

EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI

BEZKWANTYFIKATOROWY RACHUNEK NAZW Z REGUŁĄ EKSTENSJONALNOŚCI

Jednym z systemów Stanisława Leśniewskiego jest *ontologia*, zbudowana w języku logicznym z szerokim rozumieniem kategorii nazw¹. Pierwszym filozofem, który docenił zalety tego narzędzia w filozofii i w analizie języka naturalnego, był Tadeusz Kotarbiński.

Traktując ten system jako narzędzie, można ograniczyć się do tzw. *ontologii elementarnej*, w której to kwantyfikatory wiążą jedynie zmienne kategorii nazwowej. Dalszym zbliżeniem tego narzędzia do języka naturalnego jest propozycja Ludwika Borkowskiego, realizująca ideę *bezkwantyfikatorowego rachunku nazw*. Niniejsza praca rozwija tę ideę. Od strony semantycznej rozstrzyga się tu status semantyczny wyrażen *wszystkie* i *pewne*, traktując je jako funktory². Ujmując z kolei rzecz od strony syntaktycznej, proponuje się tu pewne uproszczenia, wykorzystując siłę dedukcyjną reguł wprowadzania i opuszczania tych funktorów oraz wprowadzając regułę ekstensjonalności dla funktora epsilonowego³.

Dr hab. EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI – Zakład Filozofii Przyrody i Historii Kultury Regionalnej, Akademia Rolnicza w Krakowie; adres do korespondencji: Al. 29 Listopada 46, 31-425 Kraków; e-mail: rlwojcie@cyf-kr.edu.pl

¹ Obejmuje ona zarówno nazwy jednostkowe, jak i ogólne. Tego typu język logiczny jest nazywany *językiem Arystotelesa-Leśniewskiego*. Bardziej rozpowszechnionym w logice współczesnej jest język z wąskim rozumieniem tej kategorii (kategorię nazw tworzą jedynie nazwy jednostkowe), zwany *językiem Fregego-Russella*. Odpowiednikiem tego rachunku nazw (ontologii) w języku drugiego typu jest klasyczny rachunek predykatów.

² W duchu *idei kwantyfikacji orzeczników*. Zob. E. Wojciechowski, *Zwischen der Syllogistik und den Systemen von Leśniewski: Eine Rekonstruktion der Idee der Quantifizierung der Prädikate*, „Grazer Philosophische Studien” 48 (1994), s. 165-200.

³ Praca ta była referowana na XII Konferencji „Zastosowania logiki w filozofii i podstawach matematyki”, Szklarska Poręba, 7-11 V 2007 r., zorganizowanej przez Instytut Matematyki Uni-

1. KONSTRUKCJE WCZEŚNIEJSZE

System BRN1. Oznaczmy przez **BRN1** bezkwantyfikatorowy rachunek nazw, zbudowany metodą założeniową, o następujących regułach⁴:

$$\begin{array}{ll} \text{R1zyk} & x\epsilon y/x\epsilon x \\ \text{R2} & x\epsilon y \wedge y\epsilon z/x\epsilon z \\ \text{R3} & x\epsilon y \wedge y\epsilon z/y\epsilon x \end{array}$$

Mamy tu również reguły opuszczania i wprowadzania funktorów istnienia, jedyności, słabej inkluzji i inkluzji częściowej:

$$\begin{array}{ll} \text{Oex} & ex(x)/A\epsilon x \\ \text{Iex} & x\epsilon y/ex(y) \\ \text{Osol} & sol(x)/z\epsilon x \rightarrow x\epsilon z \\ \text{Isol} & z\epsilon x \wedge u\epsilon x \rightarrow z\epsilon u/sol(x) \\ \text{O}\subset & x\subset y/z\epsilon x \rightarrow z\epsilon y \\ \text{I}\subset & z\epsilon x \rightarrow z\epsilon y/x\subset y \\ \text{O}\Delta & x\Delta y/A\epsilon x \wedge A\epsilon y \\ \text{I}\Delta & z\epsilon x \wedge z\epsilon y/x\Delta y \end{array}$$

gdzie ‘A’ jest stałą nazwową, niepowtarzającą się w wierszach w przypadku zastosowania tej reguły (więcej niż jeden raz) w dowodzie. Zmienna ‘z’ zaś nie występuje w założeniach dowodu.

Ponadto w systemie przyjmowane są reguły opuszczania i wprowadzania wyrażeń kwantyfikujących *każdy* (*wszystkie*) i *pevien*. Mamy tu na uwadze takie znaczenie słowa *pevien* (*pewna*, *pewne*), które pojawia się w kontekstach: „*pevien* pies tu był”, „*pewna* kobieta tak powiedziała” czy „*pewne* dziecko nie zrobiło tego zadania”, tj. za pomocą tego słowa wybieramy dokładnie jeden przedmiot (choć bliżej nieokreślony) z zakresu nazwy przed którą stoi⁵. Wyrażenia *każdy* (π) i *pevien* (σ), będące substytutami kwan-

wersytetu Śląskiego, Instytut Matematyki Uniwersytetu Opolskiego oraz Katedrę Logiki i Metodologii Nauk Uniwersytetu Wrocławskiego.

⁴ L. Borkowski, *Bezkwantyfikatorowy założeniowy system rachunku nazw*, „Roczniki Filozoficzne” 28 (1980), z. 1, s. 133-148 (Część I) i 41 (1993), z. 1, s. 11-21 (Część II).

⁵ Słowo *pevien* (*pewna*, *pewne*) w tym znaczeniu równie dobrze można by oddać na gruncie języka polskiego przez określenie: *jakieś* (*jakaś*, *jakieś*). Wyrażenia te są określane w podręcznikach gramatyki tradycyjnej mianem zaimków nieokreślonych. Zob. Z. Klemensiewicz,

tyfikatorów, wprowadza się tu za pomocą reguł:

$$\begin{array}{ll} \text{O}\pi & \alpha(\pi x)/z\epsilon x \rightarrow \alpha(z) \\ \text{I}\pi & z\epsilon x \rightarrow \alpha(z)/\alpha(\pi x) \\ \text{O}\sigma & \alpha(\sigma x)/A\epsilon x \wedge \alpha(A) \\ \text{I}\sigma & z\epsilon x \wedge \alpha(z)/\alpha(\sigma x) \end{array}$$

Formuły typu $\alpha(\pi a)$ i $\alpha(\sigma a)$ są formułami sensownymi na gruncie tego języka, takimi jednak, że wyrażenia πa i σa pojawiają się jako pierwsze z lewej strony formuły $\alpha(\pi a)$ (i odpowiednio $\alpha(\sigma a)$) i nie są poprzedzone żadnym kontekstem o postaci πb lub σb ⁶.

Ponadto przyjmuje się odpowiedniki tych reguł, funkcjonujące w przypadkach pojawiania się tych wyrażen kwantyfikujących w kontekście funktorów nazwotwórczych⁷:

$$\begin{array}{ll} \text{O}\pi^f & x\epsilon f\pi y/x\epsilon x \wedge (z\epsilon y \rightarrow x\epsilon fz) \\ \text{I}\pi^f & x\epsilon x \wedge (z\epsilon y \rightarrow x\epsilon fz)/x\epsilon f\pi y \\ \text{O}\sigma^f & x\epsilon f\sigma y/A\epsilon y \wedge x\epsilon fA \\ \text{I}\sigma^f & z\epsilon y \wedge x\epsilon fz/x\epsilon f\sigma y \end{array}$$

Do reguł pierwotnych systemu należą: reguła podstawiania dla nazw i reguła podstawiania dla funktorów (kategorii n/n).

Definicyjnie wprowadza się tu pojęcia przedmiotu i przedmiotu sprzecznego:

$$\begin{array}{ll} \text{DV} & x\epsilon V \leftrightarrow x\epsilon x \\ \text{D}\Lambda & x\epsilon \Lambda \leftrightarrow x\epsilon x \wedge \neg x\epsilon x \end{array}$$

oraz funktory: bycia przedmiotem, negacji, mocnej inkluzji, identyczności zakresowej, identyczności jednostkowej, iloczynu i sumy nazwowej:

Podstawowe wiadomości z gramatyki języka polskiego, wyd. 6, Warszawa 1970, s. 54. Zob. też w tej sprawie L. Borkowski, *Logiczna analiza wyrażenia jakiś (jakaś, jakieś) a*, „Roczniki Filozoficzne” 41 (1993), z. 1, s. 5-9.

⁶ Zob. Borkowski, *Bezkwantyfikatorski założeniowy system rachunku nazw*, część I.

⁷ Dotyczą one takich przypadków jak: *x jest znawcą wszystkich dzieł tego autora*, jak również *x jest twórcą pewnych rozwiązań w tym projekcie*.

$$\begin{aligned}
Dob & ob(x) \leftrightarrow x\epsilon x \\
Dn & x\epsilon ny \leftrightarrow x\epsilon x \wedge \neg x\epsilon y \\
D\sqsubset & x\sqsubset y \leftrightarrow ex(x) \wedge x\sqsubset y \\
D\circ & x\circ y \leftrightarrow x\sqsubset y \wedge y\sqsubset x \\
D= & x=y \leftrightarrow x\epsilon y \wedge y\epsilon x \\
D\cap & x\epsilon y \cap z \leftrightarrow x\epsilon y \wedge x\epsilon z \\
D\cup & x\epsilon y \cup z \leftrightarrow x\epsilon y \vee x\epsilon z
\end{aligned}$$

Całość jest nadbudowana nad klasycznym rachunkiem zdań (**KRZ**), również założeniowo zbudowanym. Reguła odrywania (dla implikacji) jest rozszerzona dla wyrażeń sensownych tego systemu.

Pierwsze rozszerzenie systemu BRN1. Niech **BRN2** oznacza z kolei system, w którym (w odróżnieniu od systemu **BRN1**) zamiast reguł: *Oex*, *Iex*, *Osol*, *Isol*, *O\sqsubset*, *I\sqsubset* oraz *O\Delta*, przyjmowany jest aksjomat specyficzny kształtu⁸:

$$A\epsilon \quad x\epsilon y \leftrightarrow \sigma x\epsilon x \wedge \pi x\epsilon \pi x \wedge \pi x\epsilon y$$

Funktory istnienia, jedyności, słabej inkluzji i inkluzji cząstkowej wprowadza się tu definicyjnie: $ex(x) \leftrightarrow \sigma x\epsilon x$, $sol(x) \leftrightarrow \pi x\epsilon \pi x$, $x\sqsubset y \leftrightarrow \pi x\epsilon y$, $x\Delta y \leftrightarrow \sigma x\epsilon y$.

Podobnie jak poprzednio, przyjmujemy te same definicje dla funktorów nazwotwórczych (*Dn*, *D\cap*, *D\cup*) i zdaniotwórczych (*D\circ*, *D=*). Oprócz reguł ogólnych: odrywania (MP), podstawiania dla terminów (ST) i podstawiania dla funktorów (SF), o analogicznych sformułowaniach, przyjmiemy *O\pi*, *I\pi*, *I\pi^f*, *O\sigma* i *I\sigma*. Ograniczenie co do kształtu formuł atomowych α zatrzymujemy jedynie dla *I\pi*, znosząc je dla pozostałych reguł.

Nową regułą specyficzną tego systemu jest:

$$R\epsilon \quad x\epsilon fy/x\epsilon x$$

Wprowadzany definicyjnie jest tu również funktor *asercji nazwowej*:

$$Df^a \quad x\epsilon f^a y \leftrightarrow x\epsilon x \wedge x\epsilon y$$

⁸ E. Wojciechowski, *Pewien bezkwantyfikatorski rachunek nazw*, [w:] J. Perzanowski, A. Pietruszczak (red.), *Logika & Filozofia logiczna. FLFL 1996-1998*, Toruń 2000, s. 109-126.

Szczególnymi przypadkami Re , które dla prostoty będziemy tak samo oznaczać, są:

$$x\epsilon y/x\epsilon x \quad x\epsilon f\pi y/x\epsilon x \quad x\epsilon\pi y/x\epsilon x \quad x\epsilon f\sigma y/x\epsilon x \quad x\epsilon\sigma y/x\epsilon x$$

Powstają one z Re odpowiednio przez podstawienia: f^a/f , $f\pi/f$, π/f , $f\sigma/f$ i σ/f , na mocy reguły podstawiania (SF) dla funktorów.

Uproszczenie bazy systemu BRN1. Nazwijmy bazą systemu **BRN1** zbiór reguł $\{R1, R2, R3, Oex, Iex, Osol, Isol, O\subset, I\subset, O\Delta, I\Delta\}$. Bazę tę można uprościć. Uproszczenie to polega na przyjęciu jako pierwotnej reguły ekstensjonalności dla inkluzji jednostkowej ($RE\epsilon$) oraz eliminacji reguł: $R1, R2, R3, Oex, Iex, Osol, Isol, O\subset, I\subset$.

Specyficzna tu reguła ekstensjonalności ma formę⁹:

$$RE\epsilon \quad x\epsilon y/\alpha(y) \rightarrow \alpha(x),$$

gdzie α jest formułą atomową tego rachunku. W przypadku gdy formuła α jest zbudowana za pomocą funktora parametrycznego, to jest on utworzony za pomocą jednego z funktorów inkluzji: jednostkowej (ϵ), słabej (\subset) lub mocnej (\sqsupset), tj. jest on typu $\delta\langle t \rangle$ ($\delta\langle t \rangle(s) \leftrightarrow s\delta t$ lub $\delta\langle t \rangle(s) \leftrightarrow t\delta s$), gdzie $\delta \in \{\epsilon, \subset, \sqsupset\}$ i ponadto, formuła ta:

(1) jest zamknięta na zmienne w występujące po lewej stronie kreski inferencyjnej (w tym wypadku nie ma w niej innych zmiennych jak x i y) i funktor parametryczny jest funktorem (prawostronnym lub lewostronnym) zamkniętym na te zmienne ($_ \delta x, _ \delta y, x \delta _ , y \delta _$) lub

(2) funktor ten jest funktorem prawostronnym, otwartym na zmienne ($_ \delta z$).

Specyficzne funktory **BRN1** są wprowadzane definicyjnie: $ex(x) \leftrightarrow x\Delta x$, $sol(x) \leftrightarrow (ex(x) \rightarrow x\epsilon x)$, $x\subset y \leftrightarrow \neg x\Delta ny$.

Idea. Oznaczmy przez **BRN** zbiór konsekwencji reguł wprowadzania i opuszczania wyrażeń kwantyfikujących: $O\pi, I\pi, O\sigma$ i $I\sigma$. Pierwszą z wyżej przedstawionych konstrukcji można oznaczyć krótko: **BRN**[$R1, R2, R3, Oex, Iex, Osol, Isol, O\subset, I\subset, O\Delta, I\Delta$], gdzie **BRN**[X_1, X_2, \dots, X_n] oznacza

⁹ System z tą regułą ekstensjonalności został przedstawiony w: E. Wojciechowski, *Zasada ekstensjonalności dla funktorów inkluzji*, „Logika” (Acta Universitatis Wratislaviensis) – [artykuł przyjęty do druku].

wzbogacenie systemu **BRN** przez reguły (ewentualnie aksjomaty) bazowe X_1, X_2, \dots, X_n . Zgodnie z tą konwencją notacyjną:

$$\mathbf{BRN1} = \mathbf{BRN}[R1, R2, R3, Oex, Iex, Osol, Isol, Oc, Ic, O\Delta, I\Delta, O\pi^f, I\pi^f, O\sigma^f, I\sigma^f]$$

$$\mathbf{BRN2} = \mathbf{BRN}[A\varepsilon, R\varepsilon, I\pi^f]$$

Zbudujemy system **BRN3**, w którym specyficzna baza inferencyjna systemu **BRN2** zostanie zastąpiona przez $RE\varepsilon$, tj.: $\mathbf{BRN3} = \mathbf{BRN}[RE\varepsilon]$.

2. SYSTEM Z REGUŁĄ EKSTENSJONALNOŚCI

Opiszemy ogólnie język systemu **BRN3**.

Słownik. Słownik języka tego systemu tworzą:

(a) zmienne nazwowe:	x, y, z, \dots	“	kategori	n
(b) stałe nazwowe:	A, B, C, \dots	“	n	
(c) zmienne funkcyjne:	f, g, h, \dots	“	n/n	
(d) stałe funkcyjne:				
	n	“	n/n	
	ex, sol, ob	“	s/n	
	$\varepsilon, \subset, \Delta$	“	s/nn	
	\neg	“	s/s	
	$\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$	“	s/ss	

Terminy.

Zmienne i stałe nazwowe są terminami.

Jeżeli t jest terminem, to nt , jak i ft, gt, ht, \dots są też terminami.

Formuły.

Jeżeli t jest terminem, to $ex(t)$, $sol(t)$ i $ob(t)$ są formułami.

Jeżeli s i t są terminami, to $s\varepsilon t$, $s \subset t$ i $s \Delta t$ są formułami.

Jeżeli α jest formułą, to $\neg \alpha$ jest również formułą.

Jeżeli α i β są formułami, to formułami są również $\alpha \wedge \beta, \alpha \vee \beta, \alpha \rightarrow \beta$ i $\alpha \leftrightarrow \beta$.

Formuły dzielimy na atomowe i złożone.

Formuły atomowe.

Jeżeli t jest terminem, to $ex(t)$ i $sol(t)$ są formułami atomowymi.

Jeżeli s i t są terminami, to $s\varepsilon t$, $s \subset t$ i $s \Delta t$ są formułami atomowymi.

Formuły złożone.

Formuły nie będące formułami atomowymi są formułami złożonymi.

Reguły.

Oprócz reguły odrywania dla implikacji (MP) przyjmujemy regułę podstawiania dla terminów (TS) postaci:

Jeżeli $\Phi(x)$ jest schematem zdaniowym uznanym za prawdziwy, to dla dowolnego terminu t , jeśli podstawić ten termin we wszystkich wystąpieniach x w Φ , rezultat tego podstawienia (tj. zdanie lub schemat zdaniowy) $\Phi(t)$ jest również prawdziwy.

oraz regułę podstawiania (FS) dla funktorów (kategorii n/n), o podobnym sformułowaniu, z wykluczeniem podstawiania za zmienne funktorowe funktora negacji nazwowej.

System ten, podobnie jak poprzednie, posiada reguły wprowadzania i opuszczania dla funktorów π i σ oraz regułę ekstensjonalności (dla funktora inkluzji jednostkowej):

$$\text{RE}\varepsilon \quad x\varepsilon y/\beta(y) \rightarrow \beta(x),$$

przy ograniczeniach co do budowy formuł β , które wcześniej zostały przedstawione.

Definicje.

Specyficzne funktory istnienia, jedyności, słabej inkluzji i inkluzji cząstkowej wprowadza się tu definicyjnie:

$$\text{Dex} \quad ex(x) \leftrightarrow \sigma x \varepsilon x$$

$$\text{Dsol} \quad sol(x) \leftrightarrow \pi x \varepsilon \pi x$$

$$\text{D}\subset \quad x \subset y \leftrightarrow \pi x \varepsilon y$$

$$\text{D}\Delta \quad x \Delta y \leftrightarrow \sigma x \varepsilon y$$

Pozostałe funktory (ob , n , \circ , $=$, \cap , \cup) są zdefiniowane jak poprzednio.

Na mocy tez przedstawionych wcześniej konstrukcji, zachodzą następujące związki inferencyjne¹⁰:

¹⁰ Zob. Wojciechowski, *Pewien bezkwantyfikatorski rachunek nazw oraz Zasada ekstensjonalności dla funktorów inkluzji*.

$\mathbf{BRN}[R1, R2, R3, Oex, Iex, Osol, Isol, O\subset, I\subset, O\Delta, I\Delta, O\pi^f, I\pi^f, O\sigma^f, I\sigma^f] \subset$

$\mathbf{BRN}[A\varepsilon, R\varepsilon, I\pi^f]$

$\mathbf{BRN}[R1, R2, R3, Oex, Iex, Osol, Isol, O\subset, I\subset, O\Delta, I\Delta] \subset \mathbf{BRN}[RE\varepsilon, O\Delta, I\Delta]$.

Zachodzi następujące twierdzenie:

Twierdzenie 1:

System $\mathbf{BRN}[A\varepsilon, R\varepsilon, I\pi^f]$ zawiera się inferencyjnie w systemie $\mathbf{BRN}[RE\varepsilon]$.

W dowodzie tego twierdzenia wystarczy pokazać, że $A\varepsilon$ jest tezą, a $R\varepsilon, I\pi^f$ są regułami wtórnymi systemu $\mathbf{BRN}[RE\varepsilon]$. Jest tak istotnie¹¹:

T1a $x\varepsilon y \rightarrow \sigma x\varepsilon x$

Dem.

H_p(1) \rightarrow

- | | | |
|-----|-------------------------|----------|
| (2) | $x\varepsilon x$ | [1×R1] |
| (3) | $\sigma x\varepsilon y$ | [1,2×Iσ] |
| (4) | $A\varepsilon x$ | [3×Oσ] |
| (5) | T | [4×Iσ] |

T1b $x\varepsilon y \rightarrow \pi x\varepsilon \pi x$

Dem.

H_p(1) \rightarrow

- | | | |
|------|---|-------------------|
| (2) | $x\varepsilon x$ | [1×R1] |
| (3) | $\pi x\varepsilon x$ | [Iπ] |
| (4a) | $z\varepsilon x$ | [zd1] |
| (4b) | $x\varepsilon z$ | [2,4a×R3] |
| (4) | $z\varepsilon x \rightarrow x\varepsilon z$ | [4a - 4b] |
| (5) | $x\varepsilon \pi x$ | [4×Iπ] |
| (6) | $x\varepsilon \pi x \rightarrow \pi x\varepsilon \pi x$ | [3×RE\varepsilon] |
| (7) | T | [5,6×MP] |

¹¹ W dowodach odwoływać się będziemy również do reguł R1, R2, R3 oraz *Isol*, które (jak wcześniej zaznaczono) są tu regułami wtórnymi. Wyrażenia „z” i „zd”, występujące w wierszach dowodowych, są odpowiednio skrótami wyrażen: „założenie” i „założenie dodatkowe”. Symbole H_p(...) i T znaczą tu odpowiednio: *założenie(liczba przesłanek)* oraz *teza* = dowodzony następnik implikacji.

T1c $x\epsilon y \rightarrow \pi x\epsilon y$

Dem.

H_p(1) \rightarrow

- | | | |
|------|---------------------------------------|-----------------------|
| (2a) | $z\epsilon x$ | [zd1] |
| (2b) | $z\epsilon y$ | [1,2a×R2] |
| (2) | $z\epsilon x \rightarrow z\epsilon y$ | [2a \rightarrow 2b] |
| (3) | T | [2×I π] |

T1d $\sigma x\epsilon x \wedge \pi x\epsilon \pi x \wedge \pi x\epsilon y \rightarrow x\epsilon y$

Dem.

H_p(3) \rightarrow

- | | | |
|------|---|------------------|
| (4) | $A\epsilon x$ | [1×O σ] |
| (5) | $A\epsilon x \rightarrow \pi x\epsilon A$ | [2×O π] |
| (6) | $\pi x\epsilon A$ | [4,5×MP] |
| (7) | $x \subset A$ | [6,D \subset] |
| (8) | $x\epsilon A$ | [4,7×R4] |
| (9) | $A\epsilon x \rightarrow A\epsilon y$ | [3×O π] |
| (10) | $A\epsilon y$ | [4,9×MP] |
| (11) | T | [8,10×R2] |

T1 $x\epsilon y \leftrightarrow \sigma x\epsilon x \wedge \pi x\epsilon \pi x \wedge \pi x\epsilon y$ ($=A\epsilon$)[T1a,T1b,T1c,T1d]

R ϵ $x\epsilon fy/x\epsilon x$

Der.

\vdash

- | | | |
|-----|--|---------------------------|
| (1) | $x\epsilon fy$ | [z] |
| (2) | $x\epsilon fy \rightarrow x\epsilon x$ | [1×R $\epsilon\epsilon$] |
| (3) | $x\epsilon x$ | [1,2×MP] |

3. INTERPRETACJA W ONTOLOGII ELEMENTARNEJ

System **BRN1**, podobnie jak **BRN3**, zawiera pewien fragment ontologii elementarnej (**EO**). Pokażemy, że ostatni z systemów ma interpretację w **EO**, co będzie zarazem dowodem na jego niesprzeczność.

Skorzystamy z definicji:

$$\begin{aligned} \text{ODex } ex(x) &\leftrightarrow \Sigma z(z\epsilon x) \\ \text{ODsol } sol(x) &\leftrightarrow \Pi zu(z\epsilon x \wedge u\epsilon x \rightarrow z\epsilon u) \\ \text{OD} \subset x \subset y &\leftrightarrow \Pi z(z\epsilon x \rightarrow z\epsilon y) \\ \text{OD} \Delta x \Delta y &\leftrightarrow \Sigma z(z\epsilon x \wedge z\epsilon y) \end{aligned}$$

Przyjmujemy ponadto definicje funktorów bycia przedmiotem, negacji, mocnej inkluzji, identyczności zakresowej, identyczności jednostkowej oraz iloczynu i sumy nazwowej, takie same jak poprzednio.

Symbol α reprezentuje (tak jak poprzednio) formułę atomową języka **BRN3**, s i t dowolne terminy **BRN3**, a Φ i Ψ są zmiennymi przebiegającymi zbiór formuł (atomowych i złożonych) tego języka.

Udowodnimy twierdzenie:

Twierdzenie 2.

*System **BRN3** zawiera się inferencyjnie w **OE** przy następującej regule translacji (RT):*

$$\begin{aligned} \varphi(s\epsilon t) &= s\epsilon t \\ \varphi(ex(t)) &= ex(t) \\ \varphi(sol(t)) &= sol(t) \\ \varphi(s \subset t) &= s \subset t \\ \varphi(s \Delta t) &= s \Delta t \\ \varphi(\alpha(\pi x)) &= \Pi z \varphi(z\epsilon x \rightarrow \alpha(z)) \\ \varphi(\alpha(\sigma x)) &= \Sigma z \varphi(z\epsilon x \wedge \alpha(z)) \\ \varphi(\Phi(x\epsilon\dots)) &= x\epsilon x \wedge \varphi\Phi && \text{gdzie } \Phi \text{ jest formułą typu } x\epsilon\dots \\ \varphi(z\epsilon x \rightarrow \Phi(z)) &= \Pi z \varphi(z\epsilon x \rightarrow \Phi(z)) && \text{gdzie } z \text{ nie pojawia się w założeniach dowodu} \\ \varphi(\Phi(A)) &= \Sigma z \Phi(z) && \text{gdzie } A \text{ reprezentuje stałą nazwową pojawiającą się w dowodzie} \\ \varphi(\sim \Phi) &= \sim \varphi(\Phi) \\ \varphi(\Phi \square \Psi) &= \varphi(\Phi) \square \varphi(\Psi) && \text{gdzie } \square \text{ jest dowolnym spójnikiem zdaniowym.} \end{aligned}$$

Dowód tego twierdzenia będzie polegał na pokazaniu, że reguły specyficzne systemu **BRN3** ($O\pi$, $I\pi$, $O\sigma$, $I\sigma$, $RE\epsilon$) oraz definicje specyficzne tego systemu (Dex , $Dsol$, $D\subset$, $D\Delta$) są odpowiednio regułami wtórnymi i tezami ontologii elementarnej.

Istotnie, wyżej wymienione reguły specyficzne systemu **BRN3** są regułami wtórnymi **OE** przy tej interpretacji:

$\varphi O\pi$	$\varphi(\alpha(\pi x)/z\epsilon x \rightarrow \alpha(z))$ <i>Der.</i> (1) $\vdash(\alpha(\pi x))$ (2) $\vdash \Pi z \varphi(z\epsilon x \rightarrow \alpha(z))$ (3) $\vdash \varphi(z\epsilon x \rightarrow \alpha(z))$	[z] [1×RT] [2×RT]
$\varphi O\sigma$	$\varphi(\alpha(\sigma x)/A\epsilon x \wedge \alpha(A))$ <i>Der.</i> (1) $\vdash \varphi(\alpha(\sigma x))$ (2) $\vdash \Sigma z \varphi(z\epsilon x \wedge \alpha(z))$ (3) $\vdash \varphi(A\epsilon x \wedge \alpha(A))$	[z] [1×RT] [2×RT]
$\varphi I\sigma$	$\varphi(z\epsilon x \wedge \alpha(z)/\alpha(\sigma x))$ <i>Der.</i> (1) $\vdash \varphi(z\epsilon x \wedge \alpha(z))$ (2) $\vdash \Sigma z \varphi(z\epsilon x \wedge \alpha(z))$ (3) $\vdash \varphi(\alpha(\sigma x))$	[z] [1,OE] [2×RT]
$\varphi RE\epsilon$	$\varphi(x\epsilon y/\beta(y) \rightarrow \beta(x))$	[OE,RT]

Dowód $\varphi RE\epsilon$, który z uwagi na jego prostotę pominiemy, jest tu indukcyjny – z uwagi na budowę formuły β – zgodnie z warunkami podanymi przy sformułowaniu reguły $RE\epsilon$. Podobnie tezami ontologii elementarnej są definicje specyficzne **BRN3**:

φDex	$\varphi(\epsilon x(x) \leftrightarrow \sigma x \epsilon x)$	[ODex,RT]
$\varphi Dsol$	$\varphi(sol(x) \leftrightarrow \pi x \epsilon \pi x)$ <i>Dem.</i> $\varphi(sol(x) \leftrightarrow sol(x))$ $\Pi z u(z\epsilon x \wedge u\epsilon x \rightarrow z\epsilon u)$ $\Pi z(z\epsilon x \rightarrow \Pi u(u\epsilon x \rightarrow z\epsilon x))$ $\Pi z(z\epsilon x \rightarrow \varphi(z\epsilon \pi x))$ $\varphi(\pi x \epsilon \pi x)$	[RT] [ODsol] [OE] [RT] [RT]

$$\varphi D_{\subset} \quad \varphi(x_{\subset}y \leftrightarrow \pi x \varepsilon y) \quad [OD_{\subset}, RT]$$

$$\varphi D_{\Delta} \quad \varphi(x_{\Delta}y \leftrightarrow \sigma x \varepsilon y) \quad [OD_{\Delta}, RT]$$

Kończy to dowód tego twierdzenia.

4. UWAGI KOŃCOWE

Przedstawiony wyżej rachunek nazw (**BRN3**) jest istotnym rozszerzeniem rachunku nazw Borkowskiego (**BRN1**). Przykładami formuł nie będących tezami **BRN1**, a dowodliwymi na gruncie **BRN3** są: $x \varepsilon x \rightarrow x \varepsilon \pi x$ i $x \varepsilon y \leftrightarrow x \varepsilon \pi x \wedge \pi x \varepsilon y$ ¹².

Konstrukcje tego typu, realizujące ideę bezkwantyfikatorowego rachunku nazw, traktowane jako narzędzia formalne w analizie języka naturalnego, można by stosunkowo prosto wykorzystać do budowy automatycznego translatora ze zdań języka naturalnego, zawierającego wyrażenia kwantyfikujące *wszystkie/pewne* na język formalny (w szczególności język prezentowanych tu bezkwantyfikatorowych rachunków nazwowych)¹³.

BIBLIOGRAFIA

- Borkowski L.: Bezkwantyfikatorowy założeniowy system rachunku nazw. Część I, „Roczniki Filozoficzne” 28 (1980), z. 1, s. 133-148. (Wersja angielska: A Quantifier-less Suppositional System of Calculus of Names, [w:] Studies in Logic and Theory of Knowledge, t. 1, Lublin: TN KUL 1985).
- Bezkwantyfikatorowy założeniowy system rachunku nazw. Część II, „Roczniki Filozoficzne” 41 (1993), z. 1, s. 11-21.
- Logiczna analiza wyrażenia jakiś (jakaś, jakieś) a, „Roczniki Filozoficzne” 41 (1993), z. 1, s. 5-9.
- Klęmensiewicz Z.: Podstawowe wiadomości z gramatyki języka polskiego, wyd. 6, Warszawa: PWN 1970.

¹² Zob. Wojciechowski, *Pewien bezkwantyfikatorowy rachunek nazw*, s. 119 n.

¹³ Uzyskane na ich gruncie konsekwencje tych zdań, można by przetłumaczyć z powrotem na język naturalny. Do budowy takiego translatora (i zarazem narzędzia wspomagającego dowodzenie) preferowany byłby język Prolog.

- Wojciechowski E.: Zwischen der Syllogistik und den Systemen von Leśniewski: Eine Rekonstruktion der Idee der Quantifizierung der Prädikate, „Grazer Philosophische Studien“ 48 (1994), s. 165-200.
- Pewien bezkwantyfikatory rachunek nazw, [w:] J. Perzanowski, A. Pietruszczak (red.), Logika & Filozofia logiczna. FLFL 1996-1998, Toruń: Wydawnictwo UMK 2000, s. 109-126.
- Zasada ekstensjonalności dla funktorów inkluzji, „Logika” (Acta Universitatis Wratislaviensis) – [artykuł przyjęty do druku].

A QUANTIFIER-LESS CALCULUS OF NAMES
WITH THE RULE OF EXTENSIONALITY

Summary

Ludwik Borkowski has constructed a quantifier-less calculus of names (**BRN1**), which is regarded as a base system here. The system can be extended with the use of the deductive power of rules of introduction and omission of functors π and σ (**BRN2**), which serve here as the substitutes of quantifiers. If we adopt the extensionality rule for the functor of singular inclusion (**RE ϵ**), we obtain yet another extending of the system (**BRN3**) accompanied by simultaneous considerable reduction of the primary rules. The interpretation of the last system in elementary ontology is included.

Summarised by Eugeniusz Wojciechowski

Słowa kluczowe: bezkwantyfikatory rachunek nazw, reguła ekstensjonalności dla funktora inkluzji jednostkowej, ontologia elementarna, systemy Leśniewskiego.

Key words: quantifier-less calculus of names, extensionality rule for the functor of singular inclusion, elementary ontology, Leśniewski's systems.

Information about Author: Dr EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI – Philosophy of Nature and Regional Culture History Division, Agriculture University of Cracow; address for correspondence: Al. 29 Listopada 46, PL 31-425 Kraków; e-mail: rlwojcie@cyf-kr.edu.pl