ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom LVIII, numer 2 – 2010

MAREK SZYDŁOWSKI
PAWEŁ TAMBOR

PROSTOTA MODELU KOSMOLOGICZNEGO A ZŁOŻONOŚĆ WSZECHŚWIATA

1. WSTĘP

W naszej poprzedniej pracy[1] dyskutowaliśmy kryterium statystyczne sformułowane przez H. Akaike[2], które jest powszechnie używane w praktyce badawczej, gdzie istnieje potrzeba wyboru najbardziej prostego (ekonomicznego z punktu widzenia parametrów) modelu w świetle danych, którymi dysponujemy. Kryterium to stanowi kluczowy punkt filozofii nauki E. Sobera, rozwijanej w University of Pittsburgh. W tej pracy podaliśmy zalety i wady tego kryterium, które są sformułowane pod jego adresem.

Niniejsza praca jest rodzajem studium indywidualnego przypadku (*case study*), w którym posiłkujemy się modelami kosmologicznymi, pretendującymi do opisu Wszechświata na jego obecnym etapie przyśpieszonej ekspansji. Istnieje wiele hipotez, które chcą wyjaśnić, dlaczego Wszechświat przyśpiesza, ale z grubsza rzecz biorąc, można podzielić je na dwie kategorie:

– modele wyjaśniające przyśpieszenie ekspansji (akcelerację) Wszechświata poprzez wypełniającą go nieznaną formę materii nazywaną ciemną energią;
– modele zmodyfikowanej grawitacji, wyjaśniające przyśpieszenie przy założeniu, że teoria Einsteina nie opisuje obecnej ewolucji Wszechświata.

Dr hab. MAREK SZYDŁOWSKI, prof. KUL – Katedra Fizyki Teoretycznej, Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II, Centrum Układów Złożonych, Uniwersytet Jagielloński; adres do korespondencji: Al. Racławickie 14, 20-950 Lublin; e-mail: uoszydlo@cyf-kr.edu.pl

Dr PAWEŁ TAMBOR – Katedra Fizyki Teoretycznej, Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II; adres do korespondencji: Al. Racławickie 14, 20-950 Lublin; e-mail: xpt76@poczta.fm

[1] Ł. Kukier, M. Szydłowski, P. Tambor, *Kryterium Akaike: prostota w języku statystyki*, „Roczniki Filozoficzne" 57 (2009), nr 1, s. 91-126.

[2] Akaike Information Criterion (AIC).

Różnych propozycji jest bardzo wiele, lecz można wyróżnić wśród nich pewne wiodące, które zestawiliśmy w tabeli (po pięć modeli na każdy typ wyjaśniania). Te koncepcje zostały sformułowane w języku wielkości kinematycznych, ujętych w postaci relacji $H_i(z) = H_{0i} f_i(z)$, gdzie $H(z)$ jest zależnością funkcji Hubble'a H od przesunięcia ku czerwieni (*redshiftu*) z (H_0 jest obecną wartością funkcji Hubble'a – stałą Hubble'a), natomiast funkcja $f_i(z)$ jest różna dla każdego z i modeli ($i = 1,...,10$). Funkcja $H(z)$ może nam posłużyć do wyprowadzenia teoretycznej obserwabli kosmologicznej – zależności odległości jasnościowej $d_L(z)$. Z drugiej strony punkty obserwacyjne na diagramie $d_L(z)$, zwanym diagramem Hubble'a, możemy uzyskać z pomiaru odległych gwiazd supernowych typu SNIa, które mogą być potraktowane jako tzw. świece standardowe. Najnowsza kompilacja takich supernowych została opracowana przez [15], zawiera 307 wyselekcjonowanych pomiarów. Z tych danych obserwacyjnych dla danego modelu możemy wyznaczyć parametr $AIC = -2\ln L + 2d$, gdzie L jest maksymalną wartością funkcji wiarygodności, natomiast d jest liczbą parametrów *i*-tego modelu.

Parametrami tymi są tzw. parametry gęstości, które określają, jakim procentem gęstości krytycznej (odpowiadającej modelowi płaskiemu) jest dana ,,substancja".

Chociaż praca zawiera pewne szczegóły techniczne dotyczące wyznaczania Akaike Information Criterion (AIC) z obserwacji supernowych, chodzi nam o odpowiedź na pytanie: czy i który model kosmologiczny jest wyróżniony z punktu widzenia kryterium prostoty AIC (posiada najmniejszą wartość tego parametru). W klasie rozważanych modeli możemy wprowadzić relację porządkującą, wprowadzając wielkość $\Delta AIC \equiv AIC_i - AIC_{min}$, gdzie AIC_{min} jest najmniejszą wartością z klasy rozważanych modeli. Wielkość tę możemy interpretować jako ,,ilość utraconych informacji", gdzie rzeczywistość aproksymujemy modelem M_i, a nie najlepszym modelem z rozważanej klasy. Możemy wówczas skonstruować coś w rodzaju rankingu modeli (z rozważanej klasy) i gdy $\Delta AIC > 10$, to mówimy o braku ewidencji, co ma wyrażać, że jest mało prawdopodobne, że *i*-ty model jest najlepszą aproksymacją rzeczywistości. Gdy natomiast $\Delta AIC \leq 2$, to mówimy o znaczącej ewidencji danych na korzyść *i*-tego modelu względem modelu najlepszego.

W pracy, oprócz standardowego parametru AIC, wyznaczamy tzw. konsystentny parametr CAIC, który uwzględnia, że liczba pomiarów jest skończona.

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że oba kryteria wyróżniają model LCDM[3]. Możemy więc stwierdzić, że w rozważanej klasie modeli LCDM jest wyróżniony w tym sensie, że tak AIC, jak i CAIC przyjmują wartość najmniejszą. Mamy więc pojęcie prostoty modelu kosmologicznego ujęte w terminach ilościowych (statystycznych). Co więcej, możemy stwierdzić, że prosty model kosmologiczny LCDM najlepiej oddaje dane obserwacyjne przy ściśle jednoznacznym rozumieniu tej prostoty.

Uznaliśmy, że niniejsza praca może być również okazją do przemyślenia problemu modelowania w kosmologii. Opieramy się na modelu wyprowadzonym z kinematycznej części teorii, która jest podstawą dla tzw. kosmografii [42]. Teoria zawiera również pewną część dynamiczną (np. gdy rozważamy ewolucję zaburzeń, które prowadzą do powstania struktur we Wszechświecie). Ten sektor teorii nie został przez nas użyty do konstrukcji rankingu modeli przyspieszającego Wszechświata. W konstrukcji każdego modelu teoretycznego można w mniejszym lub większym stopniu brać pod uwagę kinematyczny lub dynamiczny sektor teorii. W pracy ograniczyliśmy się do uwzględnienia sektora kinematycznego, lecz analogiczne rozważania można przeprowadzić z punktu widzenia obserwacji WMAP-a, którego dane zawierają informacje o dynamice struktur we Wszechświecie. Prostota ujęcia w AIC i jego uogólnienia jest zatem zawsze zrelatywizowana do danych.

2. MODELE I TEORIE W KOSMOLOGII

2.1. *Uwagi ogólne*

Pojęcia modelu i modelowania w nauce zawierają w sobie tak bogatą (często kontrowersyjną) treść, że dla potrzeb tej pracy już na początku trzeba dokonać potrzebnych rozróżnień i zastrzeżeń. Przede wszystkim należy przypomnieć zasadniczą różnicę w rozumieniu pojęcia „model” w sensie logiko-matematycznym a tym stosowanym w naukach empirycznych. O pewnym układzie przedmiotów powiemy, że jest modelem teorii matematycznej (modelem semantycznym), jeśli odniesione do tego układu zdania teorii są spełnione. Model jest więc strukturą semantycznie zinterpretowaną – strukturą systemu, w której system jest spełniony. Można powiedzieć, że w takim znaczeniu teorie fizyczne są modelami, jako zinterpretowane teorie formalne.

[3] *Lambda Cold Dark Matter model*.

W kosmologii zbudowanej na Ogólnej Teorii Względności (OTW) za modele Wszechświata można uznać rozwiązania równań Einsteina. Są to, w podanym sensie, szczegółowe możliwe realizacje ogólnej teorii.

W naukach szczegółowych sprawa ma się zupełnie inaczej: tu model jest rozumiany jako abstrakt, jako model konkretnego fenomenu, obiektu fizycznego. Czasem nazywa się takie modele deskryptywnymi. W kontekście empirycznym modele odnoszą się do badanej rzeczywistości nie w taki sam sposób jak teorie, które dotyczą tu obiektów abstrakcyjnych (ciała, punkty masowe, itp.). Model jest adaptowany, dostrajany do konkretnej zaobserwowanej empirycznej sytuacji i tym samym nie prezentuje tego stopnia ogólności co teoria. Czasem tę klasę modeli nazywa się modelami fenomenologicznymi. Choć z logicznego punktu widzenia nie różnią się one od teorii, to w przeciwieństwie do tej ostatniej nie pełnią funkcji wyjaśniającej.

Konstruując modele, przyjmuje się określone założenia idealizacyjne oraz tzw. warunki *caeteris paribus*, co prowadzi praktycznie do zmniejszania liczby problemów implikowanych przez teorię. Idealizacja to pomijanie oddziaływań, których wpływ na zjawisko ma charakter systematyczny; warunki *caeteris paribus* natomiast reprezentują czynniki o charakterze przygodnym. Takie sformułowania praw naukowych można traktować jako pewne przybliżenia badanej empirycznie rzeczywistości. Warto zwrócić uwagę na dwa rodzaje idealizacji stosowanych w praktyce konstruowania modelu:

– Idealizacja konstruktywna, kiedy upraszcza się pojęciową reprezentację zjawiska, a nie samo zjawisko.
– Idealizacja kauzalna, kiedy upraszcza się samo zjawisko, redukując stopień złożoności problemu[4].

Uzyskiwana w ten sposób prostota matematyczna pozwala na praktyczne realizowanie następujących zasadniczych funkcji modelu w relacji do teorii.

2.2. *Badanie własności teorii*

Zastosowanie idealizacji w konstruowaniu modeli służy pokazaniu, jak „zachowuje się" teoria w konkretnych przypadkach. Różnorodność modeli uwydatnia cechy teorii. Jeśli teorię naukową potraktujemy jako pewien rodzaj struktury, to problemem jest metodologiczne wskazanie miejsca, jakie w tej strukturze zajmują modele. W naukach formalnych możliwość skonstruowania modelu daje gwarancję, że teoria jest spójna logicznie. Repre-

[4] „There, it is not the solution, but the problem that is changed" [1].

zentanci tzw. semantycznej koncepcji teorii naukowej traktują teorię jako rodzinę modeli [33, 34, 41]. Jej składnikami nie są zdania uniwersalne, prawa, ale modele. Całość ma strukturę teoriomnogościową, a model spełnia wypowiedzi zaksjomatyzowanej teorii. To ujęcie teorii naukowej nazywamy niezdaniowym i charakteryzuje ono wybiórcze i fragmentaryczne podejście do opisu zjawisk [9: 178-187].

2.3. *Heureza*

Stosując zabiegi idealizacji i aproksymacji, osiągamy skutek następujący: model staje się specyficzną interpretacją teorii w granicach wyznaczonych przez przyjęte idealizacje [27]. Przy czym trzeba pamiętać, że model nie dostarcza interpretacji teorii w matematycznym rozumieniu tego terminu. Można natomiast samą teorię potraktować jako model, gdy dokonamy zabiegu interpretacji na dwa różne sposoby: 1) elementy teorii zinterpretuje się jako zagadnienia matematyczne; 2) dokona się fizycznej interpretacji tych samych elementów [10], m.in. wprowadzając takie nieformalne pojęcia, jak energia czy masa. Heurystyczna rola modelu objawia się w doprowadzeniu do rozwiązania danego problemu lub w odkrywaniu nowych teorii. W tym sensie można modele postrzegać niekoniecznie jako zubożenie teorii, ale wręcz przeciwnie – jako hipotezę roboczą, która bierze udział w rozwijaniu teorii, stając się często narzędziem konstruowania nowej teorii.

2.4. *Testowanie teorii*

Teorie bazowe, jako ogólniejsze i bogatsze niż modele, często nie nadają się do wysuwania przewidywań empirycznych. Wspomniane aproksymacje czy uproszczenia stosowane przy konstrukcji modelu są wtedy wręcz konieczne do ukonstytuowania się teorii. Ważna jest świadomość tego, że – ze względu na charakter i stopień aproksymacji – możliwe jest sensowne wskazanie istnienia modeli alternatywnych. Na poziomie teorii bazowej jej wypowiedzi nie można już w dowolny sposób upraszczać. Model można traktować w takich przypadkach jako swoisty pośrednik między teorią a zjawiskiem [28]. Takie ujęcie roli modelowania zdaje się potwierdzać obecna praktyka badawcza, która wskazuje na pewną autonomię modeli w relacji do teorii. Procedura testowania teorii staje się wtedy w rzeczy samej testowaniem sensowności przyjętych przybliżeń, a zatem modeli.

Zestawione powyżej opozycyjne stanowiska w kontekście wyjaśnienia roli modeli (strukturalizmu w podejściu semantycznym i koncepcji autonomicznych modeli) może okazać się istotne w uporządkowaniu pewnego bałaganu metodologicznego, związanego z modelowaniem w kosmologii [35]. Na przykład status metodologiczny modeli pośredniczących (*mediating models*) w koncepcji M. Morrison wyznaczony jest przez sposób ich konstruowania [25] (praktyka badawcza pokazuje, że często nie są wyprowadzane bezpośrednio z teorii ani niewyznaczane wyłącznie przez dane doświadczalne), a także przez ich umiejscowienie między teorią a światem zjawisk. Na marginesie warto zauważyć, że we współczesnej kosmologii praktyka idzie nawet jeszcze dalej i proponuje się alternatywne podejście do problemu ciemnej energii, nazywane *model independent*. W takim podejściu konstruuje się funkcję potencjału $V(\varphi)$ lub równanie stanu $w=\frac{p}{\rho}$ bezpośrednio z obserwacji. Zarówno potencjał pola skalarnego, jak i równanie stanu wyraża się w kategoriach funkcji Hubble'a; ta z kolei zależy od odległości jasnościowej według wyrażenia:

$$H(z)=[\frac{d}{dz}(\frac{d_L(z)}{1+z})]^{-1}.$$

Główny punkt sporu z koncepcją semantyczną modeli tkwił w przekonaniu, że modele w ujęciu M. Morrison [24], pełniące funkcję mediacyjną między teorią a światem zjawisk, pochodzą spoza teorii i są wymagane przy zastosowaniu teorii w konkretnych przypadkach. Teorie to nie tylko zbiory czy rodziny modeli. Autonomiczność modeli bierze się właśnie z tej niezależności funkcjonalnej[5].

3. WYBRANE PROBLEMY WSPÓŁCZESNEGO MODELOWANIA W FIZYCE

3.1. *Ewolucja pojęcia modelu w kosmologii*

Poprzedni paragraf zasygnalizował istnienie zmian, jakie dokonują się w rozumieniu istoty i funkcji modelu w jego odniesieniu do teorii i wzrastającej zależności modelowania od danych empirycznych. Kosmologia jest

[5] Rekonstrukcja praktyki badawczej współczesnej kosmologii pozwala także na wyodrębnienie i bardziej szczegółowe analizy dodatkowej kategorii w metodologicznym dyskursie o teoriach i modelach: teorii efektywnej [38].

tą nauką, w której te modyfikacje praktyki modelowania zjawisk są szczególnie widoczne. Jest to już bezpośrednią pochodną faktu, że przedmiotem modelowania jest cały Wszechświat[6].

Całkiem dobrą ilustracją postulowanej ewolucji w modelowaniu są dwudziestowieczne problemy ze stałą kosmologiczną. Zauważmy, że Einstein, tworząc zręby OTW, próbował zachować i zrównoważyć zarówno wewnętrzne, jak i zewnętrzne cechy teorii. Zgodność z doświadczeniem jako kryterium zewnętrzne[7] i przekonanie, że aksjomatyczna baza teorii nie może być jednak wyprowadzona bezpośrednio z doświadczenia, ale odkryta, postulowana.

Einstein, konstruując model kosmologiczny, postawił dwa główne założenia. Po pierwsze, przestrzeń jest globalnie zamknięta – to miało czynić zadość zasadzie Macha: metryczna struktura pola ($g_{\mu\nu}$) określona jednoznacznie przez tensor energii-pędu ($T_{\mu\nu}$). Po drugie, Wszechświat jest statyczny – krzywizna przestrzeni musi być niezależna od czasu. Analiza oryginalnych równań pola pokazała Einsteinowi, że Wszechświat nie jest statyczny i zapadnie się pod wpływem działania sił grawitacji. Dodaje zatem człon kosmologiczny, który oznacza dodatkowe założenie, że między galaktykami, zatem w dużych skalach (zaniedbywalny jeszcze w Układzie Słonecznym), ujawnia się nowy rodzaj siły. Siła ta jest niezależna od gęstości materii i rośnie wraz z rosnącą odległością. Einstein pojmował stałą w ramach teorii względności jako nieusuwalne zakrzywienie czasoprzestrzeni, pozostające po usunięciu całej materii. W 1917 r. holenderski fizyk i matematyk W. de Sitter znalazł rozwiązanie równań pola bez materii i tym samym pokazał Einsteinowi, że ten nie osiągnął swoich założeń. W modelu de Sittera zarówno przestrzeń, jak i czas są zakrzywione[8].

Kolejnym krokiem w tym swoistym sporze o rzeczywisty model były prace rosyjskiego matematyka A.A. Friedmanna (1888-1925), który znalazł rozwiązanie równania (1), opisujące rozszerzający się wszechświat. Tzw. *równania Friedmanna* opisują wszechświat z jednorodnym i izotropowym

[6] To, że modele są głównym narzędziem współczesnej nauki, jest dla nas rzeczą oczywistą. S. Hartmann argumentuje, że mogą być również użytecznym narzędziem w filozofii nauki [11]. Jako przykład rozważa metodologię sieci bayesowskich (*methodology od Bayesian Networks*). Jako modele konkurencyjne do modelu LCDM obecnie rozważa się model sferycznie symetryczny (antykopernikański), oparty na geometrii Lemaître-Tolman-Bondi (LTB) oraz model Bianchi VIIn – jednorodny i izotropowy model o numerze VIIn w klasyfikacji Bianchiego [39].

[7] Warto zwrócić uwagę na brzemienne w skutki przekonanie Einsteina o statyczności Wszechświata. To założenie było dla twórcy OTW naturalne z kilku powodów: nie znano jeszcze ruchów w wielkich skalach; powszechnie przyjmowano, że Wszechświat to nasza galaktyka, a poza nią jest pustka.

[8] Wszechświat de Sittera jest „pusty" ($p = \varrho = 0, k = 0, \Lambda > 0$).

rozkładem materii w postaci cieczy doskonałej, w którym krzywizna i gęstość materii są zależne od czasu[9].

Warto wreszcie wspomnieć o pracach Lemaître'a nad modelami z członem kosmologicznym [20]. Belgijski astronom (1894-1966) pokazywał, że nawet dla dodatniej krzywizny model ze stałą kosmologiczną rozszerza się w nieskończoność, co było niemożliwe we Friedmanna rozwiązaniach równań bez stałej. $\Lambda < 0$ prowadzi do modeli wszechświata, które najpierw ekspandują i potem zapadają się. Dodatnia stała dostarcza szerokiego wachlarza możliwości teoretycznych. Metodologicznie niezwykle inspirująca jest Eddingtona propozycja rozpatrywania ciągu modeli, które są ,,realizowane" przez rzeczywisty Wszechświat w trakcie jego ewolucji. Także z heurystycznego punktu widzenia te wnioski Eddingtona[10] są tak interesujące, że trzeba je koniecznie zacytować [3: 83]:

> Na jednym końcu mamy wszechświat Einsteina pozbawiony ruchu, a zatem znajdujący się w równowadze. Gdy przesuwamy się w tym szeregu, znajdujemy modele wszechświatów rozszerzających się coraz szybciej, aż dochodzimy na drugim końcu do wszechświata de Sittera. Szybkość ekspansji przez cały czas rośnie wzdłuż tego szeregu, natomiast gęstość materii maleje; wszechświat de Sittera stanowi granicę osiągalną przy średniej gęstości materii równej zeru. Tu zatrzymuje się szereg rozszerzających się wszechświatów; nie dlatego, że ekspansja staje się zbyt szybka, lecz z tej przyczyny, iż nie zostało już nic, co mogłoby się rozszerzać. […]
>
> Opisany ciąg modeli jest nie tylko zbiorem możliwości, spośród których mamy dokonać wyboru, aby odwzorować rzeczywisty wszechświat; ciąg ten ma jeszcze bardziej interesujące zastosowanie. Z biegiem czasu rzeczywisty wszechświat wędruje wzdłuż tego szeregu modeli, tak że ciąg nasz obrazuje jego historię.

9
$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\varrho - \frac{k}{a^2} \tag{1}$$
$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\varrho + 3p) \tag{2}$$

Równanie (2) możemy zapisać dla trzech wartości parametru $k \in \{-1,0,1\}$. Ponieważ w tych dwóch równaniach występują trzy nieznane funkcje a, ϱ i p ($a(t)$ jest czynnikiem skali), potrzeba jeszcze jednego równania, w którym ciśnienie p jest przedstawione jako funkcja gęstości masy–energii ϱ: $p = p(\varrho)$. Jest to tzw. *równanie stanu*. Z kolei warunek znikania dywergencji tensora energii-pędu daje nam wyrażenie, które jest warunkiem adiabatyczności, opisujące całkowitą gęstość energii, jeśli zadane jest p:
$$\dot{\varrho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\varrho + p) = 0 \tag{3}$$
nazywane równaniem cieczy.

10 Zawarte w książce *The Expanding Universe*; pierwsze wydanie angielskie: Cambridge: Cambridge University Press 1933.

Olbrzymie możliwości teoretycznego opisu zachowania się rzeczywistego Wszechświata, które umożliwiała obecna w równaniach stała kosmologiczna, umacniały przeświadczenie Eddingtona, że nie ma wystarczająco mocnego powodu, by usuwać Λ z równań. Możemy powiedzieć, że z chwilą postawienia przez Einsteina problemu kosmologicznego model kosmologiczny był tożsamy z zagadnieniem czasoprzestrzennej struktury będącej kosmologicznym rozwiązaniem równań Einsteina. Model kosmologiczny był więc utożsamianyz modelem czasoprzestrzeni będącej parą (M,g), gdzie M jest 4-wymiarową rozmaitością lorentzowską, a g zadanym na niej polem tensorowym $g_{\mu\nu}$. Oczywiście g jest rozwiązaniem równań Einsteina z pewnym źródłem pola grawitacyjnego $g_{\mu u}$ opisującego materialną zawartość Wszechświata.

Różne interesujące z kosmologicznego punktu widzenia rozwiązania były kolekcjonowane i szczegółowo analizowane i mieliśmy do czynienia z czymś, co ostatnio V.N. Lukash [23] nazwał ,,markets of models". Stosowne jest w tym miejscu przytoczyć szerszą opinię Lukasha:

> A century of cosmology has led us to a new understanding of the Universe. Today we know the model at large scales. Per astra ad astra. After many years of hypotheses and markets of models we now have The Standard Cosmological Model, yet separated from what we have at small scales – the standard model of elementary particles. Both models progressively converge and interact with each other leading us to a joint physical model of the World we are a part of.

Trudno wskazać dokładny moment, w którym kosmologia stała się z dziedziny jakościowej fizyką Wszechświata opisanego przez parametry podlegające pomiarom, ale miało to miejsce około 2003 r. [2], kiedy to satelita WMAP dostarczył możliwości obserwacyjnego ,,związania" parametrów kosmologicznych. Dzisiaj każdy z nas może to uczynić dzięki np. publicznie dostępnemu CosmoMC kodowi. Ilościowa kosmologia stała się faktem. Inny przykład eliminacji modelu teoretycznego z rynku możliwych hipotez dostarcza pięć lat obserwacji WMAP. Jak wiadomo, istnieje bardzo wiele różnych modeli inflacji, lecz niektóre z nich można już dzisiaj wyeliminować dzięki długoletnim obserwacjom WMAP-a. Nie oznacza to jednak, że uda się potwierdzić hipotezy inflacji.

Ten krótki historyczny szkic pokazuje pewną rzecz istotną dla naszych rozważań na relacjami teoria–model–rzeczywistość empiryczna. Stwierdziliśmy w pierwszym paragrafie, że modelem teorii jest pewna m o ż l i w a r e a l i z a c j a spełniająca obowiązujące zdania teorii. Otóż praktyka modelowania wszechświata oparta na OTW wyraźnie pokazuje, że kosmologia nie jest zainteresowana dowolnymi możliwymi dedukcyjnie modelami. Nie ma wielu kosmologii. Chodzi o modele wyróżnione – te, które stają się uprawnioną empiryczną interpretacją teorii [10]. Ten wniosek jest podstawą wszelkich rozważań na temat współczesnych metod selekcji modeli kosmologicznych. Naturalnie większość współczesnych modeli w kosmologii dziedziczy pewną strukturę po OTW, niemniej jednak ciężar analiz dotyczących modeli przemieszcza się, ograniczając rolę struktur, a wzmacniając znaczenie parametrów.

Przytoczona dyskusja dostarcza także przykładu ewolucji pojęcia prostoty. Kryterium prostoty odegrało istotną rolę u Einsteina w jego konstrukcji modelu kosmologicznego, dla którego założył on arbitralnie topologię sfery S^3. W tym czasie był znany wariant geometrii sfery S^3, w której dokonano identyfikacji punktów antypodalnych o lokalnej metryce sfery, lecz nietrywialnej topologii. Ten typ geometrii był zaproponowany przez de Sittera i jest dopuszczalny przez równania Einsteina na równi z geometrią trywialnej sfery. Einstein jednak taką sytuację arbitralną odrzucał, twierdząc, że przyroda wybiera rozwiązania proste, działając w sposób ekonomiczny, dlatego wybraną sferę, na której każdą krzywą zamkniętą – pętlę można ściągnąć do punktu (przestrzeń jednospójna). Mamy więc tutaj do czynienia z użyciem kryterium prostoty w kontekście wyboru modelu kosmologicznego.

3.2. *Empiryczne ograniczenia matematyzacji*

Niewątpliwie tym, co najbardziej charakteryzuje formalną postać OTW i konstruowanie na jej bazie modeli kosmologicznych, jest efekt, który możemy nazwać sukcesem matematyzacji teorii. Dobitnym tego wyrazem jest już sam fakt, że OTW jest wynikiem teoretycznych rozważań w dużej mierze na poziomie formalnym ze znikomą liczbą danych empirycznych. Podobnych spektakularnych wyników dostarcza chyba tylko jeszcze mechanika kwantowa. Bardzo ciekawe analizy dotyczące zastosowania metody matematycznej w naukach niededukcyjnych przedstawia J. Mrożek [26]. Pokazuje on, że końcowym etapem procesu matematyzacji nauki jest ,,całkowite zlikwidowanie wejść", które dostarczają danych. Styk z doświadczeniem pozostałby tylko na ,,wyjściach" odgrywających rolę okienek kontrolnych" [26: 88]. Na poziomie ogólnym Mrożek proponuje bardzo jasną reprezentację efektu procesu modelowania, jako poruszania się w przestrzeni fazowej, którą tworzy produkt kartezjański: $F \times M \times R$, gdzie F – przestrzeń możliwych sytuacji fizycznych, M – przestrzeń zagadnień matematycznych, R – przestrzeń możliwych rozwiązań zagadnień matematycznych. „Modelem przy tym ujęciu jest „punkt" tej przestrzeni o współrzędnych (*f*,*m*,*r*), dla którego zachodzi trójelementowa relacja *M* – *r* jest rozwiązaniem zagadnienia matematycznego *m*, będącego teoretyczną reprezentacją problemu fizycznego *f*" [26: 92].

Istnieje coraz więcej wątpliwości, czy ten ideał matematyzacji, który nazywamy teorią wszystkiego, stanie się ideałem praktyki badawczej. W opisie fizycznym naturalnie zawsze będzie obecne dążenie do uwalniania się od modeli deskryptywnych i opisu fenomenologicznego i poszukiwania teorii, które wyjaśniają efektywne parametry na poziomie bardziej fundamentalnym. Taka teoria względnie bazowa także będzie posiadała elementy fenomenologiczne, i tak w nieskończoność. Jeśli istnieje granica takiego procesu konstruowania nowych teorii coraz bardziej fundamentalnych, to mogłaby to być TOE (Theory of Everything), lecz taka teoria byłaby całkowicie nieoperatywna ze względu na jej obliczeniową złożoność [31]. Być może w praktyce badawczej fizycy skazani są jednak na fenomenologiczne teorie-modele efektywne.

Myśląc o matematyce, często potocznie przez modele rozumie się po prostu równania i układy równań albo rachunek formalny. Popełnia się przy tym częsty błąd nieodróżniania rachunku od teorii. W naszym rozumieniu w kosmologii za model matematyczny uważa się matematyczne funkcje empirycznie zinterpretowanych parametrów (np. stała Hubble'a, wyrażenie na wiek Wszechświata, parametry gęstości). Ostatnia część pracy pokaże, jak mocno idea selekcji modeli bazuje na analizie parametrycznej.

Obecnie istnieją również próby zrezygnowania z założeń jednorodności i izotropowości zakładanej przez model standardowy. Problem zbudowania nowej kosmologii bez założenia zasady kosmologicznej zaproponowali G.F.R. Ellis i T. Buchert [5]. Autorzy twierdzą, że każdy opis układu fizycznego jest w pewnej *averaging scale*; tzn. charakterystycznej skali każdej teorii efektywnej i tak też jest w kosmologii.

3. *„Logika" modelowania*

Istotną zmianę w metodologii modelowania można wyrazić w stwierdzeniu, że ostatnio w kosmologii mówi się nie tylko o testowaniu modeli kosmologicznych, lecz również o ich selekcji. W sytuacji, gdy mamy wiele konkurencyjnych hipotez (np. hipoteza ciemnej energii) i nie jesteśmy przekonani co do jednej z nich, to możemy dokonywać selekcji modeli na podstawie wybranych metod selekcji. Metody te nie wskazują na prawdziwy model, lecz najlepszy model z punktu widzenia danych obserwacyjnych, którymi dysponujemy. Metody te dostarczają także argumentów za włączeniem nowego parametru do modelu przy aktualnych danych obserwacyjnych.

Przy analizie wartości propozycji modelowych nacisk kładzie się już nie tylko na realizowanie funkcji zrozumienia teorii, ale podstawowego znaczenia nabiera uwzględnianie kontekstu wyjaśniania. Również dopowiedzenia domaga się wyrażenie „model najlepszy". W naszej pracy [16] staraliśmy się pokazać niejednoznaczność określenia „model najlepszy" sprowadzoną przynajmniej do alternatywy:
– model najlepszy ze względu na zdolność predykcji nowych faktów empirycznych (AIC maksymalizuje dokładność predykcji);
– model najlepszy ze względu na dokładność prezentowania danych zastanych – fitowania danych (BIC szacuje maksymalne zbliżenie modelu teoretycznego do prawdziwego modelu).

Już to proste zestawienie różnych celów stawianych modelom dostarcza wystarczającego motywu do postawienia problemu: czy modelowi można przypisać wartość logiczną. Próby interpretacji wypowiedzi mechaniki kwantowej stanowiły świetne pole do wykorzystania logik wielowartościowych. Być może stanie się tak także w metodologii dotyczącej modelowania i interpretacji wyników selekcji modeli. Zawsze obecne w świadomości metodologicznej przekonanie o niedokładności czy wręcz fałszywości modeli, nabytej ze względu na zastosowane uproszczenia, może być nie tylko szacowane matematycznie (choćby przez kryteria prostoty), ale wykorzystywane do osiągnięcia zamierzonych celów poznawczych.

Jeśli uważamy model za nośnik informacji o przedmiocie (zjawisku, procesie) odwzorowanym czy reprezentowanym, to można podjąć się rozważania problemu, postawionego przez M. Morrison, w jaki sposób z modeli nieprawdziwych uzyskać użyteczną informację. D.M. Bailer-Jones, badając kwestię dokładności reprezentowania zjawiska przez model, poddaje w wątpliwość już samo dwuwartościowanie modelu: prawdziwy – fałszywy. ,,Models may be neither true nor false" – w kontekście zróżnicowanej informacji, którą model przekazuje [1: 63-65]. Kluczową rolę w uzasadnieniu tej tezy pełni praktyka modelowania selektywnego. Selektywność może dotyczyć albo aspektów zjawiska, które wybieramy do modelowania, albo założeń przyjętych na początku procesu konstrukcji modelu. Selektywność wynika bezpośrednio z faktu natury metodologicznej, że każda teoria posiada określony zakres zastosowania. Co więcej, żadna teoria nie może modelować każdego zjawiska nawet w swoim reżimie [28].

Budowanie modeli, jak i sama ich ocena stają się czynnościami coraz bardziej wyrafinowanymi przede wszystkim ze względu na specyfikę zadań stawianych przed modelem, funkcji, które ma pełnić model, czy celów, które dzięki niemu mamy osiągnąć. Widać to już pobieżnie, gdy próbujemy bardziej szczegółowo zróżnicować modele ze względu na funkcję, którą pełnią:

– wyjaśnianie (tu znów można różnicować modele ze względu na aspekt wyjaśnianego zjawiska);
– zastosowania techniczne (tu nacisk na efektywność);
– prowadzenie eksperymentu;
– rozwój teorii – badanie wewnętrznych własności i konsekwencji teorii.

Naszym zdaniem współcześnie obserwuje się istotne przesunięcie akcentu z poszukiwań i osiągania takich własności modelu, jak kopiowanie, odzwierciedlanie, korespondowanie czy reprezentowanie zjawisk [7], na modelowanie w dużej mierze funkcjonalne i nastawione na realizowanie bardzo specyficznego celu poznawczego. Analiza metod selekcji modeli opartych na rachunku statystycznym pokazuje, jak rezygnowanie, ze względu na postawiony cel, z oceny danych propozycji teoriomodelowych w kategoriach prawdziwy – fałszywy staje się zabiegiem coraz bardziej świadomym. W tym kontekście wydaje się, że gruntownej rewizji domaga się sama koncepcja falsyfikowalności modelu.

4. MODELE KOSMOLOGICZNE – APLIKACJA AIC

Obserwacje odległych gwiazd supernowych typu Ia (SNIa) pokazują, że obecny Wszechświat znajduje się w fazie przyspieszonej ekspansji. Gdy założymy, że jest on przestrzennie jednorodny i izotropowy, a jego ewolucja opisana jest poprzez równanie Einsteina ze źródłem w postaci cieczy doskonałej, to jedynym sposobem wyjaśnienia jego akceleracji może być hipoteza, że jest on wypełniony przez materię-energię o gęstości ρ_X i ciśnieniu p_X, która łamie silny warunek energetyczny $o_X + 3p_X > 0$, tzw. ciemną energię. Najprostszym i najbardziej naturalnym kandydatem na tego typu składnik Wszechświata jest energia próżni, reprezentowana przez stałą kosmologiczną Λ w modelu ΛCDM. Z dopasowania do danych obserwacyjnych tego teoretycznego modelu wynika (przy dodatkowym założeniu, że Wszechświat jest przestrzennie płaski), że ciemna energia jest dominującym składnikiem Wszechświata, stanowiącym około 70% jego całkowitej gęstości. Jednak w związku z tzw. *fine tuning* problem (tj. przewidywana wartość gęstości energii próżni jest większa niż ta, którą obserwujemy. o czynnik rzędu 10^{120}) oraz tzw. *coincidence problem* (tj. dlaczego wartości gęstości materii pyłowej i gęstości ciemnej energii są obecnie porównywalne) ciągle poszukiwane są alternatywne modele kosmologiczne przyśpieszającego Wszechświata.

Rozważane są modele, dla których równanie stanu ciemnej energii, tj. $w_X \equiv \frac{p_X}{\rho_X}$ jest nieznanym parametrem modelu, modele z dynamicznym równaniem stanu, które jest liniową funkcją czynnika skali a (albo redshiftu z), czy też ich funkcją oscylującą. Duże znaczenie mają modele, w których ciemna energia reprezentowana jest przez pole skalarne minimalne sprzężone do grawitacji, tzw. modele kwintesencji czy też fantomowe. Rozważane są również modele z polami skalarnymi nieminimalnie sprzężonymi z grawitacją. Na uwagę zasługuje fakt, że badania modelu z fantomowym polem skalarnym nieminimalnie sprzężonym z grawitacją metodą układów dynamicznych prowadzą do tłumionych oscylacji w z równania stanu dla ciemnej energii [12, 13].

Analizuje się również modele, w których modyfikuje się lub uogólnia równania FRW. Standardowe modele z ciemną energią bazują na założeniu, że ewolucję materii pyłowej i ciemnej energii można rozważać osobno. W tzw. *Interacting Dark Energy models* (Int DE) odrzuca się to założenie, pozwalając na wymianę energii między składnikami Wszechświata (tj. modyfikuje się równania ciągłości). Bada się modele, w których osobliwość początkowa zastąpiona jest fazą *bounce*, która generowana jest przez efekty kwantowe, tzw. *bouncing models*. Rozważa się również modele, w których przyjmuje się, że Wszechświat wypełniony jest tylko materią pyłową i promieniowaniem natomiast przyspieszona ekspansja Wszechświata jest wynikiem istnienia dodatkowego członu (proporcjonalnego do całkowitej gęstości energii Wszechświata) w równaniu Friedmanna, tzw. *Cardassian model*. Dodatkowy człon tego typu może być konsekwencją faktu, że obserwowany Wszechświat jest czterowymiarową braną zanurzoną w pięciowymiarowej przestrzeni, gdzie grawitacja może się propagować, w odróżnieniu od pozostałych oddziaływań, których domeną jest brana. Modele zakładające powyższą sytuację to tzw. modele branowe, których przykładem może być model DGP czy też model Sahni-Shtanova.

Wymienione powyżej modele wraz z funkcjami Hubble'a zebrane są w Tabeli 1, natomiast dokładniejszy ich opis wraz z referencjami można znaleźć w pracach [37, 17, 19, 36].

Wszystkie wymienione modele tłumaczą przyspieszoną ekspansję Wszechświata. Chcielibyśmy odpowiedzieć na pytanie, który z nich jest najlepszy w świetle informacji, które posiadamy, tj. danych obserwacyjnych. Tutaj klasyczne podejście do problemu selekcji modeli zawodzi: nadaje się do analizy modeli hierarchicznych, oparte na porównaniu maksymalnych wartości funkcji wiarygodności, preferuje modele posiadające więcej parametrów. Idealnym rozwiązaniem wydaje się skorzystanie z metod selekcji modeli opartych na teorii informacji, czy też teorii Bayesowskiej. Tutaj rozważymy pierwszą z możliwości[11].

Kluczową wielkością metod selekcji modeli w teorii informacji jest tzw. informacja Kullbacka-Leiblera (KL). Rozważmy zbiór modeli M_i. Każdy z nich reprezentuje parametryczną rodzinę modeli, zdefiniowaną jako M_i: $F_i = \{g_i(x;\theta); \theta \in \Theta_i\}$, gdzie $g_i(x;\theta)$ to rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej x, θ to wektor parametrów definiujących model M_i. Niech f oznacza prawdziwy model, rzeczywistość, którą aproksymujemy modelem M_i, wówczas informacja Kullbacka-Leiblera zdefiniowana jest w następujący sposób:

$$\mathrm{KL}(f, g_i(\theta)) = \int f(x) \ln\left(\frac{f(x)}{g_i(x;\theta)}\right) \mathrm{d}x. \tag{4}$$

Wielkość KL interpretuje się jako ilość utraconych informacji, gdy prawdę f aproksymujemy danym modelem M_i, czy też jako odległość między prawdą a tymże modelem. Im mniejsza wartość tej wielkości, tym lepszy model. Informacji Kullbacka-Leiblera nie możemy bezpośrednio użyć do selekcji modeli, gdyż zależy ona od nieznanej nam prawdy. Stąd konieczność stosowania estymatorów KL, wśród których znajduje się wielkość AIC (*Akaike Information Criterion*) wprowadzona przez H. Akaike w 1971 r.

$$\mathrm{AIC} = -2 \ln L + 2d, \tag{5}$$

gdzie L to maksimum funkcji wiarygodności ($\mathrm{L} \equiv \Pi_{j=1}^{N} g_i(x_j;\theta)$, gdzie $x_1, \ldots, x_N$ to próbka zmiennej losowej x), natomiast d to liczba parametrów modelu M_i. Model, który minimalizuje wielkość AIC jest modelem minimalizującym ilość utraconych informacji, gdy prawdziwy model aproksymujemy tymże modelem (informację KL).

[11] Dla zapoznania się z pewnymi filozoficznymi implikacjami zastosowania teorii bayesizmu w kosmologii, odsyłamy do pracy [18].

Table 1. Modele kosmologiczne tłumaczące obserwowane przyśpieszenie Wszechświata wraz z zależnościami na funkcję Hubble'a.

Nr	Model
1	**ΛCDM** $w_X = -1$ $\frac{H^2(z)}{H_0^2} = \Omega_{m,0}(1+z)^3 + (1-\Omega_{m,0})$
2	**stałe E.Q.S.** $w_X = w_0 < -1$ $\frac{H^2(z)}{H_0^2} = \Omega_{m,0}(1+z)^3 + (1-\Omega_{m,0})(1+z)^{3(1+w_0)}$
3	**dynamiczne E.Q.S.** $w_X = w_0 + w_1(1-a)$ $\frac{H^2(z)}{H_0^2} = \Omega_{m,0}(1+z)^3 + (1-\Omega_{m,0})(1+z)^{3(w_0+w_1+1)} \exp[-\frac{3w_1 z}{1+z}]$
4	**kwintesencji** $\bar{w}_X(a) = \int w_X(a) d(\ln a) / \int d(\ln a) \equiv w_0 a^{\alpha}$ $\frac{H^2(z)}{H_0^2} = \Omega_{m,0}(1+z)^3 + (1-\Omega_{m,0})(1+z)^{3(1+w_0(1+z)^{-\alpha})}$
5	**oscylujące E.Q.S.** $w_X(z) = -1 + (1+z)^3\{C_1\cos(\ln(1+z)) + C_2\sin(\ln(1+z))\}$ $\frac{H^2(z)}{H_0^2} = \Omega_{\Lambda,0}\exp(-D_2)\exp((1+z)^3[D_1\sin(\ln(1+z)) + D_2\cos(\ln(1+z))])$ $+\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{r,0}(1+z)^4$, $\Omega_{r,0} \approx 0.5*10^{-4}$, $\Omega_{\Lambda,0} = 1-\Omega_{m,0}-\Omega_{r,0}$, $D_1 = 0.3(C_1+3C_2)$, $D_2 = 0.3(3C_1 - C_2)$
6	**Int DE** $\frac{H^2(z)}{H_0^2} = \Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{int,0}(1+z)^n + 1 - \Omega_{m,0} - \Omega_{int,0}$
7	**BΛCDM** $\frac{H^2(z)}{H_0^2} = \Omega_{m,0}(1+z)^3 - \Omega_{n,0}(1+z)^n + 1 - \Omega_{m,0} + \Omega_{n,0}$
8	**Cardassian** $\frac{H^2(z)}{H_0^2} = \Omega_{r,0}(1+z)^4 + \Omega_{m,0}(1+z)^4\left[\frac{1}{1+z} + (1+z)^{-4+4n}\left(\frac{1-\Omega_{r,0}-\Omega_{m,0}}{\Omega_{m,0}}\right)E(z)\right]$ $\Omega_{r,0} = 10^{-4}$, $E(z) = \left(\frac{\frac{1}{1+z}+\frac{\Omega_{r,0}}{\Omega_{m,0}}}{1+\frac{\Omega_{r,0}}{\Omega_{m,0}}}\right)^n$
9	**DGP** $\frac{H^2(z)}{H_0^2} = \left[\sqrt{\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{rc,0}} + \sqrt{\Omega_{rc,0}}\right]^2$ $\Omega_{rc,0} = \frac{(1-\Omega_{m,0})^2}{4}$
10	**Sahni-Shtanov brane I** $\frac{H^2(z)}{H_0^2} = \Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{\sigma,0} + 2\Omega_{l,0} - 2\sqrt{\Omega_{l,0}}P(z)$ $\Omega_{\sigma,0} = 1 - \Omega_{m,0} + 2\sqrt{\Omega_{l,0}}\sqrt{1+\Omega_{\Lambda b,0}}$ $P(z) = \sqrt{\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{\sigma,0} + \Omega_{l,0} + \Omega_{\Lambda b,0}}$

AIC jest estymatorem KL przy założeniu, że prawdziwy model należy do parametrycznej rodziny rozważanych modeli. Uogólnieniem AIC rezygnującym z takiego założenia jest wielkość TIC wprowadzona przez K. Tacheuchi: $\mathrm{TIC} = -2\ln L + 2\mathrm{Tr}[\hat{J}^{-1}\hat{K}]$,

gdzie $\hat{J}_{kl} = -\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left[\frac{\partial^2 \ln g_i(x_j;\theta)}{\partial\theta_k\partial\theta_l}\right]_{\theta=\hat{\theta}}$, $\hat{K}_{kl} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left[\left(\frac{\partial \ln g_i(x_j;\theta)}{\partial\theta_k}\right)\left(\frac{\partial \ln g_i(x_j;\theta)}{\partial\theta_l}\right)\right]_{\theta=\hat{\theta}}$,

natomiast $\hat{\theta}$ to wartości wektora parametrów, dla których funkcja wiarygodności dla rozważanego modelu osiąga maksimum. Wartości wielkości TIC oraz AIC są porównywalne, dlatego rzadko w praktyce stosuje się pierwszą z nich.

Przy wyprowadzaniu AIC korzysta się również z założenia, że liczba obserwacji jest nieskończenie duża. Kryterium to można więc stosować gdy posiadamy dużo danych. Najczęściej przyjmuje się, że musi być to duża liczba w porównaniu z liczbą parametrów najbardziej skomplikowanego modelu spośród rozważanych. Kiedy próbka jest stosunkowo mała: $\frac{N}{d} \leq 40$, proponuje się uwzględnienie pewnej poprawki:

$$\mathrm{AIC_C} = -2\ln L + 2d + \frac{2d(d+1)}{n-d-1}. \tag{6}$$

Symulacje wykazują, że kryterium Akaike nie jest kryterium konsystentnym, gdy prawdziwy model znajduje się w rozważanym zbiorze modeli, kryterium to nie zawsze na niego wskaże, nawet dla bardzo dużej liczby danych. W związku z tym Bozdogan zaproponował konsystentną wersję AIC:

$$\mathrm{CAIC} = -2\ln L + d(\ln N + 1). \tag{7}$$

Kryterium Akaike pozwala nam odpowiedzieć na pytanie, który z rozważanych modeli jest najlepszą aproksymacją rzeczywistości. Jeśli chcemy dodatkowo dokonać rankingu wśród tych modeli, musimy mieć pewną skalę, pozwalającą odpowiedzieć na pytanie, o ile dany model jest gorszy (lepszy) od pozostałych modeli.

Niech AIC_i oznacza wartość tej wielkości dla modelu M_i, natomiast AIC_{min} najmniejszą wartość z rozważanego zbioru modeli. Wprowadźmy wielkość: $\Delta AIC_i \equiv AIC_i - AIC_{min}$. Wielkość tę możemy interpretować jako ilość utraconych informacji, gdy rzeczywistość aproksymujemy modelem M_i, a nie najlepszym modelem z rozważanego zbioru. Możemy zastosować ją do rankingu kandydujących modeli, im większa wartość ΔAIC_i, tym mniej prawdopodobne, że jest on najlepszą aproksymacją rzeczywistości. Zazwyczaj korzysta się z następującej skali: jeśli $\Delta AIC \leq 2$, to mówimy o znaczącej ewidencji danych nakorzyść i-tego modelu względem modelu najlepszego, jeśli $4 \leq \Delta AIC \leq 7$, to ewidencja ta jest widocznie mniejsza, natomiast jeśli $\Delta AIC > 10$, to mówimy o braku ewidencji, bardzo mało prawdopodobne jest to, że i-ty model jest najlepszą aproksymacją rzeczywistości.

Rozważmy ponownie zależność na wielkość AIC (5). Pierwszy człon to maksymalna wartość funkcji wiarygodności, która odpowiada za jakość dopasowania modelu teoretycznego do danych, im lepsze dopasowanie, tym mniejsza wartość AIC. Drugi człon zależy od liczby parametrów rozważanego modelu, im więcej parametrów, tym większa wartość AIC. AIC zapewnia więc równowagę między dobrocią dopasowania a złożonością modelu. Kryterium to spełnia zasadę brzytwy Ockhama, która postuluje, że jeśli dwa modele równiedobrze tłumaczą obserwacje, to powinniśmy wybrać prostszy z nich.

Mając narzędzie selekcji modeli w ręku, możemy przystąpić do porównania modeli kosmologicznych przyśpieszającego Wszechświata. Tutaj wykorzystamy obserwacje gwiazd supernowych Ia ($N_1 = 192$), obserwacje mikrofalowego promieniowania tła (CMB), obserwacje struktur wielkoskalowych (LSS) oraz pomiarów parametru Hubble'a.

Dane pochodzące z obserwacji SNIa (m_i – magnituda obserwowana, z_i – redshift) związane są zależnością teoretyczną $m_i - M = 5\log_{10} d_L(z_i) + 25$, gdzie M to magnituda absolutna SNIa (która jest znana), $d_L(z_i)$ to odległość jasnościowa SNIa, która zależy od rozważanego modelu kosmologicznego i przy założeniu, że Wszechświat jest przestrzennie płaski dana jest zależnością $d_L(z_i) = (1+z_i)c\int_0^{z_i} \frac{dz'}{H(z')}$. Definiując $\mu_i^{obs} \equiv m_i - M$ oraz $\mu_i^{teor} \equiv 5\log_{10} d_L(z_i) + 25$, otrzymamy następującą postać funkcji wiarygodności dla rozważanego zagadnienia

$$L_{SN} \propto \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{N_1} \frac{(\mu_i^{\text{obs}} - \mu_i^{\text{teor}})^2}{\sigma_i^2}\right)\right], \tag{8}$$

gdzie σ_i to niepewność pomiarowa, która jest znana.

Wykorzystamy również pomiary fluktuacji temperatury kosmicznego promieniowania tła (CMB). Tutaj weźmiemy pod uwagę parametr przesunięcia R, którego postać teoretyczna zależy od parametrów rozważanego modelu kosmologicznego i dana jest zależnością: $R^{theor} = \sqrt{\Omega_{m,0}} \int_0^{z_{dec}} (H_0 / H(z))dz$, natomiast wartość obserwowana, wyznaczona na podstawie widma mocy fluktuacji temperatury wynosi $R^{obs} = 1.70 \pm 0.03$ dla $z_{dec} = 1089$. Parametr ten związany jest z położeniem pierwszego piku akustycznego w widmie mocy fluktuacji temperatury promieniowania CMB. Informację tę będziemy traktować jako jeden pomiar, a więc funkcja wiarygodności będzie miała postać:

$$L_R \propto \exp\left[-\frac{(R^{theor} - R^{obs})^2}{2\sigma_R^2}\right]. \tag{9}$$

Dodamy również informacje pochodzące z pomiarów struktur wielkoskalowych. Tutaj zastosujemy parametr związany z zaobserwowanym pikiem w funkcji korelacji galaktyk A, którego teoretyczna zależność związana jest z konkretnym modelem kosmologicznym

$$A^{theor} = \sqrt{\Omega_{m,0}}\left(H(z_A)/H_0\right)^{-1/3}\left[(1/z_A)\int_0^{z_A}(H_0/H(z))dz\right]^{2/3},$$

natomiast wartość tego parametru wyznaczona z danych obserwacyjnych wynosi $A^{obs} = 0.469 \pm 0.017$ dla $z_A = 0.35$. Informację tę również traktujemy jako jeden pomiar, a związana z nim funkcja wiarygodności ma następującą postać

$$L_A \propto \exp\left[-\frac{(A^{theor} - A^{obs})^2}{2\sigma_A^2}\right]. \tag{10}$$

Ostatecznie wykorzystamy pomiary funkcji Hubble'a $N_2 = 9$. Dane te bazują na różnicowym wieku (dt/dz) pasywnie ewoluujących galaktyk, który umożliwia wyznaczenie wartości funkcji Hubble'a z zależności, która ją definiuje, tj. $H(z) \equiv \dot{a}/a = -1/(1+z)(dz/dt)$. Tutaj funkcja wiarygodności ma następującą postać

$$L_H \propto \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\sum_{i=1}^{N_2}\frac{\left(H(z_i) - H_i(z_i)\right)^2}{\sigma_i^2}\right]\right). \tag{11}$$

Korzystając z faktu, że wszystkie opisane powyżej dane są niezależne, ostateczna funkcja wiarygodności będzie miała następującą postać $L = L_{SN}L_RL_AL_H$ z całkowitą ilością danych równą $N = 192 + 1 + 1 + 9$.

W tabeli 2 znajdują się wartości wielkości AIC oraz konsystentnej wersji AIC dla modeli zebranych w Tabeli 1.

Tabela 2. Wartości AIC oraz CAIC dla modeli z Tabeli 1.

Model	AIC	CAIC
1	217.88	**226.51**
2	219.89	232.83
3	**217.02**	234.27
4	217.49	234.74
5	220.01	237.26
6	219.16	236.41
7	221.88	239.13
8	218.88	231.82
9	226.87	235.50
10	221.88	239.13

Jeśli weźmiemy pod uwagę ranking na podstawie wielkości AIC, najlepszym modelem spośród rozważanych jest model z dynamicznym równaniem stanu dla ciemnej energii (parametryzacja liniowa w a). Ewidencja na korzyść modelu ΛCDM, modelu kwintesencji, modelu Int DE oraz modelu Cardassian względem najlepszego modelu jest znacząca. Jedynie model DGP jest bardzo mało prawdopodobny w świetle danych, natomiast ewidencja na korzyść pozostałych modeli jest widocznie mniejsza w stosunku do modelu najlepszego.

Wyniki znacznie się zmieniają po zastosowaniu konsystentnego kryterium AIC. W tym przypadku najlepszym modelem jest model ΛCDM, ewidencja na korzyść pozostałych modeli jest niewielka, modele z oscylującym E.Q.S, Int DE, BΛCDM, Sahni-Shtanov są bardzo mało prawdopodobne, z kolei ewidencja na korzyść modelu DGP jest nieco większa niż w poprzedniej analizie.

Ta znacząca różnica spowodowana jest postacią drugiego czynnika w wyrażeniu na AIC i CAIC (jest to tzw. *penalty term*), CAIC silniej karze modele posiadające więcej parametrów.

Co do jednego wniosku oba kryteria są zgodne: model ΛCDM znajduje się na wyróżnionej pozycji.

Analizując grupę modeli tłumaczących przyśpieszenie ekspansji Wszechświata za pomocą hipotezy o istnieniu ciemnej energii, dochodzimy do podobnych wniosków. Biorąc pod uwagę wartości AIC, najlepszym modelem jest model z dynamicznym równaniem stanu dla ciemnej energii, przy czym ewidencja na korzyść modelu ΛCDM i modelu kwintesencji jest znacząca, ewidencja na korzyść pozostałych modeli jest widocznie mniejsza. Badając wartości CAIC, stwierdzimy, że najlepszym modelem jest model ΛCDM, natomiast ewidencja na korzyść pozostałych modeli jest znacznie mniejsza, z wyjątkiem modelu z oscylującym równaniem stanu, który jest tu mało prawdopodobny.

Podobną analizę można przeprowadzić w oparciu o modele, które tłumaczą przyśpieszenie ekspansji Wszechświata poprzez modyfikację lub uogólnienie równań FRW. Tutaj do takich samych wniosków dochodzimy na podstawie wartości AIC oraz CAIC: najlepszym modelemjest model Cardassian, ewidencja na korzyść pozostałych modeli jest wyraźnie mniejsza.

5. AIC – ISTOTA KRYTYKI A WARUNKI UZASADNIENIA KRYTERIUM

Informacyjne kryterium Akaike posiada dobrze ugruntowane podstawy w teorii informacji. Tutaj prawdę, rzeczywistość możemy jedynie aproksymować poprzez model teoretyczny, zdefiniowany za pomocą wektora parametrów. Taki model powinien dobrze tłumaczyć dane oraz mieć pewną zdolność przewidywania. Przytaczając stwierdzenie G. Boxa: ,,Wszystkie modele są złe, ale niektóre są użyteczne", widzimy, że powyższe stwierdzenia nieco kłócą się z poglądami kosmologów, którzy szukają absolutnej prawdy, określonej poprzez skończoną ilość parametrów [21, 22] i dlatego częściej wybierają oni metody selekcji modeli oparte na teorii Bayesowskiej.

Korzystając z AIC, możemy w prosty do obliczenia sposób (wystarczy znajomość maksymalnej wartości funkcji wiarygodności oraz ilości parametrów definiujących rozważany model) porównać interesujące nas modele oraz wybrać najlepszy w sensie teorii informacji. Procedura ta odzwierciedla ideę brzytwy Ockhama: jeśli dwa modele równie dobrze opisują obserwacje, to lepiej wybrać mniej skomplikowany. W wyrażeniu na AIC znajdujemy czynnik odpowiedzialny za dobroć dopasowania (maksimum funkcji wiarygodności) oraz czynnik określający złożoność modelu (tutaj ilość parametrów), tzw. czynnik karzący (*penalty term*). Takie zestawienie jest konieczne i jest niewątpliwie zaletą tego kryterium, gdyż porównywanie modeli oparte tylko na dokładności dopasowania do danych zawodzi: dodatkowy parametr poprawia dopasowanie, a więc model najbardziej złożony byłby zawsze tym najlepszym.

Prosta postać AIC ma oczywiście swoje konsekwencje – założenia, które muszą być spełnione, co ogranicza stosowalność tego kryterium. I tak np.

wielkość AIC jest wyprowadzana przy założeniu, że ilość obserwacji jest nieskończenie duża. Tego założenia oczywiście nie jesteśmy w stanie spełnić, mówi się raczej o tym, że ilość danych (N) musi być duża w porównaniu z ilością parametrów (d) rozważanego modelu i przyjmuje się, że kryterium to można stosować, jeśli $N / d > 40$.

Za wadę AIC uważa się również brak konsystencji tego kryterium [14], tj. nawet przy bardzo dużej liczbie obserwacji prawdopodobieństwo, że AIC wskaże poprawny model, nie jest równe 1.

Najbardziej krytykowana przez kosmologów [40, 22, 4] jest postać czynnika karzącego w wyrażeniu na AIC. Kryterium to, w przeciwieństwie do Bayesowskiej ewidencji, karze każdy parametr, nawet jeśli nie jest on dobrze wyznaczony przez dane obserwacyjne.

Mimo tych kontrowersji związanych z krytyką AIC zapytajmy o możliwość metodologicznego uzasadnienia badanego kryterium. Najpierw rozważymy kwestię uzasadnienia stosowania wartościowania teorii opartego na zasadzie prostoty. Jak widzimy z dotychczasowych analiz, prostota nie jest już kwestią gustu czy estetyki, jak chciał Kuhn. Rodzi natomiast wiele pytań dotyczących ontologii modelowanej rzeczywistości, a przede wszystkim problemu uzasadnienia skuteczności modelowania złożonych zjawisk za pomocą prostych reprezentacji matematycznych. Jak pokazaliśmy na przykładzie modeli w kosmologii, możliwość efektywnego stosowania teorii konceptualnie prostych jest w rzeczy samej szczególnie zdumiewająca[12].

Warto postawić pytanie: czy zatem zmatematyzowane wersje kryterium prostoty nabierają tym samym cech uniwersalnej niezawodności i obiektywności jako narzędzia w ocenie i selekcji propozycji teoriomodelowych. Problem dotyczy możliwości usprawiedliwienia prostoty jako niezależnego kryterium w uzasadnianiu teorii. W filozofii nauki w odniesieniu do teorii, która uzyskuje akceptację uczonych, używa się czasem predykatu „relewantna”. Teoria może być relewantna (innymi słowy, jest ona liczącą się kandydatką do skutecznego opisu fragmentu fizycznej rzeczywistości) z kilku powodów.

---

[12] Na przykład przez prosty układ mechaniczny rozumie się w mechanice klasycznej układ opisywany przez naturalny lagrangian (energia kinetyczna jest kwadratową w prędkościach). Tego typu lagrangian stanowi ważną klasę spełniającą tzw. warunek lokalności (Fomin, rachunek wariacyjny). Dla tych układów opis poprzez równania ruchu i zasadę wariacyjną są równoważne. Takie proste układy mechaniczne opisują świat fizyczny. Pomijając interesujące filozoficznie pytanie „dlaczego?”, zwróćmy uwagę, że w tym przypadku prostota oznacza coś innego od prostoty LCDM. W tym przypadku chodzi raczej o prostą strukturę – ruch układu jest analogiczny do ruchu cząstki punktowej po powierzchni Riemanna w polu potencjału. Cóż może być prostszego od takiego przypadku.

Jedni powiedzą, że testowanie hipotez naukowych dokonuje się przez empiryczne potwierdzenia (empiriokrytycyzm); dla popperystów nie o weryfikację chodzi, a o falsyfikowanie hipotez i teoria lepiej skoroborowana[13] jest najlepszą kandydatką do miana „standardowej". Zwolennik bayesizmu nazwie relewantą taką teorię, która jest bardziej prawdopodobna. Na tej arenie znajduje się także kryterium Akaike, które, posługując się kryterium prostoty, wprowadza i preferuje nową wartość, która może warunkować akt akceptacji teorii czy modelu, mianowicie jego zdolność do przewidywania nowych danych; mówimy: zdolność predykcji, która w pracach Sobera zdobywa już status terminu technicznego: *predictive accuracy*. Czy ten stan można nazwać chaosem metodologicznym?

P.K. Fayerabend [6] pisał o pluralizmie teoretycznym, który cechowała pewna swoboda w tworzeniu (a nawet łamaniu) reguł metodologicznych. Proponujemy przyjąć tę różnorodność także w odniesieniu do wciąż podstawowego problemu w filozofii nauki, jakim jest logika konfirmacji teorii czy modelu. Przy tym wydaje się, że coraz większą trudność sprawia sformułowanie ustabilizowanych standardów selekcji konkurujących hipotez. Przyznajemy, że bliska nam jest teza Sobera, który zastanawia się wogóle nad możliwością usprawiedliwienia prostoty [30: 20]:

> Maybe there is no such thing as the justification of simplicity. It may seem pessimistic to suggest that there might be no single unified justification of simplicity in scientific inference. An even more pessimistic suggestion is that the project of justification – whether global or local – is itself impossible. Perhaps simplicity can't be justified in terms of something else. If this is right, then there are two options. Either simplicity should be rejected as an irrelevant consideration in hypothesis evaluation, or it needs to be regarded as an ultimate consideration – something that is valuable for its own sake, not because it contributes to some broader aim.

Ten ostatni wniosek w kontekście naszych rozważań kosmologicznych wydaje się być najbardziej inspirujący. W tym pluralizmie metod selekcji modeli nie ma kryteriów w sensie absolutnym, uniwersalnym. Według nas nie jest to bynajmniej pesymistyczna konstatacja, ale wysoce komfortowa sytuacja, jeśli przyjmie się zasadę, że kryteria (w tym tzw. kryteria prostoty[14]) mają status narzędzi dedykowanych do uzyskania określonych celów

[13] Czyli taka, która skutecznie oparła się próbom obalenia.

[14] Znane jest powiedzenie „simple is complex", użyte dla podkreślenia, że proste układy dynamiczne wykazują złożone chaotyczne zachowanie. To ważne odkrycie otwiera możliwości

poznawczych. Logika konfirmacji nie jest dwuwartościowa, ale jakby „z indeksem” wskazującym na informację, którą wydobywamy z modelu czy teorii; a jeszcze bardziej z rzeczywistości fizycznej przy pomocy modelu. W kontekście modeli kosmologicznych badanych przez AIC informacja o Wszechświecie wydobywana przez to kryterium w rzeczy samej daje filozofowi niezwykle dużo do myślenia. Tu (tj. w metodologicznym świecie modeli kosmologicznych) kryterium Akaike nie tylko wskazuje na modele, które, będąc najprostsze w kategoriach liczby parametrów, realizują cel skutecznego przewidywania kolejnych faktów empirycznych (*predictive accuracy*), ale wzmacnia ostrość poważnego problemu: dlaczego Wszechświat da się skutecznie – efektywnie opisywać za pomocą tak niewielkiej liczby parametrów. To nazwijmy problemem prostoty w kosmologii modeli.

Warto zwrócić uwagę jeszcze na jedną rzecz, a mianowicie coraz częściej powracające pytanie o zasadność sformułowania i przeprowadzenia rozstrzygającego eksperymentu[15] w odniesieniu do konkurujących hipotez wyjaśniających fakt przyśpieszającej ekspansji Wszechświata – tzw. eksperymentu krzyżowego. Z pewnością odkrycie faktu akceleracji Wszechświata stało się rozstrzygające dla pewnej grupy hipotez, w tym tych, którymi się zajmujemy. Niemniej jednak bardzo trudno będzie uznać to za *experimentum crucis* w odniesieniu do jednej hipotezy; nie tylko ze względu na różnego typu degeneracje obserwacyjne, ale na fakt ściśle teoretyczny: różne hipotezy same proponują obraz świata o różnym stopniu wewnętrznej spójności[16]. Zdaje się, że ten wymóg wewnętrznej spójności [8], który powinien cechować opis świata, jeszcze bardziej zwraca uwagę na kryteria oceniające dany model ze względu na parametry, na których jest oparty.

---

opisu złożonych dynamicznie układów za pomocą prostych (niskowymiarowych) układów dynamicznych o postaci $\dot{x} = f(x)$, gdzie $\dot{} \equiv \frac{d}{dt}$, t – czas, $x \in R^n$ – zmienna stanu układu, $n \geq 3$. Tutaj kontekst użycia prostoty jest podobny do tego, o którym mówimy w kontekście modelu kosmologicznego. Prostota oznacza mały wymiar przestrzeni fazowej (przestrzeń stanów układu), ponieważ gdy ten wymiar jest duży, złożoność dynamiczna jest konsekwencją złożoności samego układu.

[15] Sygnalizujemy tu kontrowersyjność samej idei eksperymentu w kosmologii, ale dla naszych potrzeb przyjmijmy za eksperyment samą czynność uteoretyzowanego zbierania danych, która w kosmologii stała się na tyle wyrafinowana, żeby nadać tej nauce status empiryczności.

[16] Zob. sekcja: *Modele kosmologiczne – aplikacja AIC.*

6. PODSUMOWANIE

W pracy dokonano studium przypadku (*case study*) modeli kosmologicznych opartych na kosmografii z punktu widzenia prostoty wyrażonej w języku statystyki w formie kryterium AIC i CAIC. Oba te kryteria (chociaż nie tak samo jednoznaczne) wyróżniły model LCDM jako najprostszy model opisujący obserwacje z użyciem parametrów.

W pracy obok standardowego kryterium AIC rozważyliśmy CAIC – konsystentny wskaźnik AIC, który uwzględnia, że liczba punktów obserwacyjnych jest skończona. Z obliczeń tych wielkości dla modeli kosmologicznych podzielonych na dwie kategorie:

1. modele z substancjalną ciemna energią,
2. modele zmodyfikowanej teorii grawitacji,

wynika, że CAIC jest bardziej selektywny i jednoznacznie wybiera model LCDM jako najlepszy (czego nie można powiedzieć o AIC). Na marginesie możemy zauważyć, że w kosmologii nie tylko testujemy modele kosmologiczne i estymujemy ich parametry, lecz także dokonujemy ich selekcji (np. według wartości AIC). Wartości AIC na skali modeli wprowadzają relację słabego porządku ($\leq$), określając ranking modeli kosmologicznych przyśpieszającego Wszechświata.

W dyskusjach dotyczących matematyczności świata [32] często jest wysławiane pytanie, dlaczego proste modele opisują rzeczywistość fizyczną. Sens pojęcia prostoty użyty w tym pytaniu jest intuicyjny. W naszej pracy wykazaliśmy, że ta prostota w przypadku modeli kosmologicznych jest dobrze sformalizowana w pojęciach AIC i jego uogólnieniach. Wydaje się, że to spostrzeżenie może być użyteczne w kontekście dyskusji wokół problemu: dlaczego prosty model kosmologiczny opisuje Wszechświat z jego niezwykłą złożonością? To pytanie jest oczywiście pytaniem filozoficznym, na które udzielali odpowiedzi filozofowie począwszy od Kanta. My skłoniliśmy się raczej do *case study* modeli kosmologicznych.

Eugene Wigner jest autorem pracy pod wymownym tytułem *The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences* [43], wyjaśnia tę niezrozumiałą skuteczność, zakładając, że to właśnie świat posiada pewną aprioryczną własność, która powoduje fizyczną adekwatność prostych modeli matematycznych.

Naszym zdaniem należy mówić nie tyle o niezrozumiałej skuteczności matematyki jako takiej, tylko o niezrozumiałej skuteczności prostych modeli fizycznych w opisie świata. W kontekście kosmologicznym pytanie

Wignera powinno brzmieć: jak to możliwe, że prosty model LCDM opisuje cały złożony Wszechświat w największej obserwowalnej skali? Powyższe pytanie jest szczególnym przypadkiem ogólniejszej kwestii: dlaczego proste modele fizyczne (np. oscylator harmoniczny, zagadnienie Kepplera etc.) opisują świat w jego ogromie złożoności? Zaletą kryterium Akaike jest, naszym zdaniem, to, że wartościuje ono model z punktu widzenia jego adekwatności w stosunku do świata, co sprawia, że pojęcie prostoty użyte w powyższych kontekstach staje się adekwatne. Co więcej, wiąże fizyczną adekwatność prostych modeli z własnościami samego świata, jak chce A. Staruszkiewicz [32].

BIBLIOGRAFIA

[1] D.M. Bailer-Jones, *When scientific models represent*, „International Studies in the Philosophy of Science" 17 (2003), no. 1, s. 59-74.
[2] S.L. Bridle, O. Lahav, J.P. Ostriker, P.J. Steinhardt, *Precision cosmology? not just yet*, „Science" 299 (2003), s. 1532.
[3] A.S. Eddington, *Czy wszechświat sie rozszerza?*, Warszawa: WUW 2006.
[4] G. Efstathiou, *Limitations of Bayesian Evidence Applied to Cosmology*, „Monthly Notices of the Royal Astronomical Society" 388 3 (2008), s. 1314-1320.
[5] G. Ellis, T. Buchert, *The universe seen at different scales*, „Physics Letters A" 347 (2005), s. 38-46.
[6] P.K. Feyerabend, *Explanation, reduction, and empiricism*, [w:] *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, ed. H. Feigl, G. Maxwell, Minneapolis: University of Minnesota Press 1962, s. 28-97.
[7] R.N. Giere, *How models are used to represent reality*, „Philosophy of Science" 71 12 (2004), s. 742-752.
[8] O. Gingerich, *How Galileo changed the rules of science*, „Sky and Telescope" 85 (1993), s. 32-36.
[9] A. Grobler, *Metodologia nauk*, Kraków: Aureus i ZNAK 2006.
[10] Z. Hajduk, *Pojęcie i funkcja modelu*, „Roczniki Filozoficzne" 20 (1972), z. 3, s. 77-124.
[11] S. Hartmann, *Modeling in philosophy of science*, [w:] M. Frauchiger, W.K. Essler (eds.), *Representation, Evidence, and Justification: Themes from Suppes*, (Lauener Library of Analytical Philosophy, vol. 1), Frankfurt: ontos Verlag 2008.
[12] O. Hrycyna, M. Szydłowski, *Route to lambda in conformally coupled phantom*, „Physics Letters B" 651 (2007), s. 8.
[13] ———, *Extended Quintessence with non-minimally coupled phantom cosmology*, „Physical Review D" 76 (2007), s. 123510.
[14] R. Kashyap, *Inconsistency of the AIC rule for estimating the order of autoregressive models*, „IEEE Trans. Auto. Control" 25 (1980), s. 996-998.
[15] M. Kowalski [et al.], *Improved cosmological constraints from new, old and combined supernova datasets*, „The Astrophysical Journal" 686 749 (2008).

[16] Ł. K u k i e r, M. S z y d ł o w s k i, P. T a m b o r, *Kryterium Akaike: prostota w jezyku statystyki*, „Roczniki Filozoficzne" 57 (2009), nr 1, s. 97-126.
[17] A. K u r e k, O. H r y c y n a, M. S z y d ł o w s k i, *Constraints on oscillating dark energy models*, „Physics Letters B" 659 (2008), s. 14.
[18] A. K u r e k, Ł. K u k i e r, M. S z y d ł o w s k i, P. T a m b o r, *Wstęp do bayesowskiej metodologii współczesnej kosmologii*, „Zagadnienia Filozoficzne w Nauce" 45 (2009), s. 62-96.
[19] A. K u r e k, M. S z y d ł o w s k i, *The ΛCDM Model in the Lead-A Bayesian Cosmological Model Comparison*, „The Astrophysical Journal" 675 (2008), s. 1-7.
[20] G. L e m a î t r e, *The expanding universe*, „Monthly Notices of the Royal Astronomical Society" 91 (1931), s. 490-500.
[21] A.R. L i d d l e, *How many cosmological parameters?*, „Monthly Notices of the Royal Astronomical Society" 351 (2004), s. L49-L53.
[22] A.R. L i d d l e, *Information criteria for astrophysical model selection*, „Monthly Notices of the Royal Astronomical Society" 377 (2007), s. L74-L78.
[23] V. L u k a s h, Cosmological model: from initial conditions to structure formation, „Nuovo Cimento" B122 (2007), s. 1411-1422.
[24] M. M o r r i s o n, *Modeling nature: Beetwen physics and the physical world*, „Philosophia Naturalis" 54 (1998), s. 65-85.
[25] ———, *Approximating the real: The role of idealizations in physical theory*, [w:] *Idealization xii: Correcting the model, idealization and abstraction in the sciences*, „Poznan Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities" 86 (2006), s. 145-172.
[26] J. M r o ż e k, *Status poznawczy matematyki*, Gdańsk: Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego 2004.
[27] E. N a g e l, *Struktura nauki*, Warszawa: PWN 1961.
[28] S.R. S m i t h, Models and the Unity of the Classical Physics: Nancy Cartwright's Dappled World, „Philosophy of Science" 68 12 (2001), s. 456-475.
[29] E. S o b e r, *Instrumentalism, parsimony, and the akaike framework*, „Philosophy of Science" 69 (2002), s. 112-123.
[30] ———, *What is the problem of simplicity?*, [w:] H. K e u z e n k a m p, M. M c A l e e r, A. Z e l l n e r (eds.), *Simplicity, Inference, and Econometric Modelling*, Cambridge University Press, Cambridge 2002, s. 13-32.
[31] L.M. S o k o ł o w s k i, *Teorie efektywne i emergencja fizycznego obrazu świata*, [w:] M. H e l l e r, J. M ą c z k a (eds.), *Struktura i Emergencja*, Tarnów: Biblos 2006.
[32] A. S t a r u s z k i e w i c z, *Co znaczą słowa Einsteina „Bóg pomysłowy, lecz nie złośliwy"*, „Roczniki Filozoficzne" 28 (1980), s. 67-69.
[33] F. S u p p e, *The Semantic Conception of Theories and Scientific Realism*, Chicago 1989.
[34] P. S u p p e s, *Set-Theoretical Structures in Science*, Stanford 1967.
[35] M. S z y d l o w s k i, *Cosmological zoo: Accelerating models with dark energy*, „Journal of Cosmology and Astroparticle Physics" 0709 (2007), s. 007.
[36] M. S z y d ł o w s k i, A. K u r e k, *AIC, BIC, Bayesian evidence and a notion on simplicity of cosmological model*, (2008), e-print: arXiv:0801.0638.
[37] M. S z y d ł o w s k i, A. K u r e k, A. K r a w i e c, *Top ten accelerating cosmological models*, „Physics Letters B" 642 (2006), s. 171-178.
[38] M. S z y d ł o w s k i, P. T a m b o r, *Model Kosmologiczny (LCDM,CDM) w schemacie pojęciowym efektywnych teorii wszechświata*, „Filozofia Nauki" 19 (2008), s. 119-139.
[39] R. T r o t t a, *Bayes in the sky: Bayesian inference and model selection in cosmology*, „Contemporary Physics" 49 (2008), no. 2, s. 71-104.
[40] ———, *Bayes in the sky: Bayesian inference and model selection in cosmology*, „Contemporary Physics" 49, 2 (2008), s. 71-104.

[41] B. v a n F r a a s e n, *Laws and Symmetry*, Oxford: Clarendon Press 1989.
[42] S. W e i n b e r g, *Gravitation and Cosmology*, New York: Wiley 1972.
[43] E. W i g n e r, *The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences*, „Communications in Pure and Applied Mathematics" 13 (1960), no. 1.

SIMPLICITY OF THE COSMOLOGICAL MODEL VS. COMPLEXITY OF THE UNIVERSE

S u m m a r y

In this paper we continue our previous investigation od Akaike simplicity criterion [16] which plays the crucial role in the E. Sober philosophy of science [29] in the context of the modern cosmology.

We consider different models of accelerating Universe which describe the current evolution of the Universe. We demonstrate that the generalized Akaike criterion (Bozdogen criterion) distinguishes the very simple standard cosmological model called LCDM (Lamda Cold Dark Matter model) whereas the standard Akaike criterion doesn't give such unique indication. We demonstrate that the case study of cosmological models may be suitable in searching for more adequate criterion of the simplicity in the context of the philosophy of science.

Translated by Marek Szydłowski and Paweł Tambor

Słowa kluczowe: kryterium Akaike, prostota, filozofia nauki, model kosmologiczny, kryteria selekcji modeli

Key words: Akaike Information Criterium AIC, Simplicity, Philosophy of Science, Cosmological Model, Model Selection.

Information about Authors:

Prof. Dr. MAREK SZYDŁOWSKI – Department of Theoretical Physics, The John Paul II Catholic University of Lublin, & Complex Systems Research Center, Jagiellonian University; address for correspondence: Al. Racławickie 14, PL 20-950 Lublin; e-mail: uoszydlo@cyf-kr.edu.pl

Rev. PAWEŁ TAMBOR, Ph.D. – Department of Theoretical Physics, The John Paul II Catholic University of Lublin; address for correspondence: Al. Racławickie 14, PL 20-950 Lublin; e-mail: xpt@poczta.fm