takich danych niż na przykład rachunek prawdopodobieństwa. Po trzecie, niektóre z dzisiejszych systemów wnioskowania mogą wymagać opisu za pomocą terminów rozmytych. Fox powołuje się tutaj na wynik badań w językoznawstwie (teoria G. Lakoffa²⁶) oraz na badania sugerujące, że członkostwo klas może być subiektywnie relacją ciągłą.

Fox podaje również prosty sposób na uzgodnienie ze sobą idei zbioru rozmytego i klasycznej koncepcji prawdy. Jest to pomysł na połączenie poglądów Haack i Zadeha. Pomysł Foxa polega na rozróżnieniu prawdy od wskaźnika prawdy. Na przykład zdanie „Goliat był wysoki” należy uznać za prawdziwe przy założeniu, że Goliat miał 190 cm wzrostu. Gdyby się jednak okazało, że Goliat był jeszcze wyższy i miał 210 cm wzrostu, wówczas nie tylko należy uznać zdanie „Goliat był wysoki” za prawdziwe, ale raczej dodatkowo za „bardzo prawdziwe”. Innymi słowy, nie tylko rozpoznaje się, że zdanie jest prawdziwe (czyli, że posiada binarny atrybut spełniający warunek konieczny dla prawdziwości zdania), ale że ma także pomocniczy atrybut stopnia²⁷.

Rozwiązanie zaproponowane przez Foxa pozwoliłoby na odseparowanie od siebie subiektywnej oceny prawdy, wyrażonej w stopniach w logice rozmytej, od obiektywnej prawdy, która pozostałaby domeną logiki klasycznej. A więc logika rozmyta nie byłaby rywalką logiki klasycznej, ale raczej jej rozszerzeniem. Dodatkowym atutem takiego rozwiązania jest fakt, że dane zdanie nie może mieć pozytywnej wartości wskaźnika ważności prawdy, jeśli jest fałszywe. Zapobiega to sytuacjom, w których stwierdzeniu fałszywemu przypisano by jakąś niewielką rozmytą wartość prawdziwościową. Na przykład gdy drzewo ma wysokość 1 metra, stwierdzenie, że jest ono bardzo wysokie, mogłoby mieć rozmytą wartość prawdziwościową „0,1”. Rozróżniając prawdę i wskaźnik ważności prawdy zapobiegamy takim nadużyciom²⁸.

²⁶ *Hedges: a study in meaning criteria and the logic of fuzzy concepts*, Chicago 1972.

²⁷ Zob. Fox, *Towards a reconciliation of fuzzy logic and standard logic*, s. 219

²⁸ Por. tamże, s. 219-220.

KWESTIA ZASTOSOWAŃ LOGIKI ROZMYTEJ

Logika rozmyta jest uważana za subiektywną i intuicyjną. Tymczasem analiza zastosowań logiki rozmytej (np. sterowniki urządzeń mechanicznych) wykazuje, że największe sukcesy święci ona wtedy, gdy jest zastosowana do danych obiektywnych (np. temperatura panująca w pokoju). Charakterystyczną cechą takich danych jest fakt, że dadzą się one precyzyjnie, liczbowo wyrazić w stopniach. Może się okazać jednak, że przy takim podejściu nie mamy do czynienia z logiką, tylko z precyzyjnym, formalnym opisem rzeczywistości. Na przykład wartość z przedziału $[0,1]$ trywialnie opisywałaby stan nagrzania hamulców lub stopień wypełnienia jakiegoś zbiornika. Zaletą takiego opisu jest to, że mamy do dyspozycji dane liczbowe, które są łatwe w obliczeniach i są uporządkowane, dzięki czemu możemy nakazać maszynie podjęcie jakichś proporcjonalnych działań w zależności od danych liczbowych na wejściu.

Tym niemniej istnieje całe grono logików, którzy próbują stosować rachunki rozmyte nie tylko do danych obiektywnych, ale także do danych subiektywnych i intuicyjnych. Zauważają oni, że stopniowanie naszego przeświadczenia o pewności wiedzy na dany temat jest bardzo naturalne. Należy wobec tego wprowadzić dodatkową wartość, określającą, w jakim stopniu dane zdanie lub fakt jest prawdziwy. Nie chodzi już jedynie o zachodzenie lub nie obiektywnego faktu lub spełnianie jakiejś formy zdaniowej. Mówiąc o stopniu, w jakim fakt zachodzi, nie mamy na myśli danych obiektywnych (np. do jakiego stopnia żyto urosło na polu), tylko raczej nasze subiektywne spostrzeżenie (w jakim stopniu wydaje się nam, że żyto urosło).

Można zauważyć, że większość krytyk stosowanych pod adresem logik rozmytych dotyczy ich teoretycznego, formalnego uzasadnienia. Natomiast wobec faktu szerokiego zastosowania tych logik ich pragmatyczna wartość przyjmowana jest jako coś oczywistego. Właśnie na to przekonanie o bezspornej pragmatycznej wartości logik rozmytych cień podejrzenia rzuca S. Haack. Wysuwa ona przypuszczenie, że zastosowania logik rozmytych są właściwie zastosowaniem pierwszego etapu ich rozmywania, a zatem tak naprawdę są zastosowaniami logik wielowartościowych. Najbardziej sporny element logik rozmytych – stopniowanie prawdy – pozostaje, zdaniem Haack, bez znaczenia, jeżeli chodzi o możliwość ich zastosowania. Jednakże potrzebne są dalsze badania w tym kierunku²⁹.

²⁹ Haack, *Do We Need 'Fuzzy Logic'?*, s. 233.

ZAŁOŻENIA FILOZOFICZNE
LEŻĄCE U PODSTAW LOGIKI ROZMYTEJ

Wielcy logicy, tacy jak B. Russell, G. Frege czy A. N. Whitehead, budując formalny system logiczny, kierowali się silnymi założeniami ontologicznymi. Główny cel, jaki im przyświecał, to poprawne oddanie w systemie formalnym struktury rzeczywistości i myśli. Natomiast założenia Zadeha przy konstruowaniu logiki rozmytej były, wydaje się, z gruntu inne, bardziej epistemiczne. System ma poprawnie odzwierciedlać naszą wiedzę o świecie i umożliwić poprawne operacje na tej wiedzy.

Problem dotyczy przede wszystkim wartościowania, czyli przypisywania zdaniom wartości prawdziwościowych: prawdy i fałszu. Tradycyjne stanowisko w koncepcji logiki jest takie, że wszystkie zdania mają obiektywną wartość logiczną, niezależnie od naszych sposobów jej poznania. Tym niemniej trochę inaczej sprawa wartościowania ma się w przypadku zdań prostych, a inaczej w przypadku zdań złożonych. Nie jest jasne, czy wartościowanie zdań prostych i złożonych powinno się odbywać na takich samych zasadach. Trudność dotyczy praw logiki. Nie wiadomo, czy prawom logiki może przysługiwać wartość pośrednia, niepełna; inaczej mówiąc, czy prawo logiki może być stopniowalne. Jeśli zgodzimy się na częściową wartość prawdziwościową zdań prostych, co wówczas zrobić z prawami logiki? Czy w nich również pojawią się częściowe wartości prawdziwościowe? Czy prawo wyłączonego środka może otrzymać częściową wartość prawdziwościową i na jakich zasadach?

Zadeh zauważa, że przy określaniu wartości zdań prostych napotykamy na szereg problemów, które wynikają głównie z ułomności naszego poznania. Mamy wątpliwości lub po prostu nie wiemy, jaką wartość logiczną przypisać danemu zdaniu. Należy jednak ustalić, czy jest to trudność natury subiektywnej czy obiektywnej. Mówiąc inaczej, czy jest wynikiem tego, że wartościowane zdanie jest uzależnione od jakichś subiektywnych opinii lub intuicji, czy raczej wynika z niekompletności naszej wiedzy. Mogą się zdarzyć takie sytuacje, że w sposób obiektywny znamy wszystkie warunki prawdziwości jakiegoś zdania oprócz jednego. Mamy wówczas „część znaczenia”, któremu przyporządkujemy „część wartości”. Takie podejście nie musi się sprzeciwiać klasycznej koncepcji logiki. Nasza wiedza, gdy przyznajemy zdaniu częściową wartość, może być tą samą wiedzą, na podstawie której przyznajemy zdaniu pełne wartości prawdziwościowe.

Tym niemniej gdy wprowadzimy do systemu wartości określające przekonanie o prawdziwości jakichś zdań, wówczas może się okazać, że ogólne, podstawowe związki zachodzące w świecie nie będą przedstawione już w sposób tak wyraźny. Nie ma też w literaturze naukowej jasnej odpowiedzi na pytanie, czy wprowadzenie do systemu niejasności, w sposób strukturalny, formalny lub jakiś inny, nie osłabi wszystkich konkluzji, jakie moglibyśmy uzyskać w danym systemie przed wprowadzeniem niejasności. Być może czynnik niejasności, niby piętno już to formalne, już to każde inne, dotknie wszystkich możliwych konkluzji.

*

W artykule starano się przedstawić przekrojowo, w jaki sposób idea rozmytości zaistniała w różnych dziedzinach. Scharakteryzowano zbiory rozmyte, gdzie najwyraźniej, a zarazem bardzo prosto ukazana jest idea rozmytości. Następnie ukazano różne aspekty zagadnienia konstruowalności logik rozmytych. Zwrócono uwagę zarówno na formalne, jak i semantyczne problemy pojawiające się w logice rozmytej. Przedstawiono krytyczne stanowisko S. Haack wobec logik rozmytych oraz polemiczne z nim ujęcie J. Foxa, w szczególności jego koncepcję ważności prawdy. Ta koncepcja to ciekawa próba uzgodnienia krytycznych uwag Haack z ideą rozmytości, jaką znajdujemy w pracach Zadeha. W zastosowaniach logiki rozmytej rozróżniono dane obiektywne i subiektywne, do których stosuje się ta logika. Na koniec zwrócono uwagę na skrajną odmienność założeń filozoficznych, jakimi kierowali się Zadeh i twórcy logiki klasycznej.

BIBLIOGRAFIA

- Almond G. R.: Discussion: Fuzzy Logic: Better Science? Or Better Engineering?, „Technometrics” 37 (1995), No. 3, s. 267-270.
- Bellman R.E., Zadeh L.A.: Decision-Making in fuzzy Environment, „Management Science” 17 (1970), No. 4, s. 141-164.
- Fox J.: Towards a reconciliation of fuzzy logic and standard logic, „International Journal of Man-Machine Studies” 15 (1981), s. 213-220.
- Gottwald S.: Fuzzy propositional logic, „Fuzzy Sets and Systems” 3 (1980), s. 181-192.
- Haack S.: Do We Need ‘Fuzzy Logic’?, [w:] t a ż, Deviant Logic, Fuzzy logic: Beyond the Formalism, Chicago–London: University of Chicago Press 1996, s. 232-242.
- Is Truth Flat or Bumpy?, [w:] t a ż, Deviant Logic, Fuzzy logic: Beyond the Formalism, Chicago–London: University of Chicago Press 1996, s. 243-258.

- Kacprzyk J.: Zbiory rozmyte w analizie systemowej, Warszawa: PWN 1986.
- Kleene S. C.: Introduction to Metamathematics, New York: Van Nostrand 1952.
- Kundu S., Chen J.: Fuzzy logic or Lukasiewicz logic: A clarification, „Fuzzy Sets and Systems” 95 (1998), s. 369-379.
- Lakoff G.: Hedges: a study in meaning criteria and the logic of fuzzy concepts, Chicago: University of Chicago Linguistics Department 1972.
- Pavelka J.: On fuzzy logic I, II, III, „Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik” 25 (1979), s. 45-52, 119-134, 447-464.
- Rips L. J., Shoben E. J., Smith E. E.: Semantic distance and the verification of semantic relations, „Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior” 12 (1973), s. 1-20.
- Rosch E. H.: On the internal structure of semantic and perceptual categories, [w:] Cognitive Development and the Acquisition for Language, ed. T. E. Moore, New York: Academic Press 1973, s. 110-144.
- Zadeh L. A.: Fuzzy sets, „Information and Control” 8 (1965), No. 3, s. 338-353.
- The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning – I, II, III, „Information Sciences” 8 (1975), s. 199-249.
- Commonsense reasoning based on Fuzzy Logic, „Proceedings of the 1986 Winter Simulation Conference”, ed. J. Wilson, J. Henriksen, S. Roberts.
- Probability theory and fuzzy logic are complementary rather than competitive, „Technometrics” 37 (1995), No. 3, s. 271-276.

LOGICAL AND PHILOSOPHICAL PROBLEMS
CONNECTED WITH FUZZY LOGIC

Summary

In the article it is shown that fuzzy logics are an interesting attempt at reflecting in a formal system of “uncertainty” or “vagueness” that are sometimes encountered in human reasoning. However, they sometimes have a high price. The truth loses its traditional precision and objective quality for the benefit of intuitive and subjective opinions.

The article tries to present cross-sectionally the way in which the concept of fuzziness exists in various fields. Fuzzy sets are characterized, in which the concept is shown in the most distinct and at the same time simple way. Then various aspects are shown of the issue of the ability to construct fuzzy logics. Attention is paid both to formal and semantic problems that appear in the fuzzy logic. S. Haack’s critical attitude towards fuzzy logics and J. Fox’s definition of the problem that is polemic towards it are presented, and especially his conception of the importance of the truth. This conception is an interesting attempt at harmonizing S. Haack’s critical remarks with the idea of fuzziness found in L.A. Zadeh’s works. In applications of fuzzy logic objective and subjective data are differentiated, to which this logic applies. Finally, attention is paid to extreme dissimilarity between the philosophical assumptions guiding L.A. Zadeh and authors of classical logic.

Translated by Tadeusz Karłowicz

Słowa kluczowe: logika rozmyta, L. A. Zadeh, rozmytość.

Key words: fuzzy logic, L.A. Zadeh, fuzziness.

Information about Author: ERNEST JANUSZEWSKI, M.A. – Division of Logic and Methodology of Sciences, Institute of Philosophy, Maria Curie-Skłodowska University; address for correspondence: Plac Marii Curie-Skłodowskiej 4, PL 20-031 Lublin; e-mail: ernest.januszewski@gmail.com