

PAWEŁ TAMBOR  
MAREK SZYDŁOWSKI

## CZY MODEL WSZECHŚWIATA POWINIEN BYĆ STRUKTURALNIE STABILNY?<sup>1</sup>

### 1. WSTĘP. EWOLUCJA WSZECHŚWIATA WYZNACZONA PRZEZ PARAMETRY MODELU

Ostatnie kilkadziesiąt lat rozwoju kosmologii jest świadectwem jej przemian w kierunku kosmologii rozumianej jako pełnoprawna dyscyplina fizyczna, badająca Wszechświat z wykorzystaniem całej znanej nam fizyki. Ten zwrot w swoim rozwoju zawdzięcza ona dostępnym danym obserwacyjnym, uzyskiwanym za pomocą teleskopów i detektorów. Dzięki tym narzędziom (naziemne i pozaziemskie obserwacje satelitarne) astronomowie mogą robić mapy wielkoskalowej struktury Wszechświata i próbować najwcześniejsze etapy ewolucji Wszechświata. Ewolucja ta jest opisywana przez klasyczną teorię grawitacji Einsteina, ale nacisk kładzie się na badanie procesów fizycznych, które zachodziły i zachodzą w ewolucji Wszechświata. Charakterystyczne jest ciągle poszerzanie bazy empirycznej oraz pełne wykorzystanie całego widma promieniowania elektromagnetycznego. Obserwacje oczywiście są zależne od modelu geometrycznego, lecz zakłada się, że w dużej skali Wszechświat jest jednorodny i izotropowy, co zdecydowanie

---

Ks. dr PAWEŁ TAMBOR — Wydział Teologii KUL oraz Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych w Krakowie; adres do korespondencji: ul. Jana Pawła II 7, 25-025 Kielce; e-mail: [pawel.tambor@gmail.com](mailto:pawel.tambor@gmail.com)

Prof. dr hab. MAREK SZYDŁOWSKI — Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej UJ; adres do korespondencji: 33-122 Wierchosławice 613; e-mail: [marek.szydowski@uj.edu.pl](mailto:marek.szydowski@uj.edu.pl)

Autorzy są wdzięczni Adamowi Krawcowi za dyskusję. Praca Marka Szydłowskiego była finansowana przez grant NCN DEC-013/09/B/ST2/03455.

<sup>1</sup> Pojęcie strukturalnej stabilności modeli kosmologicznych było intensywnie badane w pracach Michała Hellera, Marka Szydłowskiego, Zdzisława Gołdy i Pawła Tambora [23, 25]. W niniejszym artykule analizujemy to pojęcie w kontekście zastosowania w metodologii kosmologii.

upraszcza analizę obserwabli kosmologicznych. Ewolucja Wszechświata jest możliwa do opisu w pojęciach równań różniczkowych zwyczajnych (układu dynamicznego). Jest to podyktowane przyjętą idealizacją — zasadą kopernikańską, głoszącą, że obraz Wszechświata widziany przez obserwatora fundamentalnego z dowolnego punktu i w dowolnym kierunku jest identyczny. W ten sposób ewolucja Wszechświata staje się zdeterminowana przez prosty układ dynamiczny, w którym pojawiają się pewne parametry, które należy wyznaczyć obserwacyjnie, bądź z bardziej fundamentalnej teorii. Zawierają one informacje o warunkach początkowych dla ścieżki ewolucyjnej Wszechświata. W kosmologii warunki początkowe posiadają status praw, ponieważ nie mogą być wzięte z zewnątrz. Dlatego też, dopóki prawa ewolucyjne Wszechświata są sformułowane w postaci równań różniczkowych, musimy w jakiś sposób je zadać, np. z obecnych obserwabli astronomicznych, albo też się od nich uwolnić. Przełom w kosmologii współczesnej jest podyktowany tym, że obecne dane astronomiczne stwarzają możliwość ich pomiaru.

Standardowy Model Kosmologiczny upodabnia się do standardowego modelu cząstek elementarnych, gdzie istnieje kilkaset parametrów w opisie świata cząstek elementarnych. Co więcej, sądzi się, że każda nowa teoria fizyczna (np. teoria superstrun) winna tłumaczyć relacje znane z modelu standardowego<sup>2</sup>. Standardowy model kosmologiczny jest nazywany modelem  $\Lambda$ CDM dla zaznaczenia, że jest to model geometryczny o symetrii przestrzennej (jednorodności i izotropii) wypełniony materią nierelatywistyczną (stąd zimną), na którą składa się materia barionowa (elektrony, protony) oraz tzw. materia ciemna (grawitująca, chociaż nie emitująca fal elektromagnetycznych). Dodatkowo zakłada się, że istnieje niezerowa stała kosmologiczna, opisująca tzw. ciemną energię, która jest napędem dla przyspieszonej ekspansji Wszechświata [17]. Model geometryczny  $\Lambda$ CDM jest podstawą do wyprowadzenia tzw. obserwabli kosmologicznych (klasycznych testów kosmologicznych), które bazują na analizie rozchodzenia się fotonów w czasoprzestrzeni modeli kosmologicznych. Testy te należą do obszaru kosmografii i testują jedynie kinematyczny sektor modelu, lecz na tle tego modelu możemy rozważać ewolucję zaburzeń prowadzących do powstawania struktur. Z kolei obserwacje mikrofalowego promieniowania tła przez satelitę WMAP (*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*) pozwalają na ścisłe ograniczenie parametrów modelu [19]. Jeśli do parametrów modelu  $\Lambda$ CDM dodamy jeszcze kilka dodatkowych parametrów, które charakteryzują widmo CMB (*Cosmic*

---

<sup>2</sup> Andrzej Staruszkiewicz — informacja prywatna.

*Microwave Background*), to otrzymamy siedmioparametrowy model Wszechświata, zwany „waniliowym” modelem Wszechświata.

Z metodologicznego punktu widzenia ważne są następujące cechy standardowego modelu kosmologicznego: 1) określony jest zakres stosowalności modelu; 2) parametry nowego modelu powinniśmy określić albo z obserwacji, albo z bardziej fundamentalnej teorii (np. powstającej w procesie *emergencji*); 3) model opisuje w efektywny sposób obserwacje, np. obecną przyspieszoną ekspansję Wszechświata.

Zakres stosowalności jest określony przez klasyczne obcięcie klasycznej teorii grawitacji<sup>3</sup>. Stephen Hawking we wstępie do rozdziału dotyczącego ogólnej teorii względności (OTW) pisze [8: 69]:

Pojęcie różnorodności w naturalny sposób odpowiada naszym intuicyjnym wyobrażeniom o ciągłości przestrzeni i czasu. Dzisiaj taka ciągłość jest ustalona do odległości  $10^{-15}$  cm z eksperymentu nad rozpraszaniem pionów. Trudno będzie rozszerzyć to pojęcie ciągłości na odległości mniejsze [...]. Możliwe, że C–P w mniejszych skalach posiada inną strukturę.

Standardowy Model Kosmologiczny (SMK) jest limitowany także przez warunek stosowalności przybliżenia jednorodności i izotropii przestrzennej i rozkładu masy. Obecnie podejmowane są próby wyjścia poza paradygmat modelu spełniającego zasadę kopernikańską [12].

Należy podkreślić, że zgodnie na SMK towarzyszy pełna świadomość założeń „idealizacyjnych” modelu oraz poszukiwanie małej zmiany paradygmatu przy zachowaniu  $\Lambda$ CDM jako poprawnego „pierwszego przybliżenia modelu”. Wyobrażamy sobie, że zmiana modelu będzie mieć charakter „perturbacyjny” (poprzez dodanie nowych epicykli).

Zmianę, jaka się dokonała we współczesnej kosmologii, dobrze ilustruje monografia Stevena Weinberga [30]. Jeśli porównamy spis jej zagadnień z wcześniejszą monografią tego autora [29], to dostrzeżemy drogę, jaką kosmologia przeszła. W pracy z 1972 r. odnajdujemy przegląd różnych modeli kosmologicznych. W najnowszej z 2008 r. wykład rozpoczyna się już od wykładu modelu  $\Lambda$ CDM. To jest świadectwo przesunięcia zainteresowań i akcentów — od badania zbioru możliwych wszechświatów do badania naszego Wszechświata, który stał się niejako „nasz” z chwilą, gdy uzyskaliśmy dane obserwacyjne pozwalające na jego badanie. Wyznaczanie (estymacja) parametrów kosmologicznych jest obecnie centralnym problemem kosmo-

<sup>3</sup> SMK jest modelem klasycznym w tym sensie, że jest nabudowany na OTW [27]. Inflację traktujemy jako hipotezę, której nie włączamy do modelu standardowego.

logicznym. Jakość danych obserwacyjnych jest coraz lepsza, a rozmiary próbek coraz większe. Z drugiej strony dane obserwacyjne są uzyskiwane z coraz to różnych źródeł<sup>4</sup>. W estymacji parametrów modelu stosuje się bayesowską metodologię wzmacniania przez dodatkowe świadectwa [26].

Innym podejściem, które może być użyteczne w analizie własności modeli kosmologicznych, jest posłużenie się pojęciem strukturalnej niestabilności modelu. Pojęcie strukturalnej stabilności układu odnosi się do układu dynamicznego. Ponieważ ewolucję Wszechświata można zapisać za pomocą odpowiedniego układu dynamicznego, to zasadne jest badanie strukturalnej stabilności tego układu, co możemy interpretować jako badanie jego (tj. modelu) odporności na wpływ małych zaburzeń. Własność strukturalnej stabilności jest wewnętrzną własnością samego układu i nie zależy od natury tych małych zaburzeń. Przejście do modelu strukturalnie stabilnego oznacza przejście do modelu bardziej realistycznego. W przypadku kosmologii oznacza przejście od CDM do LCDM. Te dwa zbliżające się do siebie modele generują interesujące zagadnienie na styku. Obie teorie (modele) są cenną wartością współczesnej nauki o świecie fizycznym i obie posiadają status teorii efektywnych. Czy kolejne modele wpiszą się w ten schemat poznawczy teorii efektywnych i jak poruszać się w tej swoistej *wieży*, którą tworzą wzajemnie warunkujące się i bazujące na sobie teorie efektywne — to są interesujące pytania, które, chcąc nie chcąc, mają związek z emergencją rozumianą w sensie słabym (emergencji epistemologicznej), a także z pojęciem fundamentalności. Własność stabilności strukturalnej modelu kosmologicznego traktujemy jako jakościowo istotną i w pewnym sensie „nową”. Do jej analizy stosujemy pojęcie emergencji epistemologicznej, które odróżniamy od jej wersji ontologicznej i metodologicznej.

Organizacja pracy jest następująca. W rozdziale pierwszym prezentujemy ogólną koncepcję emergencji. W rozdziale drugim przedstawiamy podstawy teorii układów dynamicznych, za której pomocą dokonujemy modelowego opisu Wszechświata. W rozdziale trzecim wykazujemy strukturalną niestabilność modelu CDM oraz strukturalną stabilność modelu LCDM, który zyskuje nową własność, tłumaczącą akcelerację Wszechświata. Emergencja tej nowej własności modelu może być opisana przez bifurkację parametru stałej kosmologicznej. Ta nowa własność emergentna jest heurystycznie płodna w tym sensie, że otwiera możliwość wyjaśniania faktu obserwacyjnego, jakim jest odkryta przyspieszona ekspansja Wszechświata z obserwacji odległych gwiazd supernowych typu SNIa.

---

<sup>4</sup> Dane astrofizyczne mogą służyć do znajdowania ograniczeń na parametry modelu.

## 2. OGÓLNA KONCEPCJA EMERGENCJI

Celem naszej pracy jest pokazanie, że ukonstytuowanie się w praktyce kosmologicznej modelu  $\Lambda$ CDM jako modelu standardowego wiąże się z teoretycznym przejściem między  $\Lambda$ CDM a poprzednikiem — CDM, które może być rozważane za pomocą pojęcia emergencji.

Teoria emergencji ma swoje klasyczne umocowanie w pracach George'a Henry'ego Lewesa (*Problems of Life and Mind*<sup>5</sup>), ale przede wszystkim w dorobku Samuela Alexandra, C.L. Morgana i C.D. Broada [1, 13, 7]. Współcześnie do klasyków emergencji można już chyba zaliczyć Jaegwona Kima i Paula Humphreysa [10, 9]. Niewątpliwie wśród najnowszych prac ważnych należy wymienić [6, 18].

Emergencja zakłada istnienie możliwych do wyodrębnienia poziomów rzeczywistości. W tej pracy pokazujemy, że relacja emergencji daje się też wykorzystać jako narzędzie, które wyodrębnia już nie *poziomy rzeczywistości*, ale istotnie różne *poziomy opisu* tego samego fragmentu rzeczywistości [6].

Pojęcie emergencji znajduje zatem zastosowanie nie tylko w naukach biologicznych, ale także w matematyce, mechanice kwantowej, teorii chaosu, chemii fizycznej czy filozofii umysłu. Warto także podkreślić, że pojawiają się prace, które wskazują, że możliwe jest mówienie o emergencji także w *środoisku* czystego systemu logicznego [15].

Jeśli chcemy stosować pojęcie emergencji w metodologicznym kontekście rekonstrukcji relacji między teoriami i modelami w nauce, musimy być świadomi dwóch trudności. Po pierwsze, trudno wyjaśnić jak emergencja „działa”, jaką naturę ma mechanizm emergencji, w skrócie: jak wyłaniają się nowe poziomy struktur. Wystąpienie własności emergentnej można wyrażać i badać w języku ontologii, epistemologii lub metodologii. Już klasyczna filozoficzna teoria emergencji wskazywała na zróżnicowanie tych kontekstów: Samuel Alexander wykazuje, że emergencja dotyczy nowych jakości, które ujawniają się na nieredukowalnych do siebie poziomach rzeczywistości. C.D. Broad szuka natomiast emergencji głównie na poziomie opisu rzeczywistości (na poziomie modelu). Po drugie, analizy wymaga istotna kwestia ściśle filozoficzna: co tak naprawdę emergencja wyjaśnia. Istnieje dyskusja dotycząca tego, w jakich „jednostkach” wyrażać emergentne własności: wystąpienia nowego efektu, informacji, własności, prawa, struktury

---

<sup>5</sup> Tu użyte w kontekście przemian ewolucyjnych: pojawienie się procesów życiowych i procesów mentalnych jako *emergentnych*.

czy zjawiska. Trudno jest sformułować jednolitą teorię emergencji. Dokonujemy zatem koniecznych rozróżnień, by adekwatnie używać predykatu *emergentny* w kontekście modeli kosmologicznych.

O własności emergentnej można ogólnie powiedzieć przede wszystkim to, że jest własnością nowego rodzaju (typu), nie ma charakteru fundamentalnego, jest jakościowo różna od własności, z których się wyłania (np. podlega innym prawom), ma charakter systemowy → przysługuje tylko złożonym strukturalom, nigdy prostym składnikom. Charakteryzując wspomniane wyżej trzy konteksty, trzeba powiedzieć, że z emergencją ontologiczną mamy do czynienia, jeżeli własności obiektów na poziomie emergentnym nie są zdeterminowane przez ich strukturę oraz własności obiektów na poziomie niższym. Interesująca nas emergencja epistemologiczna stosuje się nie do samej rzeczywistości, ale naszego jej opisu; a zatem możemy powiedzieć, że wiedza o własnościach obiektów nie może być wywiedziona z wiedzy o ich strukturze i z wiedzy o ich składnikach. Jeśli natomiast mówimy o prawach, które nie mogą być wyjaśnione przez analizę struktury tych obiektów i przez prawa teorii, traktujemy emergencję metodologicznie. Czasem to rozróżnienie (emergencja ontologiczna, epistemologiczna i metodologiczna) uzupełnia się poprzez dodatkowe charakterystyki. Wskazujemy na istnienie emergencji interakcyjnej, kiedy nowa cecha systemu może być wyjaśniona w oparciu o relacje (interakcje) między elementami systemu, albo o emergencji aktualizacyjnej: emergencja jest realizacją szczególnych własności istniejących w częściach całości, ale własność emergentna jest nieprzewidywalna na podstawie wiedzy o własnościach składników całości.

Mimo problemów teoretycznych relacja emergencji staje się coraz bardziej popularna w dyskursie dotyczącym bezpośrednio filozofii nauki. W kontekście kosmologii uważamy, że *metodologicznie bezpiecznie* jest mówić o wersji emergencji uważanej za słabszą — emergencji epistemologicznej (własność emergentna jest nieprzewidywalna, wiedza o własnościach obiektów na wyższym poziomie nie może być wywiedziona z wiedzy o ich strukturze i z wiedzy o ich składnikach). Dotyczy ona istotnie różnych poziomów opisu tych samych faktów, ale w ramach tej samej teorii. Emergencja ma charakter epistemiczny, gdy twierdzimy, że własność emergentna pojawiająca się w strukturze nie może zostać wyjaśniona (przewidziana) w kontekście i na podstawie teorii, która dotyczy składników tej struktury.

### 3. MODELE KOSMOLOGICZNE JAKO UKŁADY DYNAMICZNE Z PARAMETRAMI

Pojęcie układu dynamicznego jest klasycznym przykładem pojęcia matematycznego, które wyrosło ze świata fizycznego. Najogólniej rzecz ujmując, można powiedzieć, że układ dynamiczny jest modelem matematycznym deterministycznego procesu fizycznego [5].

Niech  $x$  jest wielkością reprezentującą stan układu ( $x \in R^n$ ). Może to być pewien wektor, który charakteryzuje stan układu w pewnej chwili czasu  $t$  (w kosmologii rolę takiego parametru odgrywa czas kosmologiczny). W naturalny sposób możemy skonstruować przestrzeń  $n$ -wymiarową, której współrzędnymi są wielkości  $x_i$ , ( $i=1, \dots, n$ ) wyznaczające stan układu w dowolnej chwili. W ten sposób dochodzimy do pojęcia przestrzeni fazowej, tj. przestrzeni stanów układu w dowolnej chwili czasu.

Rozważmy teraz proces deterministyczny, dla którego znamy prawa ewolucji, które dają się zapisać w postaci:

$$\dot{x}_i \equiv \frac{dx_i}{dt} = f^k(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (1)$$

gdzie  $i=1, \dots, n$ ;  $k=1, \dots, n$ . Równanie (1) niesie bardzo prostą treść fizyczną: szybkość zmian stanu układu jest jedyną funkcją stanu układu. O wielkościach  $x_i$  możemy myśleć jak o koncentracji  $i$  — tej substancji biorącej udział w reakcji chemicznej, ale także jak o wielkości opisującej rozmiar Wszechświata w dowolnej chwili czasu kosmologicznego.

Jeśli funkcje  $f^k$  są różniczkowalne (gładkie), to matematycy dowodzą, że po pierwsze rozwiązania układu dynamicznego istnieją, a po drugie są one jednoznaczne. Rozwiązanie układu jest funkcją dwóch zmiennych:

$$x_i = x_i(x_0, t) \quad (2)$$

warunków początkowych  $x_{i,0} = x_i(t=0)$  zadanych w pewnej umownej chwili czasu (powiedzmy  $t=0$ ) oraz czasu. Jednoznaczność rozwiązań oznacza, że warunek początkowy w jednoznaczny sposób zadaje rozwiązanie układu, które w przestrzeni stanów układu jest reprezentowane przez krzywą (zwaną krzywą fazową). Krzywe fazowe nie mogą się przecinać w przestrzeni fazowej z uwagi na zagwarantowaną gładkość funkcji  $f^k$ .

Pośród rozwiązań układu szczególne miejsce zajmują tzw. rozwiązania stacjonarne  $\forall i \quad \dot{x}_i = f^k(x_i) = 0$ . Z fizycznego punktu widzenia reprezentują one położenia równowagi układu albo jego stany stacjonarne. Z matematycznego punktu widzenia są to tzw. punkty krytyczne układu, do których trajektorie dążą po krzywych fazowych lub od których starują. Punkty krytyczne są osiągnięte po nieskończonym czasie, tak że nie ma mowy o przecinaniu się trajektorii w tych punktach.

Układ krzywych fazowych i punktów krytycznych<sup>6</sup> tworzy pewną geometryczną strukturę, którą nazywa się *portretem fazowym*. Portret fazowy jest geometryczną wizualizacją (w przestrzeni fazowej) zbioru wszystkich możliwych ścieżek ewolucyjnych układu dla wszystkich możliwych warunków początkowych. Tak więc nazwa „portret fazowy” na oznaczenie struktury wszystkich rozwiązań jest jak najbardziej adekwatna.

Jeśli dodamy, że wiele praw fizyki może być reprezentowane przez układ dynamiczny, to możemy powiedzieć, że układ fazowy identyfikuje w pewnym sensie strukturę tego prawa. Dwa portrety fazowe uważamy za równoważne, jeśli trajektorie jednego z układów dają się przetransponować na drugi przy pomocy odwzorowania  $h$ , które jest obustronnie ciągłe<sup>7</sup>. Relacja równoważności portretów fazowych jest równoważnościowa, co pozwala zdefiniować klasy abstrakcji tej relacji, które są portretem fazowym danego układu, ale i dowolnego innego, który jest mu równoważny. Okazuje się, że te same portrety fazowe mogą opisywać procesy deterministyczne z niekiedy bardzo odległych dziedzin. To stwarza interdyscyplinarny charakter praw dynamiki procesów. W środowisku polskim uniwersalność matematyki nieliniowych procesów dynamicznych podkreślał Michał Tempczyk. Teoria układów dynamicznych jest właśnie tego rodzaju matematyką formułującą metody badań złożoności dynamicznej bez jawnego rozwiązywania samych równań. Oferuje ona uniwersalny język opisu ewolucji dowolnego procesu zdeterminowanego bez wnikania w jego samą naturę. To dlatego metody te stają się tak bardzo atrakcyjne w kontekście badań interdyscyplinarnych.

Wszeczeńświat (czasoprzestrzeń) jest dynamiczny i jego ewolucję przy założeniu jednorodności i izotropii można opisać za pomocą układu dynamicznego. Przyjęte założenia idealizacyjne redukują równania Einsteina na ewolucję czasoprzestrzeni do prostego układu dynamicznego typu (1), gdzie

<sup>6</sup> W ogólności — atraktorów, ponieważ zbiory graniczne, do których podążają trajektorie nie muszą być punktowe.

<sup>7</sup>  $h$  i  $h^{-1}$  ciągłe;  $h$  nazywamy homeomorfizmem.



stanem układu są rozmiary Wszechświata (czynnik skali) odniesione do dzisiejszych rozmiarów, tj.

$$x \equiv \frac{a(t)}{a_0}, \quad (3)$$

gdzie  $a_0 = a(t_0)$ ; to jest obecną wartością dla czynnika skali rekonstruującego ewolucję Wszechświata. Równania Einsteina ze źródłem w postaci cieczy wieloskładnikowej, której każdy składnik spełnia równanie stanu  $p_i = w_i \rho_i$  ( $p_i$  i  $\rho_i$  są odpowiednio ciśnieniem i gęstością energii,  $w_i = const$ ) sprowadzają się do układu dynamicznego o postaci układu reprezentującego ruch fikcyjnej cząstki — wszechświata w dołku potencjału  $V(x)$ :

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= y \\ \frac{dy}{d\tau} &= -\frac{\partial V(x)}{\partial x}, \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie  $V(x) = (-\frac{1}{2}) \sum_i \Omega_{i,0} x^{-1-3w_i}$ ,  $\Omega_{i,0} = \frac{\rho_i}{3H_0^2}$  jest bezwymiarowym parametrem gęstości dla  $i$ -tego składnika<sup>8</sup>,  $\tau$  jest czasem przeskalowanym przez obecną wartość stałej Hubble'a:  $|H_0| dt = d\tau$ . Parametry gęstości nie są niezależne i sumują się do jedności. Układ (4) zachowuje całkę energii  $\frac{1}{2} \dot{x}^2 + V(x) = E = -\frac{1}{2} \Omega_{k,0}$ .

Układ wielkości:

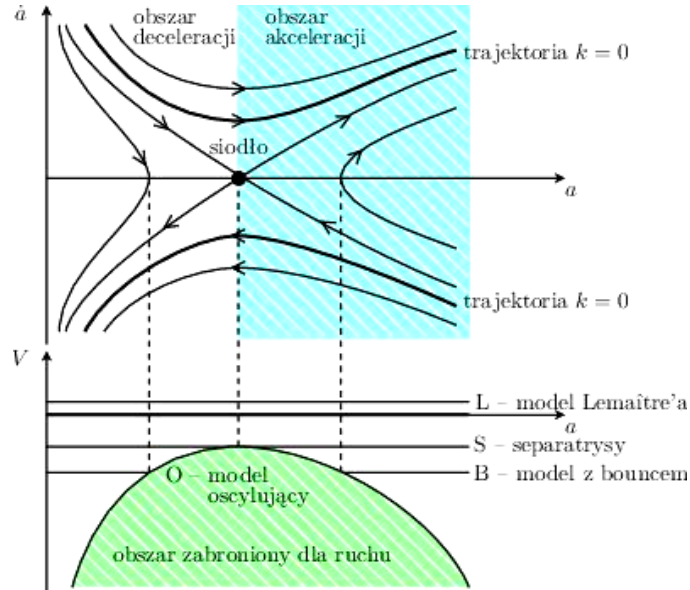
$$\{H_0, \Omega_{i,0}\} \quad (5)$$

stanowi zestaw wartości parametrów, które należy zadać, aby w jednoznaczny sposób wytyczyć ścieżkę ewolucyjną układu. Dla modelu CDM, który z definicji jest płaski  $\Omega_{m,0} = \Omega_{b,0} + \Omega_{d,m} = 1$ , możemy w jawnej formie znaleźć ewolucję  $x(t)$ . W przypadku, gdy dodatkowo założymy niezerową krzywiznę przestrzeni  $\Omega_{k,0}$  oraz niezerową stałą kosmologiczną (ciecz o równaniu stanu  $p = -\rho$ ,  $\rho = \Lambda$ ), otrzymamy układ opisany przez zestaw niezależnych 4 parametrów:

<sup>8</sup> Gdzie  $w = 0, 1/3, -1$  odpowiednio dla materii pyłowej, promieniowania i stałej kosmologicznej. Formalnie, gdy położymy  $w = 1/3$ , możemy zdefiniować tzw. fluid krzywiznowy, który rekonstruuje efekty niezerowej krzywizny przestrzennej i stąd zdefiniować  $\Omega_{k,0}$  jako krzywiznę.

$$\{H_0; \Omega_{b,0}; \Omega_{d,m}; \Omega_{\Lambda,0}; \Omega_{k,0} = 1 - \Omega_{m,0} - \Omega_{\Lambda,0}\}.$$

Wartości tych parametrów są estymowane z obserwacji astronomicznych.



Rysunek 1. Portret fazowy modelu LCDM na płaszczyźnie fazowej; czynnik skali i jego pochodna (górny panel) wraz z wykresem funkcji potencjału (dolny panel). Na portrecie fazowym punkt krytyczny na osi  $a$  reprezentujący statyczny Wszechświat Einsteina; dwie pogrubione linie reprezentujące trajektorie modelu płaskiego  $k=0$  rozdzielające płaszczyznę fazową na dwa rozłączne obszary zajęte przez modele zamknięte (leżące wewnątrz obszaru ograniczonego krzywymi) oraz otwarte (znajdujące się na zewnątrz tego obszaru). Nasz Wszechświat znajduje się gdzieś w bliskim sąsiedztwie trajektorii modelu płaskiego. W przestrzeni fazowej zaznaczono obszary, w których Wszechświat przyspiesza („akceleruje”) oraz opóźnia („deceleruje”). Wszystkie ścieżki ewolucyjne dopuszczalne przez równania można podzielić na pewne kategorie: modele oscylacyjne z początkową i końcową osobliwością oraz maksymalnymi rozmiarami, które osiąga Wszechświat (zaznaczone jako (O)), modele z odbiciem, zwanym też *bounce*, (Wszechświat się kurczy do minimalnych rozmiarów, a następnie rozszerza się do nieskończoności, oraz modele z punktem przegięcia na wykresie czasowej ewolucji czynnika skali (w tych modelach występują dwie fazy: kolejno deceleracji i akceleracji). Obszar pod wykresem funkcji potencjału jest zabroniony dla ruchu układu. Maksimum wykresu funkcji potencjału odpowiada w przestrzeni fazowej tzw. punkt siodłowy — punkt krytyczny, którego położenie jest zdeterminowane przez zerowanie się prawych stron układu i dla którego wartości własne macierzy linearyzacji układu są rzeczywiste różnych znaków.

#### 4. OD MODELU CDM DO LCDM POPRZEZ BIFURKACJĘ PARAMETRU STAŁEJ KOSMOLOGICZNEJ

Rozważane w poprzednim rozdziale układy dynamiczne pochodzenia kosmologicznego posiadały prawe strony zależne od bezwymiarowych parametrów gęstości, charakteryzowały udziały gęstości energii składników materii w gęstości krytycznej ( $\rho_{kryt} = 3H_0^2$ ) — odpowiadającej wszechświatowi płaskiemu. Dla różnych konfiguracji parametrów modelu otrzymujemy różne portrety fazowe.

Tę wartość parametrów, przy której następuje jakościowa zmiana struktury topologicznej przestrzeni fazowej, nazywamy bifurkacyjną wartością parametru, a samo zjawisko — bifurkacją. W wyniku bifurkacji w układzie pojawia się jakościowo nowy typ zachowania. Dobry przykład ilustrujący bifurkację dla tzw. układu van der Pola opisany jest prostym układem:  $\dot{x} = y$ ,  $\dot{y} = -x - \mu(x^2 - 1)y$ . Dla parametru  $\mu = 0$  układ jest standardowym oscylatorem harmonicznym, natomiast dla  $\mu > 0$  na płaszczyźnie fazowej powstaje zamknięta orbita zwana cyklem granicznym. Startując z dowolnych warunków początkowych z otoczenia cyklu, trajektoria nawija się na cykl graniczny, a ruch staje się periodyczny o stałej częstotliwości. Zjawisko wyłonienia się nowego typu zachowania układu dynamicznego zawdzięczamy pojawieniu się w układzie członu nieliniowego, którego siłę mierzy parametr  $\mu$ . Zauważmy, że już dla dowolnie małego członu ( $\mu$  małe), tego typu zamknięta krzywa fazowa wystąpi w przestrzeni fazowej, chociaż nigdy nie może pojawić się w układzie liniowym (dla  $\mu = 0$ )<sup>9</sup>.

Andrew Z. Wayne [28] analizuje tego typu efekt z punktu widzenia emergencji i redukcjonizmu. Wyróżnia dolny (*basal*) i górny — emergentny (*upper*) poziom układu<sup>10</sup>. Dolny poziom jest układem dla  $\mu = 0$  reprezentującym oscylator harmoniczny, natomiast górnym poziomem emergencji jest oscylator zaburzony małym członem nieliniowym. Jeśli mówimy o różnych stanach układów nieliniowych dla różnych wartości parametru  $\mu$ , wówczas przejście ze stanu  $\mu = 0$  do dowolnego stanu  $\mu = \mu_0 > 0$  będzie się wiązało z emergencją cyklu granicznego w przestrzeni fazowej. Oczywiście analogiczną uwagę można poczynić w stosunku do modelu LCDM, w którym parametrem swobodnym jest  $\Omega_{\Lambda,0}$ . O ile w przypadku układu van der Pola parametrem bifurkacyjnym, prowadzącym do emergencji cyklu granicznego, jest parametr  $\mu = 0$ , o tyle w SMK jest nim parametr  $\Lambda = 0$ . Dodanie

<sup>9</sup> Dla szczegółowej analizy tego typu bifurkacji zob. [16].

<sup>10</sup> Chociaż być może lepiej mówić nie o poziomach, ale o stanach emergentnych.

materii nie zmienia wniosku odnośnie do strukturalnej stabilności. Tak jak w układzie van der Pola pojawia się cykl graniczny — nowy typ zachowania, którego nie odnajdziemy w układach liniowych, tak w układzie dynamicznym modelu standardowego pojawia się stacjonarne rozwiązanie de Sittera.

Teoria bifurkacji pozwala na analizę bifurkacji w układach dynamicznych z parametrem, tj. układów o postaci  $\dot{x} = f(x, \lambda)$ , gdzie  $\lambda$  jest parametrem i pozwala nam zrozumieć przejście ruchu cieczy od ruchu laminarnego do turbulentnego w drodze bifurkacji Hopfa (do orbity okresowej), gdy zmieniamy parametr zwany liczbą Reynoldsa.

Naszym celem będzie teraz wykazanie, że pojęcie bifurkacji określone dla układu z parametrem oraz pojęcie strukturalnej niestabilności mogą być użyteczne dla określenia istoty tego, co w koncepcji emergencji jest nazywane *new unveiling properties*. Dzięki analizie bifurkacji uzyskujemy mechanizm przejścia od stanu *basal* do *upper*. Oba stany należą do tej samej kategorii — układów dynamicznych. Chodzi tutaj oczywiście o nowe własności modelu, które zwiększają jego moc predykcji nowych zjawisk. Uprzedzając analizę, możemy stwierdzić, że przy pewnej krytycznej (zerowej) wartości stałej kosmologicznej, która pełni rolę parametru kontrolnego modelu, przy jego przekroczeniu poza wartość zerową, odpowiadającą modelowi dynamicznemu CDM, pojawiają się nowe własności dynamiki, manifestujące się poprzez wyłonienie się dwóch nowych punktów krytycznych dla przypadku dodatniej  $\Lambda$  i ich zniknięcie dla ujemnej stałej kosmologicznej. Jest interesujące dla koncepcji emergencji w wyniku analizy bifurkacji, że wcześniej „uciągając” parametr  $\lambda$  tak, aby interpolować model z zerową  $\Lambda$  z modelem z pewną ściśle określoną  $\Lambda$ , potrafimy przewidzieć, w jaki sposób zmieni się struktura przestrzeni fazowej. W tym przypadku lepiej jest chyba mówić, że znajdujemy się na jednym poziomie (rodzinie) modeli ze stałą kosmologiczną, a mamy do czynienia z przejściem ze stanu  $FRW_{\Lambda=0} \rightarrow FRW_{\Lambda}$ <sup>11</sup>. Przejście to prowadzi do wyłonienia się nowej struktury, prawa opisującego ewolucję przyspieszającego Wszechświata. Struktura ta jest określona z dokładnością do topologicznej równoważności.

W pracy zakładane jest powszechne podejście do redukcjonizmu w fizyce nazywane dedukcyjnym kryterium redukowalności [14]. W tej koncepcji redukcjonizm jest relacją „wyprowadzalności” między poziomami górnym i bazowym. To, co łączy u nas oba modele, CDM i LCDM, to teoria LCDM,

<sup>11</sup> FRW: Friedman–Robertson–Walker.

gdzie  $\Lambda$  pełni rolę parametru kontrolnego. Pojęcie strukturalnej niestabilności modelu bazowego CDM, które intuicyjnie oznacza *brak odporności* ze względu na wpływ małych zaburzeń, w dodatkowy sposób jest świadectwem zmian jakościowych układu CDM.

Przejdźmy teraz do ścisłego matematycznego wystąpienia własności *kruchości* struktury układu CDM<sup>12</sup>.

Rozważmy płaski przestrzennie jednorodny i izotropowy model kosmologiczny z członem kosmologicznym, którego dynamika jest jednoznacznie opisana przy pomocy funkcji czasu — tzw. funkcji Hubble'a  $y(t)$ . Mierzy ona względne tempo ekspansji Wszechświata, którego rozmiary  $a$  zmieniają się z czasem kosmologicznym. Równania Einsteina, które rządzą ewolucją takiego Wszechświata przyjmują postać:

$$\frac{dy}{dt} = -y^2 + \frac{\Lambda}{3}. \quad (6)$$

Jak widzimy, równania te posiadają niezwykle prostą postać; dla wygody prezentacji (bez utraty ogólności rozważań) założyliśmy, że w modelu nie ma żadnej materii. Prawa ewolucji Wszechświata posiadają postać równań różniczkowych (funkcja  $y = H(t)$  jest obecna w (6) pod znakiem pierwszej pochodnej).

Dla układu (6) można podać w prosty sposób rozwiązania, startujące z osobliwości:

$$y(t) = \sqrt{\frac{3}{\Lambda}} \operatorname{th} \left( \sqrt{\frac{\Lambda}{3}} (t - t_0) \right), \quad \text{gdym } y \geq \sqrt{\Lambda/3}, \quad (7)$$

$$y(t) = \frac{1}{t - t_0}, \quad \Lambda = 0. \quad (8)$$

Zwróćmy uwagę, że gdy w równaniu (7) położymy  $\Lambda = 0$ , to oznacza, że nie tylko równania dynamiczne LCDM zostaną zredukowane do równań dla CDM, lecz także ich rozwiązania. Odpowiednie przejście uzyskujemy, przechodząc z parametrem od  $\Lambda$  do zera.

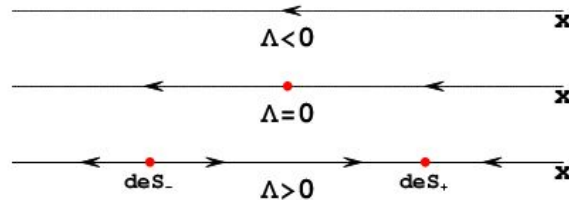
Analogiczną własność posiadają modele z cyklem granicznym. Jeśli parametr  $\mu$  zmierza do zera, to oczywiście równania przejdą w odpowiednie

<sup>12</sup> Czytelnik może jednak pominąć tę część matematyczną, ponieważ pojęcia bifurkacji czy strukturalnej niestabilności posiadają też swój intuicyjnie jasny sens.

równania dla oscylatora harmonicznego, ale nie ich rozwiązania, ponieważ cykl graniczny jest całkowicie nowym typem zachowania, które nigdy nie zdegeneruje się do nieskończonej liczby izolowanych orbit zamkniętych. Buttermann mówi o singularnym charakterze redukcji, którą interpretuje jako świadectwo emergencji: w modelu emergentnym pojawia się nowa jakościowo nieredukowalna własność. Tego typu sytuacja może być wyodrębniana i opisywana właśnie za pomocą strukturalnej niestabilności układu. Jeśli układ posiada własność strukturalnej stabilności, co oznacza, że jest niejako odporny (jak organizm żywy) ze względu na wpływ małych zaburzeń, to wówczas jakościowe własności rozwiązań będą zachowane. Dwa modele o różnej (ale tego samego znaku) wartości stałej kosmologicznej z punktu widzenia struktury przestrzeni fazowej są nieodróżnialne.

Przejdźmy teraz do matematycznego opisu bifurkacji w modelu LCDM, w którym  $\Lambda$  jest parametrem, którego wartość możemy zmieniać i patrzeć, jak zmienia się struktura rozwiązań, mająca swoją naturalną geometryczną wizualizację w koncepcji przestrzeni fazowej<sup>13</sup>. Mamy dwa typy rozwiązań, dla których rozwiązanie  $x_0 = +\sqrt{\Lambda/3}$  (wszechświat de Sittera) jest atraktorem: 1) wszechświat ekspandujący od osobliwości początkowej oraz 2) wszechświat kurczący się, osiągający minimalny rozmiar i następnie ekspandujący. Mamy w tym przypadku do czynienia z bifurkacją typu siodło — węzeł [16: 236]. Dla  $\Lambda > 0$  dla układu mamy dwa punkty krytyczne  $\dot{x} = 0$  dla  $x_0 \pm \sqrt{\frac{\Lambda}{3}}$ . Z kosmologicznego punktu widzenia punkty te reprezentują stacjonarne modele de Sittera ( $deS_{+,-}$ : ekspandujący i kurczący się. Punkt krytyczny  $deS_+$  jest stabilny (trajektorie zbiegają się z nim), natomiast punkt  $deS_-$  jest niestabilny (trajektorie z niego uciekają). Dla  $\Lambda = 0$  punkt krytyczny jest niehiperboliczny ( $Df(0,0) = 0$ ), co oznacza, że  $\Lambda = 0$  jest parametrem bifurkacji, a wektor pola  $f(x) = -x^2$  jest strukturalnie niestabilny. Dla  $\Lambda < 0$  nie występują punkty krytyczne. Portrety fazowe dla trzech omawianych przypadków przedstawia rysunek 2. Do modelu LCDM dochodzimy rozważając bifurkację modelu CDM. Jest to więc w pewnym sensie aprioryczne wyprowadzenie tego modelu.

<sup>13</sup> Poniższy tekst może być dla technicznie niezorientowanego czytelnika pominięty bez szkody dla jasności wyrażonego poglądu, że model kosmologiczny, jak i inny model dynamiczny, powinien być strukturalnie stabilny. Cały ten akapit zamieszczamy jako ścisły dowód strukturalnej stabilności zrobiony na wzór odpowiedniego rozumowania zawartego w [16: 334]



Rysunek 2. Portrety fazowe modeli kosmologicznych z parametrem kosmologicznym  $\Lambda < 0$  (a),  $\Lambda = 0$  (b),  $\Lambda > 0$  (c).  $\Lambda = 0$  jest bifurkacyjną wartością parametru

Skoncentrujmy się teraz bliżej na samej koncepcji strukturalnej stabilności układu. Pojęcie to zostało wprowadzone przez Andronowa i Pontriagina w związku z ich matematycznymi badaniami na tzw. jakościową teorią równań różniczkowych [3]. W pracy [2: 10] czytamy:

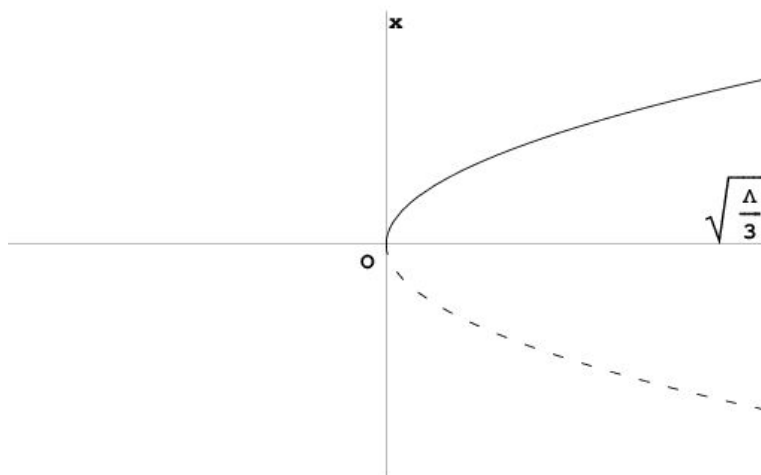
Własność strukturalnej stabilności jest szczególnie ważna, gdy mamy do czynienia z układami wynikłymi w związku z zastosowaniami fizycznymi, na przykład przy dyskusji problemów fizycznych. Wartości parametrów, wchodzących do prawych stron układu, wiążą się z fizyką; w rzeczy samej znane są jedynie z określoną dokładnością. Jeżeli małe zmiany tych parametrów prowadzą do zmiany topologicznej struktury układu dynamicznego (układ jest strukturalnie niestabilny) to jest oczywiste, że topologiczna struktura układu nie daje możliwości bezpośredniego wnioskowania o rozważnych zjawiskach. I odwrotnie, jeśli układ jest strukturalnie stabilny, to jego struktura topologiczna może pozostawać w ścisłym związku z fizycznymi własnościami zjawisk.

Dla uzupełnienia przytoczmy opinię wybitnego matematyka rosyjskiego W.I. Arnolda [4: 84]:

[...] Przy zastosowaniu dowolnego modelu matematycznego powstaje pytanie, czy nie użyliśmy błędnie matematycznych wyników do opisu rzeczywistości. W rzeczy samej założymy, że wynik jest czuły na najmniejszą zmianę modelu (powiedzmy na małą zmianę pola wektorowego określającego równanie różniczkowe), co prowadzi do modelu o zasadniczo odmiennych własnościach. Takie wyniki trudno jest rozciągać na badany proces, bowiem przy konstrukcji modelu zawsze dokonujemy idealizacji, parametry określamy w pewnym przybliżeniu, itp. W ten sposób pojawia się problem odrzucenia tych własności modelu, które są czułe na niewielkie zmiany modelu, a mogą być postrzegane jako własności realnego procesu [...] Jedną z prób wyboru takich własności doprowadziła do pojęcia strukturalnej stabilności układu.

Pojęcie strukturalnej stabilności jest wewnętrzną własnością układu, tj. nie zależy od zewnętrznego zaburzenia. Jest to ważne w kontekście wszechświata, który nie posiada „zewnątrza”. Stąd własność strukturalnej stabilności wydaje się być adekwatnym wymaganiem stawianym modelowi kosmologicznemu.

Interesującą ilustracją emergencji zachowania dynamicznego nowego typu w badanych układach jest diagram bifurkacyjny Hopfa przedstawiony na Rysunku 3.



Rysunek 3. Diagram bifurkacyjny (bifurkacja widłowa) płaskiego modelu LDM (model LCDM bez materii). Jest to tzw. typ bifurkacji siodło-węzeł, popularnie zwanej bifurkacją węzłową.

Linia przerywaną na diagramie bifurkacyjnym zaznaczono rozmaitość niestabilną, natomiast ciągłą — rozmaitość stabilną. Z diagramu bifurkacyjnego widzimy, że punkt krytyczny, reprezentujący statyczny Wszechświat Einsteina, rozdwaja się na dwa rozwiązania: stabilne de Sittera oraz niestabilne de Sittera. W naszej analizie bifurkacji pominęliśmy dla prostoty prezentacji materię, ale gdy ją uwzględnimy, to otrzymamy, że statyczny Wszechświat Einsteina „bifurkuje” do ekspandującego modelu LCDM i kurczącego się modelu LCDM. W stanie asymptotycznym rozwiązania te przechodzą w odpowiednie rozwiązania de Sittera na diagramie. Rozwój kosmologii poszedł w kierunku od rozwiązania statycznego do Wszechświata ewoluującego. Ścieżka dopuszczalna przez matematykę: rozwiązanie niestabilne — została odrzucona jako niefizyczna w kontekście odkrytej obserwacyjnie wielkoskalowej ekspansji Wszechświata. Chociaż matematycz-



nie dopuszczalne są dwie ścieżki ewolucyjne, Wszechświat wybiera jedną. Gdyby był „matematyczny”, wybrałby dwie drogi równocześnie<sup>14</sup>.

## 5. ZAKOŃCZENIE

Z przytoczonych poglądów oraz przeprowadzonych analiz wynika jasno, że pojęcie strukturalnej stabilności w swoim zamyśle jest próbą konstrukcji metodologicznego postulatu dla matematycznych modeli procesów fizycznych. Praktyka modelowania zjawisk w pojęciach układów dynamicznych znajduje powszechne zastosowanie od ekologii do kosmologii. Pojęcie strukturalnej stabilności było dyskutowane w kontekście filozoficznym [20] oraz kosmologicznym [23, 25].

Z punktu widzenia teorii emergencji pojęcie strukturalnej stabilności staje się ważne z uwagi na to, że prowadzi nas w kierunku bardzo realistycznego opisu zjawiska<sup>15</sup>. W tym sensie model LCDM, jako strukturalnie stabilny, należałoby uznać za bardzo realistyczny opis. Strukturalna stabilność modelu sprawia, że staje się on typowym (albo generycznym) opisem świata (zgodnie z twierdzeniem Peixoto [21]). Dwuwymiarowe układy dynamiczne na zwartych przestrzeniach są generyczne w przestrzeni wszystkich układów dynamicznych na płaszczyźnie, natomiast strukturalnie niestabilne są wyjątkowe (niegeneryczne). Stąd wynika, że standardowy model kosmologiczny LCDM jest modelem typowym, bo strukturalnie stabilnym. Może dlatego trudno jest znaleźć model dla niego konkurencyjny [24].

Głównym celem pracy było pokazanie efektywności teorii układów dynamicznych w zidentyfikowaniu tego, co kryje się w koncepcji emergencji pod predykatem *nowy*. Mówiąc o emergencji (w rozważanym przypadku — słabej albo epistemologicznej), zakładamy istnienie różnych poziomów: dolnego poziomu bazowego (*basal level*) oraz górnego poziomu — emergentnego (*emergent level*). W charakterystyce relacji emergencji, którą opisujemy jako nietrywialne przejście od modelu CDM do LCDM, zauważyliśmy, że lepiej jest myśleć nie tyle o *poziomach emergencji*, co o *stanach emergentnych*, pośród których stan podstawowy identyfikujemy jako bazowy. Takie rozróżnienie pozwoliło nam doszukać się istotnej analogii do zjawiska

---

<sup>14</sup> Wydaje się nam, że matematyka dostarcza nam jedynie ekonomicznego opisu ewolucji Wszechświata, a u podstaw takiego opisu leżą pewne głębokie struktury węższe od matematycznych — struktury fizyczne.

<sup>15</sup> Wahadło bez tarcia jest strukturalnie niestabilne, ale wahadło z tarcieciem tak.

emergencji w pojęciu cyklu granicznego pojawiającego się w nieliniowych układach dynamicznych. Efektywnej metody detekcji tego typu zachowania dostarcza teoria bifurkacji, która pozwala na wyznaczenie wartości parametru kontrolnego, dla którego wystąpi to zjawisko. Cykl graniczny jest interesujący z kilku powodów. Po pierwsze, opisuje on oscylacyjne zachowanie układu o stałej częstości, podczas gdy układ startuje z dowolnych warunków początkowych. Weźmy zegarek nakręcany sprężyną. Niezależnie od tego, ile obrotów wykonaliśmy, układ wpada w reżim drgań okresowych. Po drugie, własnością cyklu granicznego jest jego strukturalna stabilność. Cykle graniczne mają własność homeostazy i są odporne ze względu na wpływ małych zaburzeń. Nic więc dziwnego, że zostały zastosowane jako pierwszy dynamiczny model bijącego serca (układ van der Pola).

Wskazaliśmy na istnienie ścisłej analogii pomiędzy emergencją  $\Lambda$  w stosunku do modelu CDM, a emergencją cyklu granicznego. Obie wartości bifurkacyjne są zerowe, a stany podstawowe układów (odpowiednio oscylator harmoniczny i model CDM) są strukturalnie niestabilne. Konsekwencją tej własności jest nieredukowalność rozwiązań ze stanów górnych (można by je nawet nazwać wzbudzonymi) parametryzowanych  $\Lambda$  (spektrum ciągłe). W przypadku LCDM nie oznacza to jednak braku przejścia rozwiązań, gdy z  $\Lambda$  zmierzamy do zera. Natomiast w przypadku modeli z cyklem granicznym brak takiego przejścia wynika z powodów zasadniczych, cykle graniczne nie występują w układach liniowych, a z takim mamy do czynienia na poziomie *basal*. Jest to jednak naiwny punkt widzenia, reprezentowany przez Wayne'a. W teorii układów dynamicznych słuszne jest twierdzenie o ciągłej zależności rozwiązań równań od parametrów i warunków początkowych. To ono gwarantuje istnienie przejścia od układu nieliniowego z cyklem granicznym do układu liniowego, gdzie cykle graniczne nie występują. Z filozoficznego punktu widzenia *case study* modeli nieliniowych pokazuje, że nieredukowalność modelu z górnego poziomu do dolnego, o ile jest on sformułowany w terminach układu dynamicznego, nie może mieć miejsca z powodów zasadniczych.

Z drugiej strony badanie bifurkacji w modelach z parametrami jest drogą odkrycia cechy emergentnej. Pokazaliśmy w pracy, że istnieje bifurkacja od modelu ciemnej zimnej materii do modelu LCDM. Z obserwacji astronomicznych wynika, że model ten opisuje obecny Wszechświat w jego aktualnej fazie przyspieszonej ekspansji. Model CDM nie przewiduje takiej możliwości i stąd odkrycie akceleracji Wszechświata jest zaskakującym odkryciem, którego nikt się nie spodziewał (emergencja epistemologiczna).

Model CDM jest strukturalnie niestabilny, co intuicyjnie oznacza, że małe zaburzenie prawych stron układu spowoduje zaburzenie struktury przestrzeni fazowej modelu. Z kolei model LCDM jest modelem strukturalnie stabilnym, tj. „odpornym” na wpływ małych zaburzeń.

Konstruując dowolny model matematyczny pewnego procesu, który niekoniecznie musi być układem fizycznym, dokonujemy przybliżenia realnej sytuacji (idealizacji, itp.). Dlatego właśnie o modelu nigdy nie możemy powiedzieć, że jest prawdziwy. Możemy jedynie stwierdzić, że niektóre z modeli są lepsze, a inne gorsze; natomiast nigdy prawdziwe, bo to wynika z ich natury — modele są przybliżeniem rzeczywistości. Idąc dalej, możemy powiedzieć, że gdy modele są formułowane za pomocą równań różniczkowych (układów dynamicznych), zawsze powinien istnieć pewien „luz” na ich dopasowanie do rzeczywistego układu. Stąd wymóg strukturalnej stabilności odnośnie do układów fizycznych wydaje się być oczywisty. Modele w kosmologii posiadają strukturę modeli efektywnych, w których w sposób świadomy są pomijane pewne cechy za cenę ekonomicznego opisu. Stąd nasz punkt widzenia: proste modele kosmologiczne powinny posiadać atrybut strukturalnej stabilności. Interesujące jest, że Wszechświat w obecnej fazie ewolucji jest dobrze opisywany przez strukturalnie stabilny model LCDM. Tym można tłumaczyć jego własność *flexibility* — swoistego dostosowania się do danych astronomicznych w sposób najbardziej ekonomiczny (tylko dwa parametry)<sup>16</sup>.

W pracy pokazaliśmy, że współczesna kosmologia opisuje ewolucję Wszechświata w taki sposób, że pozostają do wyznaczenia wartości pewnych parametrów zwanych parametrami kosmologicznymi. Jest to konsekwencją faktu, że ewolucja Wszechświata przestrzennie jednorodnego, dla którego źródłem pola grawitacyjnego jest pewien wieloskładnikowy fluid, została zredukowana do układu dynamicznego, a więc zadaniem kosmologii staje się wyznaczenie ścieżki ewolucyjnej dla Wszechświata. Ta z kolei, jako rozwiązanie układu równań różniczkowych, zależy będzie od warunków początkowych. Nic nie stoi na przeszkodzie, żeby te warunki początkowe były określone z pomiarów Wszechświata w jego obecnej fazie ewolucji. Reasumując, stan kosmologii możemy zdefiniować jako zbiór niezależnych parametrów Wszechświata (parametry gęstości oraz parametr Hubble’a), które wytyczają jego ścieżkę ewolucyjną. Oczywiście wartości

<sup>16</sup> W SMK występują dwa elementy, których natura do tej pory jest nieznaną, a mianowicie pojęcie ciemnej energii oraz ciemnej materii. Ich status epistemologiczny i ontologiczny został omówiony szczegółowo w pracy [22].

tych parametrów można traktować jako parametry kontrolne i badać możliwe bifurkacje, gdy zmieniamy ich wartości. Pokazaliśmy, że w klasie modeli z  $\Lambda$  ma miejsce bifurkacja, ale można by pójść dalej i rozważać bifurkacje związane ze wszystkimi parametrami gęstości. Wraz z kolejnymi bifurkacjami uzyskujemy pojawiające się nowe struktury układu dynamicznego (ścieżki ewolucyjne), które niektórzy [11] wiążą ze zmianą paradygmatu w kosmologii. W ten sposób możemy uzyskać diagram bifurkacyjny dla rozwoju kosmologii opartej na parametrach kosmologicznych. Taki diagram nazwiemy bifurkacyjnym modelem kosmologii. Matematycznie zagadnienie konstrukcji takiego diagramu jest dobrze postawione i całkowicie wykonalne. Jest to bowiem problem bifurkacji w układach dynamicznych newtonowskiego typu, dla których potencjał zależy od parametrów.

To, że kosmologia jest niezwykle interesującym obszarem z punktu widzenia badań z dziedziny filozofii nauki, wiadomo od dawna i jest to powodem stosowania metody *case study*. To jednak, że jej rozwój dostarcza interesującego materiału dla badań emergencji epistemologicznej, wydaje się być nowym wkładem do badania tego pojęcia. Emergencja rozumiana jako bifurkacja prowadzi nas do wyprowadzenia nowego modelu z punktu widzenia opisu własności obecnego Wszechświata. Bifurkacją modelu CDM jest model LCDM, który opisuje przyspieszoną ekspansję wszechświata, czego nie wyjaśnia model bazowy. Jednostką emergencji jest w tym przypadku własność przyspieszonej ekspansji Wszechświata.

#### REFERENCJE

- [1] ALEXANDER, Samuel. *Space, Time, and Deity*. London: Macmillan, 1920.
- [2] ANDRONOV, A.A., E.A. LEONTOVICH, I.I. GORDON, i A.G. MAIER. *Теория бифуркаций динамических систем на плоскости* [Teoriia bifurkatsii dinamicheskikh sistem na ploskosti]. Moskwa: Nauka [Moskwa: Nauka], 1967.
- [3] ANDRONOV, A.A., i L.S. PONTRYAGIN. „Systèmes grossiers”. *Doklady Akademii Nauk SSSR* 14 (1937): 247–250.
- [4] ARNOLD, V.I. *Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений* [Dopolnitelnyje glavy teorii obyknoviennych diferencialnykh uravnenii]. Moskwa: Nauka [Moskwa: Nauka], 1978.
- [5] ARNOLD, W.I. *Różniczkowe równania zwyczajne*. Warszawa: PWN, 1975.
- [6] BISHOP, Robert C., i Harald ATMANSPACHER. „Contextual emergence in the description of properties”. *Foundations of Physics* 36 (2006), 12: 1757–1777. DOI: 10.1007/s10701-006-9082-8.
- [7] BROAD, C.D. *The Minds and Its Place in Nature*. London: Routledge and Kegan Paul, 1925.

- 
- [8] HAWKING, Stephen W., i George F.R. ELLIS. *The Large Scale Structure of Spacetime*. Cambridge: Cambridge University Press, 1973.
- [9] HUMPHREYS, Paul. „How properties emerge”. *Philosophy of Science* 64 (1997): 1–17. DOI: 10.1086/392533
- [10] KIM, Jaegwon. „Making sense of emergence”. *Philosophical Studies* 95 (1999): 3–36. DOI: 10.1023/A:1004563122154.
- [11] KOKAREV, Sergey S. „Structural instability of Friedmann-Robertson-Walker cosmological models”. *General Relativity and Quantum Cosmology* 41 (2009), 8: 1777-1794. DOI: 10.1007/s10714-008-0748-8
- [12] LARENA, Julien, Jean-Michel ALIMI, Thomas BUCHERT, Martin KUNZ, Pier-Stefano CORASANITI, „Testing backreaction effects with observations”. *Physical Review D* 79.8 (2009): 083011. DOI: 10.1103/PhysRevD.79.083011
- [13] MORGAN, Conwy. *Emergent Evolution*. New York: Holt, 1923.
- [14] NAGEL, Ernest. *The Structure of science*. New York: Hackett Publishing Company Inc, 1961.
- [15] PALMQUIST, Stephen. „Emergence, evolution, and the geometry of logic: Causal leaps and the myth of historical development”. *Foundations of Science* 12 (2007): 9–37. DOI: 10.1007/s10699-006-0004-1.
- [16] PERKO, Lawrence. *Differential Equations and Dynamical Systems*. New York: Springer-Verlag, 1991.
- [17] RIESS, Adam G., et al. „Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant”. *The Astronomical Journal* 116 (1998), 3: 1009–1038. DOI: 10.1086/300499.
- [18] SILBERSTEIN, Michael, i John MCGEEVER. „The search for ontological emergence”. *The Philosophical Quarterly* 49 (1999), 195: 182–200. DOI: 10.1111/1467-9213.00136.
- [19] SPERGEL, David N., et al. „First year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Determination of cosmological parameters”. *The Astrophysical Journal. Supplement Series* 148 (2003): 175–194. DOI: 10.1086/377226
- [20] SZYDŁOWSKI, Marek. „Filozoficzne aspekty pojęcia stabilności”. *Analecta Cracoviensia* 15 (1983): 13–24.
- [21] SZYDŁOWSKI, Marek. „Cosmological zoo: Accelerating models with dark energy”. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 0709 (2007): 007. DOI: 10.1088/1475-7516/2007/09/007.
- [22] SZYDŁOWSKI, Marek. „Ontologiczne i epistemologiczne aspekty pojęcia modelu kosmologicznego”. *Filozofia i Nauka. Studia filozoficzne i interdyscyplinarne* 2 (2014): 277–292.
- [23] SZYDŁOWSKI, Marek, Michał HELLER i Zdzisław GOLDA. „Structural stability properties of Friedman cosmology”. *General Relativity and Gravitation* 16 (1984), 9: 877–890. DOI: 10.1007/BF00762940.
- [24] SZYDŁOWSKI, Marek, Aleksandra KUREK i Adam KRAWIEC. „Top ten accelerating cosmological models”. *Physics Letters B* 642 (2006): 171–178. DOI: 10.1016/j.physletb.2006.09.052.
- [25] SZYDŁOWSKI, Marek, i Paweł TAMBOR. „Dynamical Emergence of FRW Cosmological Models”. W: *Proceedings of the 8th Mathematical Physics Meeting : Summer School and Conference on Modern Mathematical Physics: August 24-31, 2014, Belgrade, Serbia*, red. Branko Dragović i Igor Salom, 177–190. Belgrade: Institute of Physics, 2015.
- [26] TROTTA, Roberto. „Bayes in the sky: Bayesian inference and model selection in cosmology”. *Contemporary Physics*, 49 (2008): 71–104. DOI: 10.1080/00107510802066753.
- [27] UZAN, Jean-Philippe. „The big-bang theory: construction, evolution and status”. *Séminaire Poincaré* 20 (2015): 1–69.

- [28] WAYNE, Andrew. „Emergence and singular limits”. *Synthese* 184 (2012), 3: 341–350. DOI: 10.1007/s11229-010-9817-0.
- [29] WEINBERG, Steven. *Gravitation and Cosmology*. New York: Wiley, 1972.
- [30] WEINBERG, Steven. *Cosmology*. New York: Oxford University Press, 2008.

### CZY MODEL WSZECHŚWIATA POWINIEN BYĆ STRUKTURALNIE STABILNY?

#### Streszczenie

Pokazujemy, że kosmologia współczesna posiada cechy efektywnej teorii fizycznej podobnej do standardowego modelu cząstek elementarnych. Obecnie mamy do czynienia z konstytuowaniem się tzw. standardowego modelu kosmologicznego. W pracy wskazujemy na cechy charakterystyczne takiego modelu, który jest modelem kosmologicznym o maksymalnej symetrii (jednorodność i izotropowość przestrzenna) wypełnionego materią barionową i ciemną materią oraz ciemną energią (ze stałą kosmologiczną). Model ten jest nazywany modelem standardowym LCDM (Lambda – Cold – Dark Matter model) i jest rozwiązaniem klasycznych równań Einsteina z członem kosmologicznym.

Proces wyłonienia się modelu LCDM z modelu CDM można traktować jako proces emergencji epistemologicznej. Wskazujemy na dwa użyteczne pojęcia: bifurkacji i strukturalnej niestabilności, które mogą być użyteczne w konceptualizacji predykatu nowy, w opisie pojęcia emergencji standardowego modelu kosmologicznego. Na marginesie naszych rozważań formułujemy koncepcję bifurkacyjnego rozwoju kosmologii w drodze kolejnej bifurkacji jej parametrów. Wówczas przejście od modelu dynamicznego CDM do modelu LCDM posiada charakter bifurkacji typu widłowego. Ten scenariusz jest zgodny ze scenariuszem nieliniowego rozwoju nauki Michała Hellera.

### SHOULD THE MODEL OF THE UNIVERSE BE STRUCTURALLY STABLE?

#### Summary

We show that the modern cosmology appears to be the case of effective modeling similar to the Standard Model of particle physics (SM). In the study of the universe an important role is played by the physical theory from which the Standard Cosmological Model, allowing us to explain the properties of contemporary universe and its history, is derived. The Standard Cosmological Model includes the model of universe evolution (based on General Relativity) and SM. This paper discusses the scheme of the accelerated expansion of the universe in terms of today's dark energy and dark matter. We will examine the methodological features of such an explanation in the Standard Cosmological Model. We elaborate oscillating models of the Universe from the point of view of their structural stability. We show that this conceptual framework can be useful in describing relations between cosmological models LCDM (Lambda – Cold – Dark Matter Model) and CMD where epistemological emergence of specific properties is presented in terms of bifurcation and instability.

**Słowa kluczowe:** stabilność strukturalna, model kosmologiczny, metodologia kosmologii, filozofia kosmologii.

**Key words:** structural stability, cosmological model, methodology and philosophy of cosmology.

**Information about Authors:**

REV. PAWEŁ TAMBOR, PhD — Faculty of Theology, The John Paul II Catholic University of Lublin, and Copernicus Center in Krakow; address for correspondence: ul. Jana Pawła II 7, 25-025 Kielce; e-mail: pawel.tambor@gmail.com

PROF. DR HAB. MAREK SZYDŁOWSKI — Faculty of Physics, Jagiellonian University; address for correspondence: 33-122 Wierchosławice 613; e-mail: marek.szydowski@uj.edu.pl