ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom LXI, numer 2 – 2013

EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI

ONTOLOGIA ELEMENTARNA I KLASYCZNY RACHUNEK RELACJI

Pojęcie relacji należy do najważniejszych pojęć obecnych w naszym języku. Nic dziwnego, że dla Arystotelesa jest jedną z kategorii. Rachunek relacji ugruntowali Ch.S. Peirce (1839-1914) i E. Schröder (1841-1902)[1]. Jest on obecny w *Principiach* Whiteheada i Russella. Teoria relacji zajmuje ważne miejsce w podręcznikach logiki pierwszej połowy XX wieku[2]. Później teorii relacji poświęca się mniej miejsca. Jest ona przedstawiana – niejako przy okazji – w podręcznikach klasycznego rachunek predykatów[3] lub teorii mnogości[4].

Z drugiej strony w konstrukcjach logicznych będących rachunkami nazwowymi nie poświęca się im uwagi. Sylogistyka tradycyjna ma poważne trudności z nazwami relatywnymi (problem tzw. *sylogizmów ukośnych*), a z kolei w wyrafinowanym rachunku nazwowym – ontologii[5] – relacje (podobnie jak w teorii mnogości) można wprowadzić definicyjnie[6].

Dr hab. EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI, Prof. UR – Zakład Filozofii Przyrody, Uniwersytet Rolniczy im. Hugona Kołłątaja w Krakowie; adres do korespondencji: al. 29 Listopada 46, 31-425 Kraków; e-mail: rlwojcie@cyf-kr.edu.pl

[1] Według Bocheńskiego za właściwego twórcę współczesnej logiki relacji należy uznać logika angielskiego A. De Morgana (1806-1871). Sam Peirce traktował De Morgana jako „ojca logiki relacji". Zob. J. Bocheński, *Formale Logik*, wyd. 4, Freiburg–München: Verlag Alber 1978, s. 434.

[2] Zob. np. R. Carnap, *Abriss der Logistik*, Wien: Springer Verlag 1929; A. Mostowski, *Logika matematyczna*, Warszawa–Wrocław: Ossolineum 1948; Cz. Czeżowski, *Logika*, Warszawa: PZWS 1949. Na początku XX wieku w literaturze polskiej nie ma jednolitej terminologii. Na przykład Wacław Sierpiński w swoim *Zarysie z teoryi mnogości* (Warszawa 1912) zamiast terminów *relacja* czy *stosunek* posługuje się określeniem *względność* (tamże, s. 32). Tę uwagę terminologiczną zawdzięczam prof. Janowi Zygmuntowi.

[3] Odnoszą się do nich predykaty o co najmniej dwóch argumentach.

[4] Relacje są tam traktowane jako klasy par (ogólniej *n*-tek uporządkowanych, dla $n \geq 2$),), zdefiniowanych przez operację mnożenia kartezjańskiego.

[5] Jest to jeden z trzech systemów logicznych, zbudowanych przez Stanisława Leśniewskiego.

[6] Można je w szczególności traktować jako wtórne wobec wyrażeń typu $x\varepsilon fy$, gdzie f jest funk-

Są poważne argumenty za traktowaniem ontologii elementarnej za adekwatne narzędzie w analizie języka naturalnego. Mamy też silne intuicje językowe, by zwroty języka naturalnego z relacjami traktować jako pierwotne w stosunku do wyrażeń z nazwami relatywnymi[7].

W pracy proponuje się pewne rozszerzenie ontologii elementarnej, mające na celu ujęcie tych intuicji językowych[8].

1. PRELIMINARIA

Ontologia elementarna. W ontologii elementarnej (**OE**) kwantyfikatory wiążą jedynie zmienne kategorii nazwowej. Jej jedyny aksjomat ma postać[9]:

A1 $x\varepsilon y \leftrightarrow \Sigma z(z\varepsilon x)\wedge\Pi zu(z\varepsilon x\wedge u\varepsilon x\rightarrow z\varepsilon u)\wedge\Pi z\big(z\varepsilon x\rightarrow z\varepsilon y\big)$

Regułami pierwotnymi są tu reguła podstawiania (za zmienne nazwowe) i reguła odrywania (MP). System ten można ufundować na klasycznym rachunku predykatów bez identyczności.

Do standardowych definicji ontologicznych należą:

DV	$x\varepsilon\mathrm{V}\leftrightarrow x\varepsilon x$	*x jest przedmiotem*
DΛ	$x\varepsilon\Lambda\leftrightarrow x\varepsilon x\wedge{\sim}x\varepsilon x$	*x jest przedmiotem-sprzecznym*
D*n*	$x\varepsilon ny\leftrightarrow x\varepsilon x\wedge\sim x\varepsilon y$	*x jest nie y*
D*ex*	$ex(x)\leftrightarrow\Sigma z(z\varepsilon x)$	*x istnieje*
D*sol*	$sol(x)\leftrightarrow\Pi zu(z\varepsilon x\wedge u\varepsilon x\rightarrow z\varepsilon u)$	*istnieje-co-najwyżej-jedno x*
D⊂	$x\subset y\leftrightarrow\Pi z\big(z\varepsilon x\rightarrow z\varepsilon y\big)$	*x zawiera-się-w y*
D=	$x=y\leftrightarrow\big(x\varepsilon y\wedge y\varepsilon x\big)$	*x jest-identyczne-z y*

torem kategorii *n/n*. Relację *F*, sprzężoną z nazwą relatywną *f*, wprowadzałyby wówczas definicja: $xFy\leftrightarrow x\varepsilon fy$.

[7] Na przykład wyrażenie *a jest ojcem-b* przy takim podejściu traktowane byłoby jako wtórne wobec *a jest-ojcem b*. W pierwszym przypadku mamy do czynienia z funktorem *ojciec* (*n*/*n*), w drugim zaś z relacją *jest-ojcem* (*s*/*nn*). Wyraźnym zwolennikiem tego stanowiska jest Peter Thomas Geach. Zob. np. P.T. G e a c h, *Nazwy a identyczność*, „Studia Semiotyczne", 6 (1975), s. 125-131.

[8] Praca ta była referowana na XVII Konferencji *Zastosowania logiki w filozofii i podstawach matematyki*, Szklarska Poręba, 7-11 V 2012 r., zorganizowanej przez Instytut Matematyki Uniwersytetu Śląskiego, Instytut Matematyki Uniwersytetu Opolskiego oraz Katedrę Logiki i Metodologii Nauk Uniwersytetu Wrocławskiego. Inspiracją do zajęcia się tym problemem był referat *Dyskretny urok rachunku relacji* Jacka Havranka (wygłoszony rok wcześniej podczas XVI Konferencji, Szklarska Poręba, 9-13 V 2011 r.).

[9] Za wstęp do ontologii elementarnej może służyć: J. S ł u p e c k i, *St. Leśniewski's calculus of names*, „Studia Logica" 3 (1955), s. 7-70.

Do reguł wtórnych tego systemu należą z kolei:

R1 $x\varepsilon y \,/\, x\varepsilon x$
R2 $x\varepsilon y \wedge y\varepsilon z \,/\, x\varepsilon z$
R3 $x\varepsilon y \wedge y\varepsilon z \,/\, y\varepsilon x$

oraz reguła ekstensjonalności dla identyczności[10]:

REI $x = y \,/\, \varphi(x) \to \varphi(y)$

Klasyczny rachunek relacji. Aksjomatykę dla klasycznego rachunku relacji (**KRR**) zaproponował Alfred Tarski[11]:

B1 $a\dot{\vee}b$
B2 $\sim a\dot{\wedge}b$
B3 $a = a$
B4 $aRb \wedge b = c \to aRc$
B5 $a \neq b \leftrightarrow \sim a = b$
B6 $a\bar{R}b \leftrightarrow \sim aRb$
B7 $a\breve{R}b \leftrightarrow bRa$
B8 $aR + Sb \leftrightarrow aRb \vee aSb$
B9 $aR \times Sb \leftrightarrow aRb \wedge aSb$
B10 $aR \oplus Sb \leftrightarrow \Pi c(aRc \vee cSb)$
B11 $aR \otimes Sb \leftrightarrow \Sigma c(aRc \wedge cSb)$
B12 $R \doteq S \leftrightarrow \Pi ab(aRb \leftrightarrow aSb)$

Aksjomaty B1 i B2 wprowadzają odpowiednio pojęcia relacji uniwersalnej i relacji pustej. Z kolei, B3 i B4 charakteryzują relację identyczności: pierwszy jest aksjomatem klasycznej teorii identyczności, a drugi to szczególna postać aksjomatu ekstensjonalności dla identyczności (klasyczna teoria identyczności). Aksjomaty B5,B6 i B7 wprowadzają odpowiednio pojęcia: nieidentyczności (różności) dla indywiduów oraz funktory negacji i odwrotności (konwersu) dla relacji. B8 i B9 definiują sumę i iloczyn relacji. Z kolei B10, B11 i B12 wprowadzają odpowiednio pojęcia: sumy względnej relacji, iloczynu względnego relacji oraz identyczności relacji.

[10] W jej dowodzie jest wykorzystywana definicja: $x\varepsilon stsf/\varphi/ \leftrightarrow x\varepsilon x \wedge \varphi(x)$.

[11] Zob. A. T a r s k i, *On the Calculus of Relations*, „The Journal of Symbolic Logic" 6 (1941), No. 3, s. 73-89, tu s. 75 n. Zmieniamy częściowo symbolikę i opuszczamy kwantyfikatory zewnętrzne. Zmienne *a*, *b*, *c* reprezentują tu indywidua.

Tarski podkreśla tam rolę Ernsta Schrödera w systematycznym badaniu teorii relacji[12].

Sylogistyka z terminami negatywnymi i sylogizmami ukośnymi. Na aksjomatykę sylogistyki z terminami negatywnymi i sylogizmami ukośnymi (**SNU**) składają się formuły[13]:

C1 $xannx$
C2 $ex(x) \to \sim anx$
C3 $nxany \to yax$
C4 $xay \wedge yaz \to xaz$
C5 $xay \to fxafy$

Do jego reguł specyficznych należą: reguła podstawiania dla nazw i reguła podstawiania dla funktorów typu f (o kategorii n/n). Zgodnie z regułą podstawiania dla tych funktorów, jeżeli f i g są funktorami kategorii n/n, różnymi od negacji nazwowej oraz $\alpha(fx)$ jest tezą systemu, to tezą systemu jest $\alpha(gx)$ jako rezultat podstawienia g za f, we wszystkich wystąpieniach f w formule α. Pozostałe funktory sylogistyczne są zdefiniowane w klasyczny sposób.

Do tez specyficznych systemu należą[14]:

$xay \wedge fyaz \to fxaz$ [C4($fx/x, fy/y$),C5]
$xay \wedge yafz \to xafz$ [C4(fz/z)]
$xafy \wedge yaz \to xafz$ [C4($fy/y, fz/z$),C5]

[12] Zob. E. Schröder, *Algebra und Logik der Relative* (*Vorlesungen über der Algebra der Logik* (*exakte Logik*), Leipzig: Teubner Verlag 1885.

[13] Jest to słabsza wersja systemu przedstawionego w: E. Wojciechowski, *Sylogizmy ukośne*, „Roczniki Filozoficzne" 37-38 (1989-1990), z. 1, s. 337-343, s. 339. Pierwsze cztery aksjomaty tam przyjmowane to aksjomatyka sylogistyki z terminami negatywnymi (Wedberg-Iwanuś): $xannx$, $\sim xanx$, $nxany \to yax$, $xay \wedge yaz \to xaz$. Zob. też: E. Wojciechowski, *Bezkwantyfikatorowy rachunek nazw z sylogizmami ukośnymi*, [w:] J. Malinowski, A. Pietruszczak (red.), *Wokół filozofii logicznej*, Toruń: Wydawnictwo UMK 2004, s. 123-131.

[14] Były one przyjmowane wcześniej jako aksjomaty. Na ich zależność od aksjomatów C4 i C5 zwrócił mi uprzejmie uwagę jeden z recenzentów.

2. IDEA

Mając na uwadze intuicyjność aparatury pojęciowej klasycznego rachunku relacji zaproponujemy przeniesienie tych pojęć na grunt ontologii elementarnej, przy uprzednim rozszerzeniu jej języka.

Celem pracy jest zbudowanie bardzie adekwatnego narzędzia do analizy języka naturalnego. Przy okazji, konstrukcja ta uwzględni pewne stare idee związane z tzw. *sylogizmami ukośnymi* i obejmie swym zasięgiem powyżej naszkicowaną sylogistykę z terminami negatywnymi i sylogizmami ukośnymi.

3. ONTOLOGIA ELEMENTARNA Z RELACJAMI

Na słownik ontologii elementarnej z relacjami (**OER**) składają się:

1) zmienne nazwowe		– x,y,z (z indeksami lub bez),
2) zmienne funkcyjne		– f,g,h (z indeksami lub bez),
3) zmienne relacyjne		– R,S,T (z indeksami lub bez),
4) funktory logiczne:	$\sim$	– kategorii s/s
	$\wedge,\vee,\rightarrow,\leftrightarrow$	– kategorii s/ss
5) stałe nazwowe:	V,Λ	– kategorii n
6) stałe funktorowe:		
funktor specyficzny:	ε	– kategorii s/nn
funktory definiowane:		
	ex,sol	– kategorii s/n
	n	– kategorii n/n
	$\lrcorner$	– kategorii $(s/nn)/n(s/nn)$
	$\llcorner$	– kategorii $(s/nn)/(s/nn)n$
	$\lrcorner\,\llcorner$	– kategorii $(s/nn)/n(s/nn)n$
	’	– kategorii $n/(s/nn)$
	$*$	– kategorii $(n/n)/(s/nn)$
	$\subset,=,\neq,\dot{\mathrm{V}},\dot{\Lambda}$	– kategorii s/nn
	,	– kategorii $(s/nn)/(s/nn)$
	$-,\smile$	– kategorii $s/(s/nn)(s/nn)$
	$+,\times,\oplus,\otimes$	– kategorii $(s/nn)/(s/nn)(s/nn)$
7) kwantyfikatory:	$\Pi,\Sigma,$	
8) nawiasy:	(,).	

Za pomocą symbolu ‘|’ oznaczamy tu odpowiednio funktory: lewostronnego ograniczenia (⌋), prawostronnego ograniczenia (⌊) i obustronnego ograniczenia (⌋ ⌊) dla relacji. Znak ‘_’ markuje obecność argumentu nazwowego. To, z jakim z tych trzech funktorów mamy do czynienia, jest określone przez kontekst.
Pojęcie formuły systemu określa się tu w standardowy sposób.
System ten jest rozszerzeniem system **SNU**. Jest on również rozszerzeniem systemu **OE** o regułę podstawiania dla symboli relacyjnych.
Listę definicji wzbogacimy o funktor *różności*:

D≠ $x \neq y \leftrightarrow \sim x = y$

Wprowadzimy też funktory *lewostronnego*, *prawostronnego* i *obustronnego ograniczenia*[15]:

D| $xy|Rz \leftrightarrow x\varepsilon y \wedge xRz$ $xR|zy \leftrightarrow Ry \wedge y\varepsilon z$ $xy\left|R\right|uz \leftrightarrow x\varepsilon y \wedge xRz \wedge y\varepsilon u$

Przyjmiemy również definicję funktora *odrelatywizowania*:

D’ $x\varepsilon R’ \leftrightarrow x\varepsilon x \wedge \Sigma z\left(xRz\right)$

Funktor odrelatywizowania jest funktorem nazwotwórczym o kategorii *n*/(*s*/*nn*)[16]. Nazwy utworzone za pomocą tego funktora będziemy nazywali *nazwami odrelatywizowanymi*.

W literaturze spotykamy się również z *nazwami*/*orzecznikami*/*terminami względnymi*/*relatywnymi*[17]. Należą do nich np. *ojciec Piotra* czy *nauczyciel Platona*. Nazwy te są też wtórne wobec nazw relacji. Funktor wchodzący w skład tego typu orzeczników będziemy nazywali *funktorem relatywnym*[18]:

D* $x\varepsilon R^* \leftrightarrow x\varepsilon x \wedge \Sigma z(xRz \wedge z\varepsilon y)$

---

[15] Przyjmujemy tu notację Mostowskiego (*Logika matematyczna*, Warszawa–Wrocław: Ossolineum 1948, s. 130). Człony typu $x\varepsilon A$ są tam oddawane, z uwagi na przyjmowaną klasyczną teorię klas, przez $x \in A$.

[16] Termin *odrelatywizowanie* zaproponował Peter Thomas Geach w artykule *Nazwy a identyczność* („Studia Semiotyczne” 6 (1975), s. 125-131, tu s. 128). Geach traktuje tam funktor jednoargumentowy (predykat) *jest-ojcem*(*x*) za wtórny w stosunku do funktora dwuargumentowego (odnoszącego się do relacji): *x jest-ojcem y*. Proponowany tu symbol funktora odrelatywizowania (’) ma wskazywać na to, że mamy tu do czynienia z derywatem (oderwaniem) od frazy typu *xRy*.

[17] Zob. W tej sprawie zob. np. Cz. C z e ż o w s k i, *Logika*, Warszawa: PZWS 1949, s. 434, oraz J. R e g n e r, *Logika*, Kraków: PTT 1973, s. 49.

[18] Na gruncie klasycznej teorii klas można by powiedzieć, że za pomocą tego funktora tworzymy *obraz y dany przez relację R*. Por. M o s t o w s k i, *Logika matematyczna*, s. 130 n.

Funktor ten, w odróżnieniu od funktora odrelatywizowania (o kategorii $n/(s/nn)$), jest kategorii $(n/n)/(s/nn)$.
Bezpośrednią konsekwencją tych definicji jest:

T1 $x\varepsilon R{*}y \leftrightarrow x\varepsilon R|y'$ [D*,D|,D']

Przykładami nazw relatywnych spełniających T1 są: *syn malarza*, *głowa konia* czy *aksjomatyka systemu*. W przypadku gdy y jest nazwą jednostkową $(y\varepsilon y)$, definiens tego funktora – na gruncie **OER** – jest równoważny $x\varepsilon x \wedge xRy$. Do tez systemu należą[19]:

T2a $x\varepsilon R{*}y \wedge y\varepsilon y \rightarrow x\varepsilon x \wedge xRy$

Dem.

Hp(2) →

$\Sigma z.$

(3)	$x\varepsilon x \wedge xRz \wedge z\varepsilon y$	[1,D*]
(4)	$x\varepsilon x$	[3]
(5)	xRz	[3]
(6)	$z\varepsilon y$	[3]
(7)	$y\varepsilon z$	[2,6×R3]
(8)	$z = y$	[6,7,D=]
(9)	xRy	[5,8×REI]
(10)	T	[4,9]

T2b $x\varepsilon x \wedge y\varepsilon y \wedge xRy \rightarrow x\varepsilon R{*}y$

Dem.

Hp(3) →

(4)	$xRy \wedge y\varepsilon y$	[2,3]
(5)	$\Sigma z(xRz \wedge z\varepsilon y)$	[4,**OE**]
(6)	T	[1,5,D*]

T2 $y\varepsilon y \rightarrow (x\varepsilon R{*}y \leftrightarrow x\varepsilon x \wedge xRy)$ [T1a,T1b]

Nazwami relatywnymi spełniającymi T2 są np. *ojciec Jana* i *autor „Pana Tadeusza”*.

[19] Wyrażenie „z”, występujące w wierszach dowodowych jest skrótem wyrażenia „założenie”. Symbole Hp(...) i T znaczą tu odpowiednio: *założenie*(*liczba przesłanek*) oraz *teza* = dowodzony następnik implikacji.

Udowodnimy twierdzenie:

Twierdzenie 1. *System* **SNU** *zawiera się w* **OER** *przy regule translacji* RT:

$\varphi(sat) = s \subset t$
$\varphi(nt) = nt$
$\varphi\big(ex(t)\big) = ex(t)$
$\varphi\big(\alpha(fx)\big) = \Sigma z(z\varepsilon x) \wedge \varphi\big(\alpha(R^*x)\big)$, gdzie R^* jest odpowiednikiem f
$\varphi(\sim \Phi) = \sim \varphi(\Phi)$
$\varphi(\Phi \Box \Psi) = \varphi(\Phi) \Box \varphi(\Psi)$, gdzie $\Box$ jest dowolnym spójnikiem logicznym.

W dowodzie tego twierdzenia należy pokazać, że aksjomaty pierwszego z systemów są tezami drugiego z nich przy powyższej regule translacji:

T3 $x \subset nnx$ $(= \varphi C1)$ [RT,**OE**]
T4 $ex(x) \to \sim x \subset nx$ $(= \varphi C2)$ [RT,**OE**]
T5 $nx \subset ny \to y \subset x$ $(= \varphi C3)$ [RT,**OE**]
T6 $x \subset y \wedge y \subset z \to x \subset z$ $(= \varphi C4)$ [RT,**OE**]
T7 $x \subset y \to R^*x \subset R^*y$ $(= \varphi C5)$

Dem.
Hp(1) $\to$
$\Pi z.$
(2a) $z\varepsilon R^*x$ [z]
(2b) $\Sigma u.z\varepsilon z \wedge zRu \wedge u\varepsilon x$ [2a,D*]
(2c) $z\varepsilon z$ [2b×R1]
(2d) $zRu \wedge u\varepsilon x$ [2b]
(2e) $zRu \wedge u\varepsilon y$ [1,2d,**OE**]
(2f) $z\varepsilon R^*y$ [2c,2e,D*]
(2) $\Pi z(z\varepsilon R^*x \to z\varepsilon R^*y)$ [2a → 2f]
(3) T [2,D⊂]

Kończy to dowód tego twierdzenia.
Do systemu **OER** wprowadzimy definicyjnie stałe *relacji uniwersalnej* i *relacji pustej* oraz funktory *negacji relacji*, *konwersu relacji*, *inkluzji relacji* i *identyczności relacji*:

D$\dot{\mathrm{V}}$ $x\dot{\mathrm{V}}y \leftrightarrow x \subset \mathrm{V} \wedge y \subset \mathrm{V}$ *relacja uniwersalna*
D$\dot{\Lambda}$ $x\dot{\Lambda}y \leftrightarrow x \subset \Lambda \wedge y \subset \Lambda$ *relacja pusta*

D^{-}	$x\overline{R}y \leftrightarrow {\sim}\, xRy$	*negacja relacji*
$\mathrm{D}\breve{}$	$x\breve{R}y \leftrightarrow yRx$	*konwers relacji*
$\mathrm{D}\dot{\subset}$	$R \dot{\subset} S \leftrightarrow \Pi xy\left(xRy \rightarrow xSy\right)$	*inkluzja relacji*
$\mathrm{D}\doteq$	$R \doteq S \leftrightarrow \Pi xy\left(xRy \leftrightarrow xSy\right)$	*identyczność relacji*

Przyjmiemy również funktory składania relacji – *iloczynu*, *sumy*, *iloczynu względnego* i *sumy względnej*:

$\mathrm{D}\times$	$xR \times Sy \leftrightarrow xRy \wedge xSy$	*iloczyn relacji*
$\mathrm{D}+$	$xR + Sy \leftrightarrow xRy \vee xSy$	*suma relacji*
$\mathrm{D}\otimes$	$xR \otimes Sy \leftrightarrow \Sigma z\left(xRz \wedge zSy\right)$	*iloczyn względny relacji*
$\mathrm{D}\oplus$	$xR \oplus Sy \leftrightarrow \Pi z\left(xRz \vee zSy\right)$	*suma względna relacji*

Wzmocnienie OER. Rozszerzymy język systemu **OER** o zmienne nazwowe indiwiduowe (*a*,*b*,*c* – z indeksami lub bez).
Przez wzmocnioną ontologię elementarną z relacjami (**OER***) rozumiemy tu rozszerzenie **OER** o aksjomat:

A2 $a\varepsilon a$

Reguła podstawiania za zmienne nazwowe jest tu odpowiednio rozszerzona:
(1) za zmienne nazwowe można podstawiać zmienne nazwowe, stałe nazwowe i zmienne nazwowe indywiduowe.
(2) za zmienne indywiduowe można podstawiać tylko zmienne indywiduowe.
Pozostałe reguły są takie same jak w systemie **OER**.
Na mocy aksjomatu A2, wszystkie nazwy indywiduowe są referencjalnymi nazwami jednostkowymi.
Udowodnimy twierdzenie:

Twierdzenie 2. **KRR** *zawiera się inferencyjnie w* **OER***

Biorąc pod uwagę fakt, że odpowiednikami aksjomatów B5-B12 są na gruncie **OER** odpowiednio definicje $\mathrm{D}\neq$, D^{-}, $\mathrm{D}\breve{}$, $\mathrm{D}+$, Dx, $\mathrm{D}\oplus$, $\mathrm{D}\otimes$ i $\mathrm{D}\doteq$, uzyskujemy w **OER*** odpowiedniki tych aksjomatów przez zastąpienie w tych definicjach zmiennych nazwowych zmiennymi indywiduowymi. W dowodzie tego twierdzenia wystarczy pokazać, że pozostałe aksjomaty specyficzne systemu **KRR** (B1-B4) są tezami **OER***. Ma to istotnie miejsce:

T11	$a\dot{\mathrm{V}}b$	(= B1)	[D$\dot{\mathrm{V}}$, **OE**]
T12	$\sim a\dot{\Lambda}b$	(= B2)	[D$\dot{\Lambda}$, **OE**]
T13	$a = a$	(= B3)	[A2,D =]
T14	$aRb \wedge b = c \rightarrow aRc$	(= B4)	
	Dem.		
	Hp(2) $\rightarrow$		
(3)	$b\breve{R}a$		[1,D^{-}]
(4)	$b\varepsilon c \wedge c\varepsilon b$		[2,D =]
(5)	$b\varepsilon b$		[4,**OE**]
(6)	$c\varepsilon b \wedge b\varepsilon\breve{R}'a$		[3,4,5,D']
(7)	$c\varepsilon\breve{R}a$		[6$\times$R2]
(8)	$c\breve{R}a$		[7,D']
(9)	T		[8,D$\breve{}$]

Kończy to dowód tego twierdzenia.

4. UWAGI KOŃCOWE

Wyniki. W pracy rozszerzono system ontologii elementarnej o zmienne relacyjne i zdefiniowano pojęcia klasycznego rachunku relacji. Tak wzbogacona ontologia elementarna (**OER**) staje się wygodniejszym narzędziem do analizy języka naturalnego.

W badaniach języka naturalnego ważne jest również rozróżnienie między *nazwami odrelatywizowanymi* a *nazwami relatywnymi* (zwanymi również *relatywami*). Odpowiadające im funktory – tworzące nazwy z wyrażeń zawierających relacje – zostały tu formalnie zdefiniowane.

Pokazano, że sylogistyka z terminami negatywnymi wzbogacona o tzw. *sylogizmy ukośne* (**SNU**), która uwzględnia nazwy relatywne, jest fragmentem ontologii elementarnej z relacjami (Twierdzenie 1).

Zasadnicza różnica między klasyczną teorią relacji a rachunkiem nazw, jakim jest ontologia elementarna, polega na tym, że ta pierwsza jest zbudowana w języku klasycznej teorii predykatów, języku z wąskim rozumieniem kategorii nazw (nazwy to tylko nazwy referencjalne jednostkowe), a druga, jako fragment ontologii Leśniewskiego, jest zbudowana w języku z szerokim rozumieniem kategorii nazw.

Jeżeli wyróżnimy w ontologii elementarnej tzw. *nazwy indywiduowe* (referencjalne nazwy jednostkowe), tj. przez rozszerzenie jej języka przez wyraźną dystynkcję tej kategorii nazw[20] i zapewniając sobie ich referencjalność (niepustość) przez przyjęcie dodatkowego aksjomatu (A2), uzyskamy wzbogaconą ontologię elementarną z relacjami (**OER***). W pracy udowodniono, że klasyczny rachunek relacji jest fragmentem tak wzbogaconej ontologii elementarnej z relacjami (Twierdzenie 2).

Perpektywy. Bardziej adekwatnym narzędziem do analizy języka naturalnego byłby pewien fragment ontologii elementarnej wzbogacony o funktory kwantyfikujące (substytuty kwantyfikatorów) – tzw. *bezkwantyfikatorowy rachunek nazw*[21]. Na grunt takiego rachunku można w sposób analogiczny przenieść wprowadzone tu pojęcia klasycznego rachunku relacji.

Podziękowania. Składam podziękowania anonimowym recenzentom, których uwagi przyczyniły się do udoskonalenia tego tekstu.

BIBLIOGRAFIA

B o c h e ń s k i J.M.: Formale Logik, wyd. 4., Freiburg–München: Verlag Alber 1978.
B o r k o w s k i L.: Bezkwantyfikatorowy założeniowy system rachunku nazw. Część I, „Roczniki Filozoficzne 28(1980), z. 1, s. 133-148.
C a r n a p R.: Abriss der Logistik, Wien: Springer Verlag 1929.
C z e ż o w s k i T.: Logika, Warszawa: PZWS 1949.
G e a c h P.T.: Nazwy a identyczność, „Studia Semiotyczne” 6 (1975), s. 125-131.
H a v r a n e k J.: Dyskretny urok rachunku relacji, referat wygłoszony podczas XVI Konferencji „Zastosowania logiki w filozofii i podstawach matematyki” (Szklarska Poręba, 9-13 V 2011 r).
M o s t o w s k i A.: Logika matematyczna, Warszawa–Wrocław: Ossolineum 1948.
R e g n e r L.: Logika, Kraków: PTT 1973.
S c h r ö d e r E.: Algebra und Logik der Relative [Vorlesungen über der Algebra der Logik (exakte Logik)], Leipzig: Teubner Verlag 1885
S i e r p i ń s k i W.: Zarys teoryi mnogości, Warszawa 1912.
S ł u p e c k i J.: St. Leśniewski’s calculus of names, „Studia Logica” 3 (1955), s. 7-70.
T a r s k i A.: On the Calculus of Relations, „The Journal of Symbolic Logic” 6 (1941), No. 3, s. 73-89.
W o j c i e c h o w s k i E.: Sylogizmy ukośne, „Roczniki Filozoficzne” 37-38(1989-1990), z. 1, s. 337-343.
— Bezkwantyfikatorowy rachunek nazw z sylogizmami ukośnymi, [w:] J. M a l i n o w s k i, A. P i e t r u s z c z a k (red.), Wokół filozofii logicznej, Toruń: Wydawnictwo UMK 2004, s. 123-131.

[20] Zmienne indywiduowe są w naszym przypadku inaczej oznaczane (*a*,*b*,*c*).

[21] Główne idee takiego rachunku zostały przedstawione w: L. B o r k o w s k i, *Bezkwantyfikatorowy założeniowy system rachunku nazw. Część I*, „Roczniki Filozoficzne” 28 (1980), z. 1, s. 133-148.

ELEMENTARY ONTOLOGY
AND THE CLASSICAL CALCULUS OF RELATIONS

Summary

The notion of relation is one of the most important concepts present in our language.

This study propose some extension of elementary ontology (**OE**) for relational variables and defining in his framework the concepts of the classical calculus of relations. Such enriched elementary ontology (**OER**) is a better tool for the analysis of natural language.

It is shown that syllogistic with the negative terms enriched by so called *oblique syllogisms* (**SNU** with the axioms C1–C5) is a fragment of **OER** system (Theorem 1).

The **OER** system is enriched next with individual variables (a,b,c) and by assuming the individual term referentiality (axiom A2) we obtain **OER*** system. The Proof that the classical calculus of relations (**KRR**) is a part of the system **OER*** (Theorem 2) is given.

Summarised by Eugeniusz Wojciechowski

Słowa kluczowe: ontologia elementarna, systemy Leśniewskiego, sylogizmy ukośne, klasyczna teoria relacji.

Key words: elementary ontology, Leśniewski's systems, oblique syllogisms, classical calculus of relations.

Information about Author: Prof. Dr. EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI – Division of Philosophy of Nature at the Hugo Kołłątaj Agriculture University of Cracow; address for correspondence: al. 29 Listopada 46, PL 31-425 Kraków; e-mail: rlwojcie@cyf-kr.edu.pl