ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom LXI, numer 3 – 2013

JAN SZOT

O NIEKTÓRYCH UWARUNKOWANIACH FREGOWSKIEJ TEORII KWANTYFIKACJI

Węższy rachunek predykatów jest postrzegany jako naturalne i bezproblemowe rozszerzenie rachunku zdań[1]. Jest ono naturalne w tym sensie, że tak jak rachunek zdań umożliwia nam dokonywanie uogólnień na poziomie zdań, tak rachunek kwantyfikatorów umożliwia formułowanie uogólnień dokonywanych na poziomie przedmiotów jednostkowych[2]. Gdy wypowiadamy jakieś prawo logiki zdań, np. „*p* lub nie-*p*", to dajemy wyraz temu, że alternatywa dowolnego (każdego) zdania logicznego i jego negacji jest prawdziwa. Od tego i tym podobnych uogólnień utworzonych na poziomie zdań należy odróżnić uogólnienia dokony-

Dr JAN SZOT – adiunkt Zakładu Logiki, Metodologii i Filozofii Nauki w Instytucie Filozofii, Socjologii i Dziennikarstwa UG; adres do korespondencji: ul. Bażyńskiego 4, 80-952 Gdańsk; e-mail: jan.szot@univ.gda.pl

[1] Pierwsze nowoczesne ujęcie logiki pierwszego rzędu jako systemu odrębnego i niezależnego od teorii typów znajduje się w *Grundzüge der Theoretischen Logik* (1928) D. Hilberta i W. Ackermanna. Autorzy ci logikę pierwszego rzędu nazwali „węższym rachunkiem funkcyjnym" (*engerer Funktionenkalkül*). W drugim wydaniu (1938) posłużyli się terminem „węższy rachunek predykatów" (*engerer Prädikatenkalkül*). Warto podkreślić, że o wyróżnionej pozycji logiki pierwszego rzędu zadecydowały jej własności metalogiczne oraz to, że wartościami semantycznymi zmiennych operatorowych są wyłącznie indywidua.

System G. Fregego z *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens* (1879) jest logiką drugiego rzędu, ten zaś z *Die Grundgesetze der Arithmetik* (1893, §§ 47-48) – trzeciego rzędu.

Zob. W.D. G o l d f a r b, *Logic in the Twenties: The Nature of the Quantifier*, „The Journal of Symbolic Logic" 44 (1979), s. 351-368. Por. A. C h u r c h, *The Introduction to Mathematical Logic*, t. I, Princeton, NJ 1956, s. 288-294; A. G r z e g o r c z y k, *Zarys logiki matematycznej*, Warszawa 1984, s. 487-493; G.H. M o o r e, *Beyond First-order Logic: The Historical Interplay between Mathematical Logic and Axiomatic Set Theory*, „History and Philosophy of Logic" 1 (1980), s. 95-137.

[2] Zdanie zawierające słowo kwantyfikujące będzie nazywane *kwantyfikacją* (*uogólnieniem* lub *generalizacją*). Zdanie zawierające więcej niż jedno wystąpienie jakiegoś słowa kwantyfikującego (niekoniecznie różnego) jest wielokrotną kwantyfikacją (uogólnieniem lub generalizacją).

wane na poziomie przedmiotów jednostkowych. Wypowiedź: „Każdy człowiek jest śmiertelny” można traktować jako generalizację takich zdań jednostkowych, jak np.: „Adam jest śmiertelny”, „Jan jest śmiertelny” itp. Kategorialnego charakteru różnicy zachodzącej między tymi dwoma typami uogólnień nie zmienia fakt, że w przypadku dziedzin skończonych kwantyfikacje uniwersalne i partykularne są równoważne z, odpowiednio, skończonymi wieloargumentowymi koniunkcjami i alternatywami. To, że współcześnie do wyrażania takich uogólnień używa się notacji *zmienna – kwantyfikator*, nikogo już nie dziwi, ponieważ rozwiązanie zaproponowane przez Fregego, powszechnie uważane za definitywne, wchodzi w zakres elementarnych kursów logiki.

Dokonywanie uogólnień na poziomie przedmiotów jednostkowych nie jest jednak najważniejszą rolą logiki kwantyfikatorów. Ważniejszą, jak się wydaje, jest zdolność wyrażania funkcyjnych zależności między wartościami semantycznymi przyporządkowanymi zmiennym. Temu celowi służy iterowane (zagnieżdżone) użycie kwantyfikatorów. Na przykład w formule: $(\forall x)(\exists y)\mathrm{P}(x, y)$ kwantyfikator szczegółowy jest zależny od ogólnego, ponieważ wartość, jaka zostanie przyporządkowana zmiennej y, będzie funkcją wartości przyporządkowanej zmiennej x[3]. Kwantyfikatory zależne są źródłem ekspresywnej siły logiki pierwszego rzędu. Wzorcowymi przykładami pod tym względem są tzw. definicje ε-δ wielu podstawowych pojęć analizy matematycznej. Logika, w której wyrażeniach występowałyby jedynie kwantyfikatory wzajemnie niezależne, byłaby w gruncie rzeczy jakąś współczesną wersją sylogistyki, podobną do monadycznego rachunku predykatów, i tak jak sylogistyka arystotelesowska całkowicie nieprzydatną w zastosowaniach matematycznych.

Historycy logiki stwierdzają, że powstanie współczesnej logiki symbolicznej było w dużej mierze uwarunkowane pojawieniem się w pierwszej połowie XIX wieku matematyki teoretycznej jako dyscypliny autonomicznej i metodologicznie niezależnej od matematyki stosowanej[4]. Dokładniej mówiąc, logikę symboliczną, zwaną również (*nomen omen*) „matematyczną”, należy, z jednej strony, uznać za genetycznie zależną od czystej matematyki, z drugiej zaś matematykę czystą za metodologicznie i epistemologicznie częściowo zależną od logiki, ponieważ ta ostatnia dostarcza matematyce zestawu pojęć logicznych oraz środków i sposo-

[3] Zależność ta stanie się jawnie widoczna po przywołaniu równoważnej formuły: $(\exists f)(\forall x)\mathrm{P}(x, f(x))$, powstałej w wyniku zastąpieniu kwantyfikatora $(\exists y)$ przez tzw. funkcję Skolema. Ogólnie, te kwantyfikatory, które dają się zastąpić funkcjami Skolema, należy uznać za zależne od innych kwantyfikatorów. Tak więc np. w zdaniu: $(\forall x)(\forall y)\mathrm{R}(x, y)$ kwantyfikator $(\forall y)$ nie jest zależny od $(\forall x)$, natomiast w zdaniu: $(\exists x)(\exists y)\mathrm{S}(x, y)$ – $(\exists y)$ jest zależny od $(\exists x)$. Por. G r z e g o r c z y k, *Zarys logiki*, s. 301-303, 489.

[4] Zob. W. K n e a l e, M. K n e a l e, *The Development of Logic*, Oxford 1984, s. 378.

bów budowy dowodów[5]. Innymi słowy, w matematyce logika pełni funkcję deskryptywną i dedukcyjną. Aby przekonać się randze funkcji deskryptywnej, wystarczy przyjrzeć się historii matematyki. Okaże się, że od czasów Cauchy'ego postęp w tej dziedzinie nie sprowadza się li tylko do odkrywania nowych prawd, lecz w coraz większym stopniu polega na precyzyjnym wyrażaniu treści różnych pojęć (np. ciągłości, różniczkowalności) w języku logiki kwantyfikatorów, tudzież na tworzeniu coraz ogólniejszych pojęć (np. całka Lebesgue'a w stosunku do całki Riemanna). Ponadto, gdyby zdania matematyczne nie zawierały pojęć logicznych, to niemożliwe byłoby zastosowanie do takich zdań formalnych reguł wnioskowania.

Do wymienionych powyżej zależności można dodać jeszcze jedną natury heurystycznej. Mianowicie twierdzi się, że przyjęta przez Fregego koncepcja orzekania *funkcja-argument* jest wzorowana na matematycznym, abstrakcyjnym pojęciu funkcji utworzonym przez G.L. Dirichleta w 1837 r. Odtąd mianem funkcji zaczęto określać także te zależności, które nie dają opisać się wzorami analitycznymi, oraz takie, które nie wyrażają praw przyrodniczych. Jednakże niezależnie od tego, czy Frege inspirował się pracami matematyków, czy nie, to w stosunku do zastanego rozumienia funkcji musiał dokonać pewnych jego modyfikacji. Po pierwsze, musiał wyeliminować niejasne „zmienne ilości" na rzecz liter funkcyjnych (zmienne) oraz, po drugie, znieść wymóg, aby argumenty i wartości funkcji były liczbami. Po zmodyfikowaniu pojęcia funkcji będzie mógł twierdzić, że np. denotacja (*Bedeutung*) wyrażenia *N* – o ile ona istnieje – jest funkcją sensu (*Sinn*) wyrażenia *N*; a więc, że np. wartość logiczna zdania jest funkcją myśli (*Gedanke*) wyrażonej tym zdaniem.

Frege, z wykształcenia i z zawodu matematyk, zdawał sobie sprawę, że wiele twierdzeń matematycznych miało wówczas błędne uzasadnienia lub było prawdziwymi, ale jedynie pod pewnymi dodatkowymi warunkami. Aby zapobiec pojawianiu się w przyszłości takich nieprawidłowości, postanowił wypracować rygorystyczne środki prezentacji dowodów[6]. Czuł się więc niejako zmuszony do skonstruowania formalnego języka, w którym znalazłyby swój wyraz zdania składające się na dowód. Jest jasne, że jeden z rodzajów takich zdań stanowią wielokrotne

[5] Poza pojęciami logicznymi aparatura pojęciowa matematyki zawiera jeszcze pojęcia teoriomnogościowe i arytmetyczne.

[6] Około 1900 r. stwierdził, że sytuacja w matematyce pod tym względem nadal nie jest zadowalająca. Nadal wielu ówczesnych matematyków uważało, że pojęcie dowodu ma charakter psychologiczny. Dowód pojmowali jako czynność umysłową, zmierzającą do przekonania siebie samego lub innych o prawdziwości dowodzonego zdania. Por. G. F r e g e, *Posthumous writings*, ed. H. Hermes, F. Kambartel, F. Kaulbach, tł. P. Long, R. White, Chicago 1979, s. 157.

kwantyfikacje[7]. Inny składnik systemu Fregego, w postaci logicznych reguł dowodzenia, umożliwiał efektywne rozstrzygnięcie, czy dana sekwencja wyrażeń tworzy poprawny dowód. Należy podkreślić, że narzędzia kontroli rozumowań nie zabezpieczają nas przed popełnieniem błędu w trakcie sprawdzania dowodu jakiegoś wyrażenia. Jednakże jest to błąd zupełnie innego rodzaju aniżeli ten, na który jest się narażonym przy braku formalnych środków kontrolnych. Wydaje się, że przy braku środków kontrolnych właściwie trudno jest mówić o błędzie, skoro nie ma odniesienia do tego, co uchodzi za bezbłędne. Wszelako intuicje żywione przez jakąś osobę nie muszą być podzielane przez inną. Podsumowując, można stwierdzić, że o wiele ważniejszą zasługą Fregego było jasne uświadomienie potomnym, na czym polega przeprowadzenie ścisłego dowodu matematycznego, aniżeli faktyczne zbudowanie szeregu takich dowodów. Frege dokonał przejścia od aksjomatyzacji teorii matematycznych do ich rzeczywistej formalizacji.

1. ZAŁOŻENIA FREGOWSKIEJ TEORII KWANTYFIKACJI

W dalszej części artykułu zostaną przedstawione dwa czynniki fundujące Fregowską teorię kwantyfikacji: zasada etapowej konstrukcji wielokrotnych uogólnień oraz odróżnienie predykatów prostych i złożonych. We współczesnej polskiej podręcznikowej literaturze logicznej nie poświęca się im uwagi lub czyni się to w sposób, który w czytelnikach może wywołać opaczne rozumienie sensu tzw. wyrażeń niesamodzielnych. Należy dodać, że oprócz tych dwóch elementów można wskazać na jeszcze inne, równie istotne – m.in. na przyjęcie istnienia nieskończonej dziedziny kwantyfikacji, obejmującej jakiekolwiek istniejące przedmioty, na Fregowskie rozumienie sensu (*Sinn*) wyrażeń zdaniowych, a także na warunkowoprawdziwościową koncepcję znaczenia zdania. To dzięki tym wszystkim presupozycjom Frege mógł twierdzić, że jeśli znane są warunki prawdziwości zdania, to zdanie to jest albo prawdziwe, albo fałszywe, choćbyśmy nawet nie wiedzieli, jakie ono jest, lub nie byli w stanie ustalić – ani teraz, ani w przyszłości – jego wartości logicznej.

Warto zwrócić uwagę na zauważoną przez językoznawców fundamentalną zasadę obowiązującą w każdym języku. W sformułowaniu F. de Saussure'a głosi ona, że obraz akustyczno-wzrokowy (*signifiant*) znaku językowego ma charakter

[7] Warto odnotować, że B. Bolzano – na 75 lat przed ukazaniem się *Begriffsschrift* – formułował wielokrotne kwantyfikacje w sposób, którego „[...] nie powstydziłby się żaden autor nowoczesny, mający świadomość roli kwantyfikatorów". Zob. G r z e g o r c z y k, *Zarys logiki*, s. 488.

liniowy, tzn. jest pewną rozciągłością w czasie (przestrzeni)[8]. Stwierdzenie to, aczkolwiek samo w sobie dość trywialne, pociąga za sobą szereg ważkich konsekwencji, m.in. tę, że zdania zbudowane z obrazów akustyczno-wzrokowych przyjmują postać linearnie uporządkowanych zestawów słów. Obowiązywalność tej zasady w językach naszego kręgu kulturowego skłania do uznania, że zdania budowane są z elementów kolejno po sobie następujących, w porządku ich występowania. Oczywiście takie założenie nakłada pewne ograniczenia na porządek, w jakim muszą wystąpić słowa, aby powstały jednostki znaczące. Skoro zatem zdanie „Adam lubi Ewę" jest wynikiem równoczesnego zestawienia trzech prostych wyrażeń: „Adam", „lubi", „Ewa", to może się wydawać, że dwukrotna generalizacja: „każdy lubi kogoś" powstaje analogicznie, czyli wskutek równoczesnego połączenia dwóch słówek kwantyfikujących „każdy" oraz „kogoś" z wyrażeniem relacyjnym „lubi". Gramatyka języka naturalnego zdaje się utwierdzać nas w tym przekonaniu, ponieważ w zdaniach kategorycznych zaimki kwantyfikujące występują w miejscu podmiotu lub dopełnienia zdania[9]. Fenomen ten często prowadzi do wyrobienia niepożądanego nawyku myślowego, który Frege nazywał „myśleniem mechanicznym albo kwantyfikującym" (*mechanische oder quantifizierende Auffasung*). W zarysie polega ono na mniemaniu, że takie słowa, jak: „wszyscy", „pewne", „większość", „żaden" mówią nam, jak *wiele*, jaka duża część klasy jest rozważana. I tak np. wyrażenie „wszyscy ludzie" miałoby odnosić się do całej klasy ludzi, „większość ludzi" – do większej części tej klasy, wyrażenie „pewni ludzie" – do pewnej części klasy ludzi, a „żaden człowiek" – do klasy pustej, niezawierającej żadnego człowieka. Niezborność takiego myślenia dobitnie ukazał P.T. Geach[10].

---

[8] Zob. F. d e S a u s s u r e, *Kurs językoznawstwa ogólnego*, tł. K. Kasprzyk, Warszawa 1991, s. 91-94.

[9] Abstrahując od form fleksyjnych, warto odnotować, że w zdaniu twierdzącym zaimek „ktoś" jest zaimkiem szczegółowym w pozycji podmiotu oraz dopełnienia, natomiast jako dopełnienie zdania przeczącego zaimek ten jest zaimkiem ogólnym. Z kolei zaimek „każdy" jest zaimkiem ogólnym, jeśli występuje jako podmiot lub dopełnienie w zdaniu twierdzącym; jeżeli zaś pełni on funkcję dopełnienia zdania przeczącego, to staje się zaimkiem szczegółowym. Zob. A. N o w a c z y k, *Gramatyka i prawda*, Warszawa 1999, s.19.

[10] Zob. P.T. G e a c h, *Logic Matters*, Oxford 1981, s 58. Por. G. F r e g e, *Begriffsschrift*, Halle 1879, s. 17.

2. ZASADA ETAPOWEJ KONSTRUKCJI WIELOKROTNYCH UOGÓLNIEŃ

W przeciwieństwie do logików średniowiecznych, którzy zakładali prymat ogólnych zdań kategorycznych nad zdaniami jednostkowymi i uważali, że wielokrotne uogólnienia tworzone są równocześnie z konstytuujących je składników, Frege założył, że wielokrotne kwantyfikacje tworzone są sukcesywnie, etapami (krok po kroku). Polega to na tym, że na każdym etapie konstrukcji wolno dołączyć tylko jeden znak ogólności. Aby zapewnić sobie punkt wyjścia, musiał ponadto założyć, że pierwotnymi jednostkami nie są zdania ogólne czy partykularne, lecz wyłącznie jednostkowe[11]. Tak więc najprostszymi generalizacjami są te, które powstają wskutek połączenia jednego znaku ogólności z jednoargumentowym predykatem. Ten ostatni zaś jest rezultatem usunięcia jednego lub więcej wystąpień jakiejś nazwy indywidualnej ze zdania jednostkowego. Za M. Dummettem rozważmy proces konstrukcji zdania: „każdy lubi kogoś”[12]. Wychodzimy od przykładowego zdania jednostkowego:

(1) Adam lubi Ewę.

Po usunięciu z (1) nazwy własnej „Ewa” otrzymamy predykat jednoargumentowy:

(2) Adam lubi ξ

– litera „ξ” wskazuje puste miejsce powstałe po usunięciu nazwy własnej. Predykat (2) łączymy ze znakiem ogólności „ktoś”. Wynikiem połączenia będzie zdanie:

(3) Adam lubi kogoś.

To zdanie może być teraz poddane analogicznemu procesowi tworzenia predykatu. Po usunięciu z (3) nazwy własnej „Adam” otrzymamy predykat:

(4) ξ lubi kogoś,

który po połączeniu ze znakiem ogólności „każdy” utworzy zdanie:

(5) Każdy lubi kogoś.

[11] Zob. G. F r e g e, *Grundgesetze der Arithmetik*, Jena 1893, t. I, §§ 26, 30.

[12] Zob. M. D u m m e t t, *Frege. Philosophy of Language*, Cambridge, Mass. 1981, s. 10-15. Por. A. G u t, *Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej*, Lublin 2005, s. 178-180

Zauważmy, że gdyby historia powstawania zdania (5) nie była znana, to nie można by jednoznacznie określić, które słówko kwantyfikujące w tym zdaniu zostało wprowadzone jako ostatnie. Abstrahując od wyrażeń (1) – (4), nie można przecież wykluczyć, że zdanie (5) powstało wskutek połączenia słówka „kogoś" z predykatem „każdy lubi ξ". (Oczywiście uwaga ta jest słuszna pod warunkiem akceptacji zasady etapowej konstrukcji uogólnień.) Załóżmy na chwilę, że zdanie (5) jest wynikiem zestawienia zaimka kwantyfikującego „kogoś" z predykatem „każdy lubi ξ", i rozważmy warunki jego prawdziwości. Niech dziedziną będzie zbiór $\{a, b, c\}$, którego elementami są osoby. Powiedzmy, że relacja L zachodzi między różnymi osobami wtedy, gdy jedna z nich lubi drugą. Przy tych założeniach zdanie (5) będzie prawdziwe wtedy, gdy będzie prawdziwa alternatywa:

(i) $(bLa \wedge cLa) \vee (aLb \wedge cLb) \vee (aLc \wedge bLc)$.

Natomiast warunek prawdziwości zdania (5) postrzeganego jako utworzonego z zaimka „każdy" i predykatu (4) jest następujący:

(ii) $(aLb \vee aLc) \wedge (bLa \vee bLc) \wedge (cLa \vee cLb)$.

Ponieważ warunki (i), (ii) nie są sobie równoważne, dlatego w sytuacji, gdy nie jest znana historia etapowej konstrukcji wyrażenia wielokrotnie uogólnionego, takiego jak np. (5), nieodzowne jest przyjęcie jakiejś konwencji *ad hoc*, która usuwałaby wieloznaczność, polegającą na możliwości formułowania konkurencyjnych i niesprowadzalnych do siebie warunków prawdziwości uogólnienia.

Konwencja ta, choć nigdzie *explicite* niesformułowana, brzmi następująco: *wyrażenia kwantyfikujące występują w wielokrotnej generalizacji w odwrotnej kolejności w stosunku do porządku, w jakim byłyby sukcesywnie wprowadzane podczas etapowej konstrukcji uogólnienia.* Respektując tę konwencję, warunek prawdziwości wyrażenia (5) określa koniunkcja (ii), ponieważ słówko „każdy" występuje przed słowem „kogoś", a to oznacza, że było wprowadzone jako ostatnie. Wychodząc od wyrażenia (1), gdybyśmy chcieli uzyskać generalizację będącą wynikiem wprowadzenia zaimków kwantyfikujących „każdy" oraz „kogoś" w odwrotnym porządku w stosunku do faktycznie zastosowanego w (1) – (4), to należałoby powiedzieć:

(6) Ktoś jest lubiany przez wszystkich.

W zdaniu (6) zaimek „ktoś" występuje jako pierwszy, więc został(by) przyłączony na ostatnim etapie konstrukcji. Jeśli przez L^* oznaczymy relację, która zachodzi między różnymi osobami, wtedy gdy jedna jest lubiana przez drugą, to warunek prawdziwości dla zdania (6) przyjmie postać:

(*iii*) $(aL^*b \wedge aL^*c) \vee (bL^*a \wedge bL^*c) \vee (cL^*a \wedge cL^*b)$.

Alternatywa ta musi być równoważna z (*i*). Porównując treść wyrażeń (*i*), (*iii*), łatwo zauważyć, że konwencja *ad hoc* będzie obowiązywać w przypadku, gdy dla każdego zdania zawierającego dwa wystąpienia dwóch różnych nazw własnych, da się utworzyć zdanie logicznie równoważne, w którym te nazwy wystąpią w odwrotnej kolejności. Na przykład dla zdania (1) winno dać się utworzyć wyrażenie równoważne, w którym nazwa „Ewa" wystąpi przed nazwą „Adam". Łatwo widać, że istnienie w języku naturalnym biernej strony wyrażeń umożliwia utworzenie odpowiednika zdania (1)[13]. W rozważanym przypadku zdaniu (1) odpowiada zdanie w stronie biernej: „Ewa jest lubiana przez Adama".

Zakładając obowiązywalność zasady etapowej konstrukcji uogólnień, przeprowadzone rozważanie można uogólnić na wyrażenia zawierające $n > 2$ zaimków kwantyfikujących. To znaczy, że jeśli przebieg etapowej konstrukcji n-krotnej generalizacji wyrażonej w języku naturalnym nie jest znany, to generalizacja taka dopóty będzie wieloznaczna, dopóki nie zostanie przyjęta jakaś ujednoznaczniająca konwencja. Jest tak, ponieważ jedynie na podstawie samej struktury generalizacji nie można określić, w jakiej kolejności poszczególne zaimki kwantyfikujące były dodawane do predykatu. Wyrażenie zatem dopuszcza sformułowanie $n!$ konkurencyjnych warunków prawdziwości. Gdyby teraz założyć, że w języku naturalnym każde zdanie zawierające n nazw własnych występujących w jakiejś kolejności daje się przeformułować na zdanie, w którym dane nazwy występują w dowolnej swej permutacji, to owo założenie byłoby wystarczające do przyjęcia konwencji, w myśl której kolejność występowania (licząc od początku wyrażenia) słówek kwantyfikujących w zdaniu jest odwrotna w stosunku do kolejności ich wprowadzania na poszczególnych etapach konstrukcji uogólnienia. Konwencja taka umożliwiałaby przekształcenie wielokrotnych generalizacji, w których porządek zaimków kwantyfikujących nie jest odwrotny w stosunku do kolejności ich wprowadzania, na zdanie, w którym porządki te są względem siebie odwrotne. Obserwując przekształconą generalizację, nikt nie miałby wątpliwości co do tego, który zaimek kwantyfikujący został wprowadzony jako pierwszy, a który jako ostatni. To, czy język naturalny dysponuje odpowiednimi środkami niezbędnymi dla takich przekształceń, jest tu sprawą drugorzędną. Należy jednak dodać, iż jeśli zakładamy, że język naturalny jest w stanie wyrazić to wszystko, co jest wyrażalne w języku rachunku predykatów, to jesteśmy zobligowani do stwierdzenia, że język naturalny dysponuje, przynajmniej teoretycznie, takimi środkami.

[13] Por. G. F r e g e, *Pisma semantyczne*, tł. B. Wolniewicz, Warszawa 1977, s. 54.

Trudną do przecenienia zasługą Fregego jest to, że za pomocą wynalezionej przez niego notacji zmienna-kwantyfikator możemy wyrażać wielokrotne generalizacje bez odwoływania się do opisanej powyżej konwencji *ad hoc*. Ponadto notacja ta ma jeszcze tę zaletę, że uwidacznia sposób, w jaki zdanie zostało utworzone. Ostatnią własność *Ideografii* Frege osiągnął poprzez poprzedzanie każdego predykatu znakiem ogólności (tj. kwantyfikatorem) i zmienną objętą tym znakiem; zmienna ta pojawia się również w miejscu argumentu w predykacie. Jak już zostało powiedziane, gdyby w języku polskim nie funkcjonowała stosowna konwencja, to moglibyśmy twierdzić, wedle uznania, że wyrażenie (5) powstało w wyniku połączenia zaimka „każdy" z predykatem „ξ lubi kogoś" bądź że powstało ono w wyniku połączenia zaimka „kogoś" z predykatem „każdy lubi ξ". Notacja Fregego skutecznie ruguje drugą z tych dwóch możliwości, albowiem zdanie (5) w zapisie symbolicznym ma postać: $(\forall x)(\exists y)(x \text{ lubi } y)$. Jest teraz ewidentne, że ta formuła nie jest wynikiem dołączenia znaku $(\exists y)$ do predykatu $(\forall x)(x \text{ lubi } \xi)$, lecz efektem zestawienia znaku $(\forall x)$ z predykatem $(\exists y)(\xi \text{ lubi } y)$.

Jeśli oczekujemy, że w języku naturalnym jest wyrażalne to wszystko, co daje się przedstawić w języku rachunku kwantyfikatorów, to język naturalny winien dysponować jeszcze innym redundantnym środkiem wyrazu. Gdy ze zdania usuniemy dwa lub więcej wystąpień nazwy własnej, to z perspektywy języka rachunku kwantyfikatorów otrzymamy predykat jednoargumentowy, w którym dwa lub więcej puste miejsca będą następnie wypełniane przez pojedynczą zmienną związaną. Notacja bazująca na języku naturalnym, dla której charakterystyczne jest to, że zaimek kwantyfikujący występuje w miejscu argumentu predykatu, nie dostarcza tak prostego sposobu wyrażania. Gdyby zdanie „ktoś zabił kogoś" miało znaczyć: $(\exists x)(x \text{ zabił } x)$, to byłoby niemożliwe wyrażenie sensu zdania o strukturze: $(\exists x)(\exists y)(x \text{ zabił } y)$. Z tego względu w języku naturalnym dla każdego zdania zawierającego więcej niż jedno wystąpienie nazwy własnej, musi istnieć odpowiadające mu zdanie logicznie równoważne, w którym nazwa własna wystąpi tylko raz. Z takiego zdania, po usunięciu nazwy, powstanie predykat, w którym pojawi się tylko jedno puste miejsce, reprezentujące miejsce argumentu predykatu. W miejsce to będzie można wstawić słówko kwantyfikujące. W procedurze formułowania odpowiedników zdań zawierających tylko jedno wystąpienie nazwy własnej wykorzystuje się zaimki zwrotne. Zamiast mówić: „Brutus zabił Brutusa", powiemy: „Brutus zabił się"[14].

Dlaczego przyjęcie zasady etapowej konstrukcji uogólnień jest lepszym rozwiązaniem aniżeli przyjęcie, że uogólnienia tworzone są z równoczesnego połą-

[14] Por. D u m m e t t, *Frege*, s. 13.

czenia konstytuujących je składników? Jaka jest zasadnicza racja, która skłania nas do uznania, że wyrażenie (5) powstawało etapami, a nie jednocześnie z trzech elementów: „każdy”, „lubi”, „kogoś”? Jawnej odpowiedzi na to pytanie w pismach Fregego nie znajdziemy. Jednakże zasadniczy powód, dla którego Frege *implicite* przyjął założenie o etapowej konstrukcji zdań wielokrotnie uogólnionych, nie jest natury syntaktycznej, lecz semantycznej. Albowiem w przypadku akceptacji tego założenia do zdań wielokrotnie uogólnionych można zastosować te same warunki prawdziwości, które są adekwatne względem zdań zawierających tylko jedno uogólnienie, ale tylko pod warunkiem, że znaki ogólności będą wprowadzane sukcesywnie po jednym znaku na każdym etapie konstrukcji. Łatwo zauważyć, że spełnienie tego warunku jest równoważne z akceptacją etapowej konstrukcji wielokrotnych generalizacji.

Warunki prawdziwości dla zdań jednokrotnie uogólnionych są intuicyjnie łatwe do ustalenia[15]. Jeśli znamy historię tworzenia zdania wielokrotnie uogólnionego, to możemy zastosować owe proste reguły i dzięki nim będziemy w stanie określić wartość logiczną wielokrotnej kwantyfikacji. Jednakże jest to słuszne wtedy, gdy będziemy znali warunki prawdziwości każdego zdania zawierającego nazwę własną w miejscu, w którym znajdzie się później znak ogólności. Tak więc zdanie (5) „Każdy lubi kogoś” jest prawdziwe tylko wtedy, gdy każde ze zdań:

(5.1) Piotr lubi kogoś.
(5.2) Jakub lubi kogoś.
...
(5.n) Andrzej lubi kogoś.
...

jest prawdziwe. Zdanie (5.1) jest z kolei prawdziwe tylko wówczas, gdy przynajmniej jedno ze zdań

(5.1.1) Piotr lubi Annę.
(5.1.2) Piotr lubi Barbarę.
...

jest prawdziwe. Przed fałszywym stwierdzeniem, że zdanie „każdy lubi kogoś” jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy prawdziwe jest przynajmniej jedno ze

[15] Zdanie „każdy (*resp*. pewien) człowiek jest śmiertelny” jest prawdziwe, wtedy gdy zestawienie nazwy jakiejkolwiek (*resp*. jakiejś) osoby z predykatem „jest śmiertelny” utworzy zdanie prawdziwe. Ogólnie, jeśli zmienna α jest wolna w φ, to wyrażenie $(\forall\alpha)\varphi$ (*resp*. $(\exists\alpha)\varphi$) jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy każdy (*resp*. pewien) przedmiot przyporządkowany zmiennej α spełni formę zdaniową φ.

zdań: „każdy lubi Piotra", „każdy lubi Jakuba", „każdy lubi Andrzeja" zabezpiecza nas to, że zdanie (5) nie jest rezultatem połączenia predykatu „każdy lubi ξ" z zaimkiem „kogoś", lecz jest ono wynikiem połączenia znaku ogólności „każdy" z predykatem (4) „ξ lubi kogoś".

3. PREDYKATY PROSTE I ZŁOŻONE

W odróżnieniu od A. Tarskiego, Frege w swej teorii semantycznej przyjął, że generalizacje nie powstają z otwartych zdań atomicznych, lecz z domkniętych zdań jednostkowych[16]. Uwolniło go to od posługiwania się pojęciem spełniania wyrażenia przez nieskończony ciąg przedmiotów (lub przez nieograniczony skończony ciąg), ale z drugiej strony wymusiło akceptację operacji prowadzącej od zdania jednostkowego do predykatu złożonego. Predykaty złożone stały się nieodzowne, ponieważ w ujęciu Fregowskim kwantyfikacje powstają z połączenia znaku ogólności (kwantyfikatora) i jakiegoś jednoargumentowego predykatu złożonego. W analogiczny sposób powstają wszelkie inne typy zdań, o których można powiedzieć, posługując się współczesną terminologią, że ich główną stałą logiczną jest jakiś operator wiążący zmienne wolne występujące w argumencie operatora. Krótko mówiąc, ze zdań jednostkowych powstają inne zdania w wyniku łączenia zdań za pomocą spójników zdaniotwórczych i/lub dołączenia kwantyfikatora do predykatu jednoargumentowego, przy czym ta ostatnia operacja musi być poprzedzona opuszczeniem w jakimś zdaniu jednostkowym jednego lub więcej niż jednego wystąpienia nazwy indywidualnej.

Czym są predykaty złożone? Mówiąc o predykatach w kontekście Fregowskiej filozofii języka, należy odróżnić predykaty proste od złożonych. Frege był świadom tej dystynkcji, ale niezbyt mocno ją akcentował w swych pismach. Zatarcie

---

[16] Konstrukcja predykatów ze zdań przedstawiała dla Fregego wielką wartość poznawczą, ponieważ w tym procesie widział środek zdobywania nowych pojęć. Należy podkreślić, że jest to prawdą tylko w odniesieniu do predykatów złożonych. O Tarskiego idei tworzenia wyrażeń kwantyfikatorowych z wyrażeń atomicznych M. Dummett wyraża się dość niepochlebnie: „[...] Niezależnie od tego, jak łatwo da się to stosować do symboliki zawierającej zmienne związane przez kwantyfikatory, to idea Tarskiego, aby używać zdań otwartych – wyrażeń podobnych do zdań, z tym tylko wyjątkiem, że zawierających nieokreślenie wiele zmiennych wolnych – była bezwstydnym pomysłem technicznym, nie odpowiadającym żadnym naturalnym operacjom myślowym. Frege, przeciwnie, uważał, iż operacja wydobywająca predykat ze zdania złożonego przez opuszczenie co najmniej jednego wystąpienia pewnego terminu jest językowym odzwierciedleniem operacji intelektualnej najwyższej wagi, konstytuującej jedną z najbardziej owocnych metod tworzenia pojęć" (M. D u m m e t t, *Logiczna podstawa metafizyki*, tł. W. Sady, Warszawa 1998, s 309 n.). Por. W.V.O. Q u i n e, *Filozofia logiki*, tł. B. Stanosz, Warszawa 2002, s. 61.

różnicy między nimi pociąga za sobą opaczne rozumienie pojęcia niekompletności wyrażeń. Podstawą odróżnienia predykatów prostych od złożonych jest odmienność pełnionych przez nie ról. Rozważmy zdanie „Brutus zabił Cezara". Jest ono zbudowane z dwóch nazw „Brutus" i „Cezar" oraz prostego wyrażenia relacyjnego „zabił"[17]. Pod pewnymi względami wyrażenie relacyjne „zabił" podziela własności obu nazw własnych. Po pierwsze, tak jak żadna z nazw własnych samodzielnie nie tworzy zdania, tak też wyrażenie „zabił" nie tworzy zdania. Po drugie, każda z tych trzech jednostek językowych może być fizycznie odłączona od zdania. Jeśli proste wyrażenie relacyjne uzupełniamy literami *x*, *y*, pisząc: „*x* zabił *y*", to czynimy tak w celu ukazania miejsc argumentów, w które należy wstawić terminy jednostkowe, aby powstało zdanie. „Uchwyty" dla liter umocowane są bowiem w wyrażeniu relacyjnym, nie zaś w nazwach własnych. Wszelako nazwę „Brutus" możemy wstawić zarówno w miejscu litery *x*, jak i w miejscu litery *y*. Wydaje się, że niektórym autorom sam fakt istnienia owych „uchwytów" w predykacie prostym lub prostym wyrażeniu relacyjnym dał wystarczającą podstawę do (błędnego!) stwierdzenia, że predykaty proste lub proste wyrażenia relacyjne są wyrażeniami „niesamodzielnymi" (*unselbständig*). Owszem, w pewnym sensie są one niesamodzielne, ponieważ nie tworzą ani nazw, ani zdań. Lecz nie to miał na myśli Frege, gdy mówił o niesamodzielności wyrażeń. Zanim przejdziemy do predykatów złożonych, zapytajmy, czy można sensownie twierdzić, że koniecznym warunkiem pozyskania prostego wyrażenia relacyjnego „zabił" jest uprzednie posiadanie zdania np. „Brutus zabił Cezara" albo zdania np. „Kain zabił Abla", albo jakiegoś jeszcze innego zdania, ale takiego, w którym wystąpi słowo „zabił"? Na tak postawione pytanie można by próbować odpowiedzieć, że tak, ponieważ wyrażenie relacyjne do niczego się nie odnosi (bo nie jest nazwą własną) ani niczego nie stwierdza (bo nie jest zdaniem), chcąc w ten sposób powiedzieć, że w spontanicznym i niewymuszonym dyskursie językowym słowo „zabił", jako jednostka znacząca, nie wystąpi samodzielnie, ale najwyżej jako składnik jakiegoś zdania. Zjawisko to może nas utwierdzać w mniemaniu, że dopiero wtedy możemy skupić naszą uwagę na wyrażeniu relacyjnym, gdy uprzednio zostanie wypowiedziane zdanie zawierające to wyrażenie. Wówczas bowiem wystarczy usunąć z wypowiedzianego zdania dwie nazwy własne, aby

---

[17] W terminologii Fregowskiej termin „wyrażenie relacyjne" oznacza to, co to standardowo nazywamy predykatem dwuargumentowym. Z kolei termin „pojęcie" (*Begriffswort*) oznacza predykat jednoargumentowy. Frege zerwał z charakterystycznym dla sylogistyki Arystotelesowskiej modelem orzekania. O ile w zdaniach sylogistyki jest możliwe, aby nazwa zaczęła pełnić funkcję orzecznika, a orzecznik zaczął pełnić funkcję nazwy, to w systemie Fregego jest to niemożliwe – w miejsce podmiotu można podstawić tylko nazwę, a wyrażenie funkcyjne można podstawić wyłącznie w miejsce predykatu. Zob. G u t, *Gottlob Frege*, s. 191, 194.

otrzymać wydestylowane wyrażenie relacyjne. Jednakże chwila refleksji podpowie nam, że wcale tak nie jest. Zdania zawierające wyrażenie relacyjne nie są potrzebne, aby można było rozporządzać prostym wyrażeniem relacyjnym. Jest wręcz przeciwnie, albowiem gdybyśmy nie mieli wyrażenia relacyjnego, to w jaki sposób moglibyśmy formułować zdania zawierające to wyrażenie relacyjne? Na jakiej podstawie moglibyśmy wiedzieć, czy zdania zawierające wyrażenie relacyjne są poprawnie zbudowane? I wreszcie, gdybyśmy nie znali sensu wyrażenia relacyjnego „zabił", to nie rozumielibyśmy sensu zdania zawierającego to wyrażenie. Podsumowując: jeśli rozważamy strukturę zdania atomicznego, to potrzebujemy jedynie prostych predykatów, względnie prostych wyrażeń relacyjnych.

Natomiast predykaty złożone są czymś, co powstaje w wyniku usunięcia ze zdania jednego lub więcej wystąpień jakiejś nazwy własnej. Predykaty złożone znajdują zastosowanie przy wyjaśnianiu zdań powstałych w wyniku dostawienia kwantyfikatora albo innego operatora wiążącego zmienne. Jak wiadomo, Fregego ujęcie logiki kwantyfikatorów różni się od ujęć współczesnych tym, że dołączenie kwantyfikatora wymaga uprzedniego utworzenia predykatu złożonego. Bez pojęcia predykatu złożonego Fregemu trudno byłoby wyjaśnić sens kwantyfikatora, a zarazem byłoby dlań niemożliwe odwołanie się do warunków prawdziwościowych tego najogólniejszego zdania, które będzie utworzone wskutek zastosowania kwantyfikatora[18]. O ile o prostym predykacie nie należy myśleć, że jest utworzony ze zdania, to w przypadku złożonego predykatu jest to nieodzowne. Wyjaśnienie sensu kwantyfikacji nie jest jedyną sytuacją, w której do głosu dochodzą predykaty (*resp.* wyrażenia relacyjne) złożone. Również dostrzeżenie poprawności wnioskowania lub poprawności jakieś wtórnej reguły wnioskowania uzależnione jest od rozpoznania predykatu (*resp.* wyrażenia relacyjnego) złożonego[19]. Na przykład, aby uznać poprawność wnioskowania:

(*) Brutus zabił Cezara
Każdy, kto zabił Cezara jest szlachetny
Zatem: Brutus jest szlachetny

musimy w zdaniu (*) zobaczyć złożony predykat „ξ zabił Cezara" oraz nazwę

[18] Por. D u m m e t t, *Frege*, s. 28.

[19] „[...] aby uchwycić, że z «Każdy uniwersytet, który mianuje swego profesora rektorem, rozwiązuje swe problemy finansowe» i «Harvard mianował profesora Harvardu rektorem» wynika «Harvard rozwiąże swe problemy finansowe», trzeba koniecznie postrzegać przesłankę mniejszą jako zawierającą predykat «*x* (uniwersytet) mianował profesora uniwersytetu *x* rektorem» (co, używając jednego ze sposobów, na jakie język naturalny wyraźnie zaznacza powtórzenie terminu, powinniśmy wyrazić jako «... mianował jednego ze swych profesorów rektorem»)" (t e n ż e, *Logiczna podstawa*, s. 311).

„Brutus" na miejscu litery greckiej. Natomiast, jak podkreśla Dummett, poza kontekstem powyższego wnioskowania analiza zdania (*) może wypaść inaczej. W każdym razie, aby wyjaśnić sposób, w jaki sens zdania (*) jest zdeterminowany przez sensy składających się nań wyrazów, nie jesteśmy zobligowani do tego, aby zdanie (*) postrzegać jako złożone z ukazanego wyżej predykatu i nazwy „Brutus"[20].

Predykaty złożone porównuje się niekiedy do wspólnych „właściwości" zdań, ale nie do wspólnych składników (części) zdań. W zdaniach:

(7) Brutus zabił Brutusa
(8) Kasjusz zabił Kasjusza
(9) Brutus zabił Cezara

prosty predykat „zabił" jest wspólną częścią wszystkich trzech zdań. Natomiast tylko w (7) i (8) dostrzegamy złożony predykat „ξ zabił ξ", który jest jakby wspólną własnością tych zdań. Inaczej mówiąc, ową wspólną własnością tych dwóch zdań jest występowanie w nich prostego wyrażenia relacyjnego „zabił" wraz z dwoma egzemplarzami jakiejś jednej nazwy w obu miejscach argumentów. Predykat złożony nie może więc być pojęty jako część zdania: „[...] to nie jest słowo albo łańcuch słów ani nawet nieciągły łańcuch"[21].

> Wydobycie predykatu ze zdania zależy od dostrzeżenia, że w tym zdaniu ujawnia się wzór taki sam, jak w pewnych innych zdaniach; uchwycenie sensu tego predykatu konstytuuje uchwycenie wzoru wspólnego dla myśli wyrażonej przez to zdanie oraz dla innych myśli. Pojąwszy ten wspólny wzór, zyskujemy nowe pojęcie; ale jest ono nowe dzięki temu, że nie jest składnikiem pierwotnej myśli[22].

Predykaty złożone są dla Fregego prototypem wyrażenia niekompletnego[23]. Takie wyrażenia zawierają puste miejsca (*Leerstehle*) i są niesamodzielne

---

[20] Por. t e n ż e, *Frege*, s. 29 n.

[21] Zob. tamże s. 31.

[22] T e n ż e, *Logiczna podstawa*, s. 310.

[23] Omówiony w artykule rodzaj niekompletności predykatów (słów pojęciowych) można nazwać językowym. Pozajęzykowym korelatem słowa pojęciowego jest pojęcie. Zob. F r e g e, *Pisma semantyczne*, s. 131. Czy ów korelat jest również w jakimś sensie nienasycony? „*Begriffswort* oraz jego semantyczny korelat są nienasycone, ponieważ – jak podkreśla Frege – jeśli chodzi o samo wyrażenie predykatywne (*Begriffswort*), to zawiera ono puste miejsce, jeśli zaś chodzi o jego semantyczny korelat na poziomie znaczenia, to zawiera on intencję domknięcia, bycia uzupełnionym. Można zatem metaforę wyrażaną parą słów «nasycony-nienasycony» rozpatrywać na poziomie wyrażeń oraz na poziomie znaczeń (czyli na poziomie ontologicznym)" (G u t, *Gottlob Frege*, s. 201). Por. D u m m e t t, *Logiczna podstawa*, s. 226-236.

(*unselbständig*). Dopiero wtedy można mówić o jakiejś sekwencji znaków, że jest wyrażeniem niekompletnym, gdy ta sekwencja występuje w zdaniu (nazwie) w pewnym przyporządkowaniu do innych składników zdania (nazwy). Jasnym się staje, że wyrażenie niekompletne nie jest „kawałkiem języka” i nie może samodzielnie istnieć, gdyż wymaga ono odniesienia do innych składników zdania (nazwy). Gdybyśmy poinformowali kogoś, że w pewnym zdaniu dana sekwencja znaków jest wyrażeniem niekompletnym i zarazem zasłonili odniesienie tej sekwencji znaków do innych składników tego zdania, to w najlepszym wypadku odbiorca wiedziałby jedynie, że dana sekwencja znaków jest w jakiś sposób przyporządkowana innym składnikom, lecz nigdy nie miałby pewności, jak ma wyglądać to przyporządkowanie. Na przykład przekonanie, że sekwencja znaków „zabił” jest wyrażeniem niekompletnym, nie jest wystarczające do ustalenia, czy to wyrażenie relacyjne należy interpretować jako „ξ zabił ζ” czy jako „ξ zabił ξ”, albowiem po wyizolowaniu wyrażenia relacyjnego ze zdania odniesienie znika i mamy do czynienia jedynie ze zdegenerowanym „złożonym” wyrażeniem relacyjnym, czyli w gruncie rzeczy z prostym wyrażeniem relacyjnym. Złożony predykat (wyrażenie relacyjne) jedynie wskazuje wspólną własność różnych zdań, które mamy na myśli, a czyni to za pomocą znaków językowych i liter greckich ukazujących miejsca argumentów.

Na zakończenie warto powtórzyć, że predykaty proste, przeciwnie niż złożone, nie są wyrażeniami niekompletnymi. Predykaty proste są tylko w tym znaczeniu niekompletne, że nie tworzą pełnych okresów zdaniowych. Jeśli ktoś zastosuje do prostych predykatów doktrynę Fregego, głoszącą, że predykaty są niekompletne w takim sensie, w jakim nazwy własne i inne terminy jednostkowe nie są, i skupi się tylko na nich, to nie będzie w stanie zrozumieć, dlaczego pojęcie predykatu złożonego warunkowało odkrycie kwantyfikacji[24]. Proste predykaty są *selbständig* w sposób, w jaki złożone nie są. Predykaty proste są to po prostu słowa lub ciągi słów, które można zanotować, odnaleźć w słowniku itp. Jednakże w tym znaczeniu także nazwy własne są niekompletne, bo też nie są zdaniami. Skupienie uwagi na zdegenerowanym predykacie (prostym), odpowiadającym predykatowi złożonemu, stanowi przeszkodę we właściwym rozumieniu niekompletności wyrażeń.

[24] We Fregowskiej hierarchii wyrażeń kwantyfikatory określane są mianem wyrażeń niekompletnych drugiego rzędu. Dokładniej mówiąc, są to jednoargumentowe predykaty drugiego rzędu przyjmujące jako swój argument predykat pierwszego rzędu. „[...] tak jak najprostszym sposobem tworzenia zdania z predykatu pierwszego rzędu jest wstawienie w miejscu argumentu nazwy własnej, tak najprostszym sposobem utworzenia zdania z kwantyfikatora jest dostawienie go do predykatu pierwszego rzędu” (D u m m e t t, *Frege*, s. 39).

Fregemu udało się zbudować funkcjonującą teorię kwantyfikacji, m.in. dzięki temu, że przestał respektować język naturalny i przyjął założenie, w myśl którego uogólnienia powstają etapowo[25].

BIBLIOGRAFIA

B o c h e ń s k i I.M.: A History of Formal Logic, New York: Chelsea Publishing Company 1970.
C h u r c h A.: The Introduction to Mathematical Logic, t. I, Princeton, NJ 1956.
D u m m e t t M.: Frege: Philosophy of Language, Cambridge, Mass.: Harvard University Press 1981.
D u m m e t t M.: Logiczna podstawa metafizyki, tł. W. Sady, Warszawa: PWN 1998.
F r e g e G.: Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens, Halle: Verlag von Louis Nebert 1879.
F r e g e G.: Grundgesetze der Arithmetik, t. I, Jena: Verlag von Herman Pohle 1893.
F r e g e G.: Pisma semantyczne, tł. B. Wolniewicz, Warszawa: PWN 1977.
F r e g e G.: Posthumous writings, ed. H. Hermes, F. Kambartel, F. Kaulbach, tł. P. Long, R. White, Chicago: The University of Chicago Press 1979.
G e a c h P.T.: Logic Matters, Oxford: Basil Blackwell 1981.
G o l d f a r b W.D.: Logic in the Twenties: The Nature of the Quantifier, „The Journal of Symbolic Logic" 44 (1979), s. 351-368.
G r z e g o r c z y k A.: Zarys logiki matematycznej, Warszawa: PWN 1984.
G u t A.: Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej, Lublin: Wydawnictwo KUL 2005.
K n e a l e W., K n e a l e M.: The Development of Logic, Oxford: Clarendon Press 1984.
K o t a r b i ń s k i T.: Wykłady z dziejów logiki, Warszawa: PWN 1985.
N o w a c z y k A.: Gramatyka i prawda, Warszawa: Polskie Towarzystwo Semiotyczne 1999.
M o o r e G.H.: Beyond First-order Logic: The Historical Interplay between Mathematical Logic and Axiomatic Set Theory, „History and Philosophy of Logic" 1 (1980), s. 95-137.
Q u i n e W.V.O.: Filozofia logiki, tł. B. Stanosz, Warszawa: Aletheia 2002.
S a u s s u r e F. de: Kurs językoznawstwa ogólnego, tł. K. Kasprzyk, Warszawa: PWN 1991.

ON SOME DETERMINATS OF THE FREGEAN THEORY OF QUANTIFICATION

S u m m a r y

The article discusses the Fregean way of producing multiple quantifications and distinction between complex and simple predicates. In the proper sense only the complex predicates are a kind of the incomplete expression (*unselbsständig*). Many contemporary authors of general logic textbooks do not pay due attention to that determinants.

Summarized by Jan Szot

[25] Przykładami niespójnych i cząstkowych rozwiązań zagadnienia wielokrotnych uogólnień są zawiłe średniowieczne teorie *supozycji osobowej* wyrażeń. Zob. I.M. B o c h e ń s k i, *A History of Formal Logic*, New York 1970, s. 173; K n e a l e, K n e a l e, *The Development of Logic*, s. 231 nn.; T. K o t a r b i ń s k i, *Wykłady z dziejów logiki*, Warszawa 1985, s. 60-61.

Słowa kluczowe: filozofia języka, filozofia logiki, wyrażenie kwantyfikatorowe, wyrażenie niekompletne, predykat złożony, predykat prosty.

Key words: philosophy of language, philosophy of logic, theory of quantification, incomplete expression, complex predicate, simple predicate.

Information about Author: Dr. JAN SZOT — Assistant Professor of the Department of Logic, Methodology and Philosophy of Science at the Institute of Philosophy, Sociology and Journalism of the University of Gdansk; address for correspondence: ul. Bażyńskiego 4, PL 80-952 Gdańsk; e-mail: jan.szot@univ.gda.pl