

ZDZISŁAW ADAM BŁASIAK

## PRZYDATNOŚĆ METOD EKONOMETRYCZNYCH W BADANIACH NAD SZARĄ STREFĄ

Roszcząca pretensje do wiarygodności analiza skutków działalności gospodarczej podejmowanej w szarej strefie zakłada, iż jest możliwe zobiektywizowane i powtarzalne badanie tego obszaru. Wśród stosowanych metod pojawiają się także propozycje oparte na zastosowaniu metod ekonometrycznych, które jawią się jako szczególnie interesujące ze względu na stanowiącą ich podstawę dojrzałość metodologiczną, uwzględniającą stochastyczny charakter badanej rzeczywistości. Opracowanie podejmuje zagadnienie przydatności stosowania metod ekonometrycznych w badaniach nad szarą strefą zarówno z perspektywy szacowania jej wielkości i udziału w PKB, jak i w kontekście analiz podejmujących aspekty strukturalnej złożoności tego zjawiska. Uwzględniając ograniczenia modelowania ekonometrycznego, w tym analizy wieloczynnikowej opartej na modelach równań strukturalnych, podejmuje się dyskusję nad ich kierunkowym rozwojem sprzyjającym profesjonalizacji prac analitycznych dedykowanych szarej strefie.

Zjawisko szarej strefy – tj. gospodarki nieoficjalnej, która towarzyszy gospodarce w jej oficjalnych ramach – można uznać za trwały element systemu społeczno-gospodarczego, niezależny od ewolucji jego historycznych czy prawno-instytucjonalnych uwarunkowań. Niezmienną podstawą dla podtrzymywania tego fenomenu pozostaje antropologiczna skłonność, by unikać wymuszonego prawnie dzielenia się zyskami z prowadzonej działalności z podmiotami władzy publicznej, zwłaszcza w okresach, gdy okoliczności (niepożądane czynniki losowe, np. wojny czy spektakularne katastrofy naturalne, ale także fiskalizm – w skali przekraczającej granice uznane za „sprawiedliwe” obciążenia podatkowe) zdają się usprawiedliwiać odrzucenie legalizmu w tym zakresie<sup>1</sup>.

---

Mgr ZDZISŁAW ADAM BŁASIAK – Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II, Instytut Ekonomii i Zarządzania, Katedra Finansów Publicznych; adres do korespondencji: Al. Raclawickie 14, 20-950 Lublin; e-mail: [adamb@kul.pl](mailto:adamb@kul.pl)

<sup>1</sup> Jeżeli pionierskie badania P. Cagana z 1958 r. – poświęcone działalności czarnorynkowej i związanemu

W konsekwencji, działania podejmowane w gospodarce nieoficjalnej są z definicji niejawne i dlatego nie podlegają tradycyjnym formom obserwacji, co oczywiście utrudnia ich badanie. Główną przeszkodą jest brak opartego na ewidencji procesów gospodarczych materiału faktograficznego, który w zobiektywizowanej postaci może podlegać analizie zgodnie z przyjętymi standardami. Nieliczne przypadki, gdy nieoficjalna aktywność zostaje ujawniona jako działalność przestępcza – co może, choć nie musi prowadzić do zobiektywizowania przedmiotu badań – trudno uznać za statystycznie reprezentatywne dla analiz zjawiska w całej jego złożoności, tym bardziej że działalności przestępczej podejmowanej na dużą skalę towarzyszą wysoce niejawne metody legalizacji różnorodnych wartości majątkowych, pozyskanych z nielegalnych źródeł. Za podobnie niewystarczający należy uznać potencjał metod bezpośrednich, koncentrujących się na rzeczywistych kontaktach z podmiotami działalności nieoficjalnej i sprowadzających materiał badawczy do analizy ankiet, wywiadów, zeznań podatkowych czy badania faktycznych zachowań w ramach wybranych obszarów czy rynków cząstkowych (włączając w to obserwację uczestniczącą). Pomijając nawet oczywistą podatność na zniekształcanie czy wręcz fałszowanie pozyskiwanych w ten sposób informacji, wyjściowy materiał jest obciążony brakiem reprezentatywności, choć nie jest to równoznaczne z uznaniem badań opartych na metodach bezpośrednich za bezwartościowe – nawet one prowadzą bowiem w rezultacie do uzyskania szacunków, które mogą pomóc w weryfikacji wyników innych metod, a specyfika takich analiz czyni z nich pierwszoplanowy instrument poznania mechanizmów funkcjonowania gospodarki nieoficjalnej, natury realizowanych w niej działań czy wreszcie struktury zjawiska.

Powyższe oznacza jednak, iż badacze gospodarki nieoficjalnej skazani są na szacowanie jej rozmiarów, zgodnie z przyjętymi zasadami składającymi się na metodykę postępowania analitycznego, jednak w odniesieniu do niezbyt precyzyjnie określonego przedmiotu badania. To jest prawdopodobnie główna przyczyna, z powodu której konwencje statystyczne – zarówno ONZ-owska SNA (*System of*

---

z nią procederowi uchylania się od spłaty zobowiązań podatkowych – wykazały, iż pod koniec II wojny światowej niezgłoszone do agencji *Internal Revenue Service* dochody wynosiły prawie 23% dochodu zgłoszonego do opodatkowania, to już ich kontynuacja z lat 70., prowadzona przez Guttmanna (w 1977, oparta na procedurze Cagana) czy Feige'a (w latach 1979-1980, oparta na metodach monetarnych: proporcji pieniądza gotówkowego oraz metodzie transakcyjnej), dowodziła dramatycznego wzrostu udziału gospodarki nieewidencjonowanej – w 1976 r. dochody niezgłoszone miały wynosić od 100 do 135 mld dolarów, przy luce podatkowej rządu 19-25 mld dolarów (za: E.L. Feige (ed.), *The Underground Economies: Tax Evasion and Information Distortion*, Cambridge University Press, Cambridge 1989). Potwierdza to przypuszczenie, iż rosnące stawki zobowiązań podatkowych, w powiązaniu z rozczarowaniem działalnością administracji publicznej, zaowocowały upowszechnieniem działań zmierzających do ukrycia dochodów przed amerykańskim fiskusem.

*National Accounts*), jak i jej europejska wersja w postaci ESA (*European System of Accounts*) – do połowy lat 90. XX wieku wyłączały z rachunków narodowych koncentrowanych na PKB działalność gospodarczą realizowaną w szarej strefie. Z drugiej strony, procesy zachodzące w gospodarce nieoficjalnej mają swój produkcyjny, transakcyjny i – ostatecznie – dochodowy wymiar, który nie tylko może zasadnie być uwzględniany w rachunkach statystycznych, ale którego nieuwzględnienie musi prowadzić nawet do wniosków absurdalnych z punktu widzenia zasad elementarnej logiki. Miało to miejsce choćby w krajowych statystykach notowanych w czasach PRL, kiedy wskazywano, co prawda, na nadwyżki spożycia nad produkcją uzupełnioną importem dóbr, jednak tego zjawiska nie wyjaśniano, zadowolając się uzasadnieniem publicystycznym, przez odniesienie do tzw. gospodarki drugiego obiegu. Jednocześnie z powodów ideologicznych oficjalnie zaprzeczano istnieniu takiej kategorii, przez co „drugiego obiegu” z definicji nie badano, wyjaśniając ewentualnie sprawozdawcze sprzeczności marginalną działalnością przestępczą (np. przemycem).

Dopiero polityczne wzmocnienie, merytorycznie – przynajmniej częściowo – dającego się uzasadnić postulatu<sup>2</sup> nakazującego uzupełnienie rachunków narodowych o szacunki gospodarki nieoficjalnej (potwierdzone ostatecznie SNA 2008 oraz ESA 2010), zaowocowało otwarciem nowego obszaru problemowego, jakim jest metodologia badań nad szarą strefą – zwłaszcza w zakresie jej wiarygodnego szacowania, co bywa trafnie nazywane koniecznością „doliczania – niepoliczalnego”<sup>3</sup>. Istnieje obszerna literatura poświęcona temu zagadnieniu, w której wspomniane już metody badania bezpośredniego znajdują uzupełnienie w postaci rozmaitych metod pośrednich. Jeżeli pierwsze dają szansę na pogłębione (oparte na rządzących w niej mechanizmach) badanie gospodarki nieoficjalnej w ograniczonym wymiarze rynków cząstkowych czy poszczególnych branż, drugie koncentrują się na ich wymiarze makroekonomicznym, odniesionym do gospodarki krajowej lub obszarów ponadpaństwowych.

---

<sup>2</sup> Szerzej w tej sprawie: B. WYŻNIKIEWICZ, *Produkt krajowy brutto jako przedmiot krytyki*, „Wiadomości Statystyczne” 2017, nr 3 (670), s. 5-15.

<sup>3</sup> Określenie prof. M. Drozdowicz-Bieć – por. *Szara strefa w PKB, czyli liczenie niepoliczalnego*, <https://www.obserwatorfinansowy.pl/tematyka/makroekonomia/szara-strefa-w-pkbczyli-liczenie-niepoliczalnego/> [dostęp: 15.04.2018].

## 1. ASPEKT PRZEDMIOTOWY BADAŃ NAD SZARĄ STREFĄ

Istotnym problemem takich analiz jest brak zgodności co do zakresu szarej strefy oraz – niezależnie od akceptacji przedmiotowej charakterystyki – złożoność zjawiska, obejmującego zgodnie z SNA 2008 także działalność nielegalną, włączając w nią przemyt, handel narkotykami czy prostytutkę. Pomijając dyskusje definicyjne, z punktu widzenia potrzeb badawczych ciekawą typologię działalności w szarej strefie przygotowaną przez H.G. Grubela spopularyzował R. Mirus, a następnie F. Schneider<sup>4</sup>. Obejmuje ona działalność legalną oraz nielegalną, z uszczegółowieniem odnoszącym się do występujących w danej działalności transakcji monetarnych i niemonetarnych oraz ich orientacją na zaniżenie odprowadzanego podatku ewentualnie jego unikanie. Zagadnienie jest o tyle ważne, iż w poszczególnych badaniach do szarej strefy zaliczane są nieporównywalne zakresowo obszary, co nie tylko uniemożliwia sensowną komparację otrzymanywanych szacunków, ale skutkuje również chaosem w dyskusji tych kwestii (używając tego samego terminu dla różnych zakresów, w kolejnych publikacjach przywoływane są hasłowe dane dotyczące szarej strefy, jednak w niespójnych kontekstach obszarowych).

Tabela 1. Rodzaje aktywności w gospodarce nieoficjalnej

	Transakcje monetarne		Transakcje niemonetarne	
Działalność nielegalna	Paserstwo, produkcja i handel narkotykami, prostytutka, nielegalny hazard		Wymiana barterowa, narkotyki, skradzione towary	Produkcja lub uprawa narkotyków na własne potrzeby, kradzież na użytek własny
Działalność legalna	Zaniżenie podatku	Unikanie podatku	Zaniżenie podatku	Unikanie podatku
	Dochody z samozatrudnienia, dochody z pracy nierejestrowanej	Rabaty dla pracowników, świadczenia dodatkowe	Barter usług prawnych i towarów	Praca dla siebie (także: pomoc sąsiadka [Schneider, 2010])

Opr. własne na podstawie klasyfikacji H.G. Grubela i modyfikacji F. Schneidera.

<sup>4</sup> Typologię przedstawił R. Mirus w pracy: G. LERMER (Ed.), *Probing Leviathan. An Investigation of Government in the Economy*, The Fraser Institute, Vancouver, BC 1984, s. 115, a następnie w: O. LIPPERT, M. WALKER (Eds.), *The Underground Economy: Global Evidences of its Size and Impact*, The Frazer Institute, Vancouver, BC 1997. Zmodyfikowana nieco przez Schneidera i Enste w: F. SCHNEIDER, D.H. ENSTE, *Shadow Economies: Size, Causes, and Consequences*, "Journal of Economic Literature" 38(2000), No. 1, pp. 77-114, stanowi trwały punkt odniesienia w przedmiotowych analizach.

Zwłaszcza kwestia działalności nielegalnej rodzi tutaj problemy, gdyż w różnych krajach jest ona inaczej definiowana i w konsekwencji jej zakres nie jest porównywalny (np. w Polsce, co prawda, sutenerstwo jest taką działalnością, ale prostytutka – nielegalna np. na Litwie, w Serbii czy Chorwacji – już nie). Dodatkowo wielu autorów, kontynuując badania prowadzone przed oficjalnym włączeniem do PKB szarej strefy przez SNA 2008, w swoich analizach ogranicza się do działalności legalnej (zwłaszcza pracy nierejestrowanej). Ich konkluzje są zatem niezgodne z szacunkami krajowych urzędów statystycznych, które już szarą strefę poszerzają o kontekst wspomnianej działalności nielegalnej, co jest oczywiście zgodne z przyjętymi standardami – np. ESA 2010 nakazuje włączenie do szarej strefy (definiowanej jako gospodarka nieobserwowana) składników: działalności nielegalnej, działalności ukrytej (transakcje nie są sprzeczne z prawem, ale są celowo nieewidencjonowane) oraz działalności nieformalnej (gdy nie prowadzi się żadnych rejestrów)<sup>5</sup>. Podobne niejednoznaczne podejście dotyczy pracy „dla siebie”, produkcji gospodarstw domowych na własne potrzeby czy pomocy sąsiedzkiej, które w części badań są włączane do obszaru problemowego, a w części są z niego celowo wyłączone, co jednak umyka podczas komparacji końcowych rezultatów. Można nawet powiedzieć, iż między ujednoliconymi definicjami szarej strefy przyjmowanymi przez urzędy statystyczne, a nie stroniącymi od różnorodności definicjami przyjętymi w badaniach naukowych i dyskusjach akademickich, jest tak wiele rozbieżności, iż porównawcze zestawienie otrzymywanych wyników bez pogłębionego komentarza jest bezzasadne.

Powyższe znajduje wzmocnienie kontekstem metodologicznym, gdyż w zależności od przyjętej decyzji co do zakresu szarej strefy, określone metody jawią się jako reprezentatywne, a inne – wskazane jako wiarygodne dla inaczej definiowanego obszaru – już nie. Jeżeli do przedmiotu badania włączone zostaną transakcje niemonetarne, jakiegokolwiek pośrednictwo składnika monetarnego nie będzie wystarczające dla podjętych analiz, nawet jeżeli przez innych badaczy ujęcie monetarne wyczerpywało metodologię badań, z powodu nieco węższej definicji przedmiotowej. Ponadto specyfika prowadzonych analiz, każdorazowo przywołująca procesy celowo ukrywane przed otoczeniem, skutkuje podatnością punktowych szacunków na permanentne, konieczne dostosowania (choćby z powodu aktualizacji danych cząstkowych), co dodatkowo podważa wiarygodność ustaleń końcowych. Tym samym

---

<sup>5</sup> Dziennik Urzędowy Unii Europejskiej L 174 (wyd. pol.), Legislacja, t. 56, 26 czerwca 2013, <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/PL/TXT/?uri=OJ%3AL%3A2013%3A174%3ATOC> [dostęp: 15.04.2018]. Szerzej w tej sprawie, np.: J. FUNDOWICZ, K. ŁAPIŃSKI, M. PETERLIK, B. WYŻNIKIEWICZ, *Szara strefa w polskiej gospodarce w 2016 roku*, IBnGR, Warszawa 2016.

próba przeprowadzenia pełnego badania szarej strefy – nawet podporządkowanego szacowaniu jej rozmiarów – wymaga zaangażowania wielu uzupełniających się metod, każdorazowo ograniczonych własnymi założeniami metodologicznymi.

## 2. TELEOLOGICZNY KONTEKST PODEJMOWANYCH BADAŃ

Niezależnie od poglądów głoszonych oficjalnie, dla wszystkich zainteresowanych analizą procesów gospodarczych szara strefa pozostaje interesującym, choć – ze względu na swoją złożoność i niedostępność obserwacyjną – niezwykle skomplikowanym obiektem badań, których wyniki mają istotny wpływ na praktykę decyzyjną zarówno w kontekście mikro-, jak też makroekonomicznym. Przyjmując punkt widzenia ekonomisty, trudno nie przyznać, iż pewne aspekty istnienia szarej strefy wywierają korzystny wpływ na gospodarkę państwa, choćby przez absorpcję czasowej nadwyżki zasobów pracy czy oddolny nacisk na konieczne reformy deregulacyjne<sup>6</sup>, w odpowiedzi na zmniejszone wpływy budżetowe (choć ich faktyczna skala nie jest oczywista – np. brak transferów podatkowych z działalności nie wyklucza ich zwiększenia pod wpływem presji popytowej, która nie musiałaby wystąpić, jeżeli np. praca nierejestrowana nie miałaby miejsca). Pozytywów jest zresztą więcej, a ich identyfikacja prowadzi niekiedy do formułowania koncepcji „naturalnej stopy szarej strefy”, co z kolei sugeruje, iż walka z tym zjawiskiem nie powinna mieć bezwarunkowego charakteru<sup>7</sup>. Z drugiej jednak strony, nawet analitycy dostrzegający korzyści z funkcjonowania gospodarki nieoficjalnej nie mogą lekceważyć jej negatywnego wpływu systemowego, poza (nieoczywistymi – jak

---

<sup>6</sup> Nie wdając się w szczegółowe rozważania można przyjąć, że chodzi tu o działania osłabiające korzyści z prowadzenia działalności w ramach szarej strefy przez usprawnienie legalnej aktywności gospodarczej. Pewna, istotna co do wielkości, część działalności nieoficjalnej ma bowiem charakter reaktywny, związany z poziomem i jakością otoczenia legislacyjnego – w sprawie poziomu regulacji jako stymulanty szarej strefy por.: S. JOHNSON, D. KAUFMANN, P. ZOIDO, *Regulatory Discretion and the Unofficial Economy*, „American Economic Review” 88(1998), No. 2, pp. 387-392. W tym kontekście ciekawe są również analizy, w których w roli jednego z systemowych czynników aktywizujących działania w ramach szarej strefy występuje tzw. jakość usług publicznych – por. F. SCHNEIDER, *Size and Development of the Shadow Economy in Germany, Austria and Other OECD Countries: Some Preliminary Findings*, „Revue économique” 60(2009), No. 5, pp. 1079-1116.

<sup>7</sup> Niekiedy w literaturze pojawia się nawet kategoria „maksymalnego akceptowalnego poziomu szarej strefy” – por. A.V. DVORIANINOV, *Directions of Unshadowing the Economy of Ukraine Due to the Using of Tax Mechanisms*, „Financial Space” 2013, No. 4, pp. 157-159. „Naturalny poziom” przywołany jest z kolei np. w pracy: P. DYBKA, M. KOWALCZUK, B. OLESINSKI, M. ROZKRUT, A. TORÓJ, *Currency Demand and MIMIC Models: Towards a Structured Hybrid Model-Based Estimation of the Shadow Economy Size*, SGH KAE Working Papers Series, Warszawa 2017.

wyżej) problemami budżetowymi, prowadzącego do zaburzeń w obszarze konkurencji rynkowej, promocji antypaństwowych postaw czy multiplikacji kosztów transakcyjnych (w tym zwłaszcza związanych z szeroko pojętą korupcją), ostatecznie uderzających w konsumenta. Prowadzą one niekiedy do sprzężenia zwrotnego pomiędzy skutkami i przyczynami szarej strefy, niebezpiecznie eskalując presję na rozwój zjawiska – jeżeli np. działalność nieoficjalna stymulowana jest słabą jakością usług publicznych, to luka budżetowa w określonych kategoriach przychodów budżetu państwa i jednostek samorządu terytorialnego prowadzi do zmniejszenia wydatków na zadania publiczne, co oznacza dalszą degradację jakości usług.

Abstrahując od ostatecznych ocen co do akceptacji lub odrzucenia gospodarki nieoficjalnej, należy zwrócić uwagę na determinujący dla prac analitycznych aspekt kierunkowy dociekań. Komponenty gospodarki nieoficjalnej, obejmujące działalność jawnie przestępczą, specyfikują pozastatystyczne (nie związane bezpośrednio z rachunkami narodowymi) analizy, podporządkowując je metodom walki z szarą strefą, w tym także ze zorganizowaną przestępczością. W takim przypadku potrzeby szacunkowe (częściowo wykorzystywane dla statystyki rachunków narodowych) ustępują szczegółowym badaniom, obejmującym strukturę i dynamikę zjawiska wraz z problematyką źródeł zasilenia szarej strefy, podporządkowanym anihilacji przestępczej aktywności w powiązaniu z doskonaleniem uszczelniania systemu podatkowego. Jest to o tyle istotne, że większość metod badawczych formułuje konkluzje sprowadzone do opisu determinowanego *status quo*, co czyni je mniej przydatnymi w przypadkach, gdy analiza dynamiki stanowi istotny punkt odniesienia. Podobnie działania, generujące dochody z pracy nierejestrowanej, wymagają analiz poszerzonych, choć w ich przypadku powinny one być kierunkowane raczej na procesy deregulacyjne (zwłaszcza w obszarze podatkowym oraz obciążeń nakładanych na pracę), gdyż inne są przyczyny zasilające ten obszar szarej strefy. Pozostałe działania legalne mogą podlegać procedurom zwykłego szacowania, z zaznaczeniem, czy identyfikują aspekt dynamiczny (zmianę), czy statyczny przedmiotowego zjawiska. Tym niemniej należy podkreślić, iż właśnie dynamika zjawiska szarej strefy jest niezwykle trudna do analizowania, w związku z trwałą zależnością materiału informacyjnego od szacunków rozmaitych zjawisk pośredniczących w badaniu szarej strefy. Nie zmienia to jednak uzależnienia zaakceptowanych metod od celu analiz, ze szczególnym uwzględnieniem potrzeb badania struktury szarej strefy oraz związków przyczynowo-skutkowych pomiędzy składnikami tworzącymi jej otoczenie, w opozycji do metod wyznaczających szacunki rozmiaru gospodarki nieoficjalnej.

### 3. EKONOMETRYCZNE METODY – EGZEMPLIFIKACJA POŚREDNICTWA WSKAŹNIKÓW

Spośród aktualnie stosowanych metod – tak w zakresie szacowania wielkości zagregowanej, jak też w odniesieniu do badań koncentrowanych na aspekcie strukturalnym czy dynamiki szarej strefy – metody ekonometryczne stanowią propozycję najbardziej atrakcyjną, gwarantując przynajmniej obiektywizację metodologicznej strony analiz. Zaliczane są one do podejścia pośredniego, w którym najliczniej reprezentowane jest badanie oparte na regresji wielorakiej, zapośredniczone wskaźnikami z założenia reprezentującymi dane nieobserwowalne, stanowiącymi swoistą miarę dla analizy wielkości i zmian w obrębie szarej strefy. Wadą takich miar jest – poza koniecznością spełnienia wielu, nie zawsze oczywistych założeń w obrębie modelu – ich jednowymiarowość (zużycie energii elektrycznej, faktyczny *versus* oficjalny zasób pracy, struktura nominałów banknotów w obiegu itp.), co w badaniu tak złożonego i niejednorodnego zjawiska, jakim jest gospodarka nieoficjalna, prowadzi do kłopotliwej fragmentaryzacji analiz i ostatecznie braku precyzji w szacowaniu szarej strefy (dotyczy to zarówno możliwego przeszacowania pewnych jej aspektów, jak i niedoszacowania innych). Co więcej, ekspansja analityczna jednego wymiaru wykorzystywanego do szacowania całej gospodarki nieoficjalnej prowadzi w badaniach strukturalno-przyczynowych do „wypchnięcia” spośród zmiennych objaśniających czynników, które potwierdzają swój wpływ na szarą strefę w innych badaniach – przykładem może być korelacja pomiędzy wielkością szarej strefy a uchylaniem się od opodatkowania w związku z poziomem regulacji w obrębie systemu podatkowego czy wprost jako skutek zbyt wysokich stawek podatkowych (oddziaływanie krzywej Laffera), które w części prac są wskazywane jako istotne determinanty gospodarki nieoficjalnej, a w innych badaniach nie są dostrzegane z racji przyjętych założeń wyjściowych<sup>8</sup>.

Chociaż metody ekonometryczne nadają się zarówno do analiz kierunkowanych na szacunki rozmiaru szarej strefy, jak i struktury tego zjawiska i modelowania związków przyczynowo-skutkowych – i w wymiarze statycznym, i dynamicznym – przeważają metody podporządkowane wyznaczeniu szacunków. Ilustracją takiego podejścia jest model dla badania gospodarki nieoficjalnej w państwach postsocjalistycznych, zaproponowany przez M. Lackó<sup>9</sup>, zapośredniczony czynnikiem zużycia

---

<sup>8</sup> Szerzej kwestie regulacji w systemie podatkowym jako ewentualną stymulantę szarej strefy przedstawia artykuł: E. GRZEGORZEWSKA-MISCHKA, W. WYRZYKOWSKI, *Szara strefa jako skutek polityki podatkowej państwa*, „Zarządzanie i Finanse” 13(2015), nr 3-2, s. 149-164.

<sup>9</sup> M. LACKÓ, *Hidden Economy – An Unknown Quantity? Comparative Analysis of Hidden Economies in Transition Countries, 1989-95*, „Economics of Transition” 8(2000), No. 1, pp. 117-149.



energii elektrycznej w gospodarstwach domowych (nazwany przez autorkę mianem: *household electricity approach*). Przyjmuje się w nim, iż reprezentatywna dla gospodarki nieoficjalnej liczba nierejestrowanych podmiotów gospodarczych jest powiązana z gospodarstwami domowymi, w ramach których podejmowane są aktywności produkcyjne na potrzeby szarej strefy, prowadzące z konieczności do zwiększenia konsumpcji energii elektrycznej. Wpływ czynników określających jej zużycie dla  $i$ -tego kraju w  $j$ -tym roku opisany został równaniem regresji, wyjaśniającym zlogarytmowane zużycie energii elektrycznej *per capita*  $ER_{ij}$  przez gospodarstwa domowe:

$$\ln ER_{ij} = \beta_1 \ln C_{ij} + \beta_2 AG_{ij} + \beta_3 G_{ij} + \beta_4 Q_{ij} + \beta_5 PR_{ij} + \beta_6 H_{ij} + \beta_7 + \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

z zastrzeżeniem  $\beta_1 \geq 0$ ,  $\beta_2 \leq 0$ ,  $\beta_3 \leq 0$ ,  $\beta_4 \leq 0$ ,  $\beta_5 \leq 0$ ,  $\beta_6 \geq 0$ , gdzie jako zmienne objaśniające włączone są: rzeczywista konsumpcja gospodarstw domowych *per capita* według parytetu siły nabywczej ( $C_{ij}$ ); udział PKB wytworzonego w rolnictwie w całkowitym, oficjalnym PKB ( $AG_{ij}$ ); tzw. indeks różnic pogodowych, zdefiniowany jako względna częstość miesięcy z potrzebą ogrzewania w domach (tj. poniżej  $10^0$  C), pomnożona przez średnią temperaturę stycznia ( $G_{ij}$ ); udział pozaelektrycznych źródeł energii w źródłach wykorzystywanych przez gospodarstwa domowe ( $Q_{ij}$ ), realna cena kWh energii elektrycznej dla gospodarstw domowych w dolarach amerykańskich – według kursu wymiany ( $PR_{ij}$ ), a składnik  $H_{ij}$  reprezentuje produkcję w szarej strefie *per capita* i uszczegóławiany jest jako:

$$H_{ij} = \gamma_1 TL_{ij} + \gamma_2 TC_{ij} + \gamma_3 D_{ij} + \gamma_4 I_{ij} + \gamma_5 EX_{ij} \quad (2)$$

z zastrzeżeniem  $\gamma_i \geq 0$  dla  $i \in \langle 1, 2, 3, 4 \rangle$ , gdzie zmiennymi są: stopa podatku od dochodu z pracy ( $TL_{ij}$ ) oraz kapitału ( $TC_{ij}$ ), wskaźnik spadku PKB od 1989 r.:  $1 - PKB_{ij} / PKB_{i1989}$  ( $D_{ij}$ ), roczna stopa inflacji cen konsumpcyjnych ( $I_{ij}$ ) oraz wydatki rządowe jako udział procentowy w PKB ( $EX_{ij}$ ).

Podstawiając (2) w równaniu wyjściowym (1), otrzymujemy regresję:

$$\ln ER_{ij} = \alpha_1 \ln C_{ij} + \alpha_2 AG_{ij} + \alpha_3 G_{ij} + \alpha_4 Q_{ij} + \alpha_5 PR_{ij} + \alpha_6 TL_{ij} + \alpha_7 TC_{ij} + \alpha_8 D_{ij} + \alpha_9 I_{ij} + \alpha_{10} EX_{ij} + \alpha_{11} + \xi_{ij} \quad (3)$$

gdzie:

$$\alpha_1 = \beta_1 \geq 0, \alpha_2 = \beta_2 \leq 0, \alpha_3 = \beta_3 \leq 0, \alpha_4 = \beta_4 \leq 0, \alpha_5 = \beta_5 \leq 0, \alpha_6 = \beta_6 \gamma_1 \geq 0, \\ \alpha_7 = \beta_6 \gamma_2 \geq 0, \alpha_8 = \beta_6 \gamma_3 \geq 0, \alpha_9 = \beta_6 \gamma_4 \geq 0, \alpha_{10} = \beta_6 \gamma_5$$

Oczekuje się tym samym, że zwiększeniu konsumpcji realnej *per capita*  $C_{ij}$ , podobnie jak ekspansji szarej strefy  $H_{ij}$ , towarzyszy wzrost zużycia energii elektrycznej.

Modelowo nastąpi on również wówczas, gdy pojawi się spadek udziału PKB wytworzonego w rolnictwie w całkowitym oficjalnym PKB, mniejsze potrzeby grzewcze, zmniejszenie udziału alternatywnych źródeł energii czy spadek realnej ceny kWh. Za stymulanty szarej strefy uznaje się natomiast obciążenia podatkowe (nakładane na dochody z pracy i kapitału), symptomy recesji w powiązaniu ze wzrostem inflacji, zachowując dystans do oceny wpływu na gospodarkę nieoficjalną wydatków rządowych (modelowo jest to czynnik ambiwalentny dla szarej strefy). Model ogólny (3), uwzględniając definicję (2), pozwala teraz wyznaczyć wskaźnik zużycia energii elektrycznej przez gospodarstwa domowe, w bezpośrednim nawiązaniu do ich aktywności w szarej strefie, definiowany jako:

$$h_{ij} = \frac{a_6 TL_{ij} + a_7 TC_{ij} + a_8 D_{ij} + a_9 I_{ij} + a_{10} EX_{ij}}{\ln ER_{ij}} \quad (4)$$

Z założenia umożliwia on komparację badanych krajów pod kątem zużycia energii elektrycznej w obszarze uznanym przez autorkę analiz za wiodący dla aktywności gospodarstw domowych w szarej strefie. Problemem jest jednak wspólny mianownik, który milcząco przyjmuje porównywalność rozwoju krajów poddanych analizie pod kątem efektywności krajowych sieci energetycznych czy implementacji idei ekologicznych promujących alternatywne źródła energii. Ograniczenie badań do grupy państw postkomunistycznych poddanych transformacji ustrojowej po 1989 r. przynajmniej w pierwszych latach transformacji uzasadnia te supozycje, choć należy zastrzec, iż choćby z tego powodu nie mają one charakteru uniwersalnego. Niestety, nawet w ograniczeniu do grupy państw przechodzących transformację metoda rodzi kolejne zastrzeżenia, z pierwszoplanowym, w którym za dyskusyjny należy uznać lemat uznający zużycie energii elektrycznej za wiodący wskaźnik aktywności gospodarczej, w powiązaniu z założeniem, iż ten sam potencjał wskaźnika dotyczy aktywności w gospodarce oficjalnej i w szarej strefie. I to mimo zastrzeżeń autorki, iż zakres szarej strefy jest w proponowanych badaniach określony nieprecyzyjnie – choćby z powodu nieostrych granic na poziomie informacyjnym pomiędzy gospodarką nieformalną i przestępczą (która też ma nieporównywalne granice). W aspekcie modelowym prowadzi to do konsekwencji w obszarze parametrów struktury stochastycznej modelu, które jednak nie zostały przedstawione nawet na etapie założeń, o ich testowaniu nie wspominając<sup>10</sup>.

<sup>10</sup> Zastrzeżenia dotyczą już obciążenia modelu przez swoistą „nadreprezentatywność” składnika losowego, co ciekawe – w oryginale modelu nie pojawia się on nawet w kontekście wyjściowej regresji empirycznej.

Pewnym usprawiedliwieniem założeń propozycji M. Lackó jest nawiązanie do innych badań w podobnym kontekście metodologicznym, w tym zwłaszcza znanych pod nazwą metody Kaufmanna-Kaliberdy, uogólniających na badania szarej strefy sugestię sformułowaną w 1995 r. przez Dobozię i Pohla, aby zużycie energii elektrycznej potraktować jako reprezentatywny wskaźnik aktywności gospodarczej, a w konsekwencji – miarodajny wskaźnik PKB<sup>11</sup>. W założeniu tej koncepcji szacunek rozmiaru szarej strefy definiowany jest jako różnica pomiędzy szacunkową wartością PKB opartą na zużyciu energii elektrycznej a oficjalnym PKB. Choć problemem technicznym dla autorów okazało się wyznaczenie wartości bazowej, gdyż szacunki oparto na wskaźnikach dynamiki PKB, za dużo istotniejsze dla jej oceny należy uznać zastrzeżenia metodologiczne. Dotyczy to zwłaszcza pierwotnego dla podjętych analiz założenia o zużyciu energii elektrycznej jako właściwej mierze produkcji globalnej, nieuwzględniania specyfiki energetycznej krajów czy arbitralnego założenia o stałej, jednostkowej elastyczności między zużyciem energii elektrycznej a produkcją, abstrahującego od poprawy efektywności wykorzystania energii elektrycznej w związku z postępem technologicznym, modernizacją sieci czy motywowanym proekologiczną postawą gałęziowym rozwojem odnawialnych źródeł energii. Ostatni problem próbowano rozwiązać, ostatecznie uogólniając badania dla alternatywnych elastyczności, jednak bez ich modelowego powiązania.

Propozycja M. Lackó miała definiować dojrzałszą metodologicznie koncepcję badań, wolną od negatywów podejścia Kaufmanna-Kaliberdy. Stąd np. koncentracja na analizie gospodarstw domowych czy wielowymiarowość w definiowaniu stymulantów aktywności w szarej strefie. Jednak podstawowe zastrzeżenia, dotyczące nie tyle konkretnej metody, co raczej podejścia prowadzącego do szacunków szarej strefy przez jednowymiarowe pośrednictwo „wskaźnika-reprezentanta” działalności gospodarczej w gospodarce nieoficjalnej, nie zostały rozwiązane. Jednoczynnikowe charakterystyki obciążają wyniki, definiując szarą strefę w sposób nieporównywalny z punktu widzenia międzykrajowej komparacji czy to z powodu różnic w zakresie uwarunkowań legislacyjnych, czy to różnic systemowych, istotnych w kontekście wybranego wskaźnika i jego faktycznego wpływu na aktywność gospodarczą. W przypadku metody przedstawionej przez M. Lackó ważne jest

---

<sup>11</sup> Metoda oryginalnie zaprezentowana w pracy: D. KAUFMANN, A. KALIBERDA, *Integrating the Unofficial Economy into the Dynamics of Post-Socialist Economies. A Framework of Analysis and Evidence*, "Policy Research Working Paper" 1996, No. 1691, World Bank. Autorzy identyfikują swoje analizy, właśnie nawiązując do sugestii Dobozię i Pohla, przedstawiającej zużycie energii elektrycznej jako zasadnego pośrednika dla szacunku PKB. Por. I. DOBOZI, G. POHL, *Real Output Decline in Transition Economies — Forget GDP. Try Power Consumption Data!*, "Transition Newsletter" 6(1995), No. 1-2, pp. 17-18, World Bank.

jednak to, iż podejmuje ona analizy jako kontynuację wcześniejszych prac, poszerzając wymiary modelu. Podstawową wadą jest natomiast brak głębszej refleksji nad wpływem założeń na otrzymane wyniki oraz arbitralność, widoczna zwłaszcza w pozostawieniu modelu bez pogłębionej analizy statystycznej, choćby w zakresie parametrów struktury stochastycznej czy weryfikacji założeń. Potencjał metody, paradoksalnie związany z ograniczeniami zastosowań ekonometrycznego modelowania, nie został wykorzystany – koncentracja na uniwersalizacji wyników, co do których świadomy metodolog nie miał wątpliwości, iż są jedynie cząstkowym szacunkiem, w dodatku obciążonym współliniowością zmiennych objaśniających, podważyła jej możliwości analityczne.

Nawiązując do metod szacowania rozmiaru gospodarki nieoficjalnej, zapośredniczonych wskaźnikami uznanymi za wiodące dla podejmowanej w jej ramach aktywności, nie sposób pominąć podejścia skoncentrowanego na analizie popytu na pieniądź, które przez wspomniane już prace P. Cagana z 1958 r. zapoczątkowało badania nad szarą strefą. Choć aspekt historyczny ma swoją wagę – także z powodu możliwości precyzowania rozmaitych aspektów modelowania badanej rzeczywistości w ramach kontynuacji prac poprzedników – istotnym w tym podejściu, jest trudno podważalne (przynajmniej do niedawna) założenie, iż podmioty działające w ramach gospodarki nieoficjalnej unikają przeprowadzania transakcji w oparciu o system bankowy, wywierając presję na intensyfikację transakcji nie potwierdzonych uzyskanym dochodem czy generując dodatkowy popyt na pieniądź gotówkowy, który może stanowić tym samym pośrednik badania szarej strefy<sup>12</sup>. Za propozycję reprezentatywną dla tego podejścia, istotną także ze względu na zaangażowanie instrumentarium ekonometrycznego i włączenie do analiz czynnika czasowego, można uznać badania przeprowadzone przez V. Tanzięgo w 1983 r., w których wyjaśnieniu poddano zmiany w rozmiarze gospodarki nieoficjalnej w Stanach Zjednoczonych, w latach 1930-1980. W tym celu oszacowano parametry jednorównaniowego modelu regresji<sup>13</sup>:

---

<sup>12</sup> Podejście monetarne jest oczywiście bardziej złożone, niż to zostało przedstawione w powyższej konstatacji. Wyróżnia się w nim zwłaszcza metodę proporcji pieniądza gotówkowego („Currency Ratio Method”), metodę transakcyjną („Transaction Method”) oraz metodę popytu na pieniądź („Currency Demand Method”). Pomimo różnic, proponuje się dalej ich ujednocioną – co do zalet i kwestii problematycznych – interpretację. W ocenie poszczególnych podejść pomocna będzie – interesująca także z powodu metodologicznego uporządkowania wyводу, co w przypadku prac poświęconych szarej strefie nie jest normą – monografia: B. MRÓZ, *Gospodarka nieoficjalna w systemie ekonomicznym*, SGH Warszawa 2002.

<sup>13</sup> Oryginał pracy V. Tanzięgo (*The Underground Economy in the United States: Annual Estimates, 1930–1980*, „Staff Papers”. International Monetary Fund 30 (1983), No. 2, pp. 283-305) jest trudno dostępny, dlatego referowanie wyników oparte jest na omówieniach. Prezentacja opiera się na konwencji

$$\ln\left(\frac{C}{M_2}\right)_t = \beta_0 + \beta_1 \ln(1 + TW)_t + \beta_2 \ln\left(\frac{WS}{Y}\right)_t + \beta_3 \ln R_t + \beta_4 \ln\left(\frac{Y}{N}\right)_t + \varepsilon_t \quad (5)$$

z zastrzeżeniem  $\beta_1 > 0$ ,  $\beta_2 > 0$ ,  $\beta_3 < 0$ ,  $\beta_4 > 0$ , gdzie zmienną objaśnianą jest logarytmowana relacja zasobów pieniądza gotówkowego w obiegu, do miary podaży pieniądza  $M_2\left(\frac{C}{M_2}\right)_t$ , a zmienne objaśniające oparte są na: średniej ważonej stawki podatkowej  $TW$ , pośredniczącej w ukazaniu zmiany wielkości szarej strefy  $(1 + TW)_t$ ; udziale płac w dochodzie narodowym, reprezentującym zmiany strukturalne w systemie płac i zasobach pieniężnych  $\left(\frac{WS}{Y}\right)_t$ ; stopie oprocentowania depozytów, wymiernej dla kosztu alternatywnego w zakresie pieniądza gotówkowego  $(R)_t$ , oraz dochodzie *per capita*  $\left(\frac{Y}{N}\right)_t$ . Zgodnie z przyjętymi założeniami stymulantą „nadprogramowego” przyrostu ilości pieniądza są czynniki zniechęcające do aktywności w ramach gospodarki oficjalnej, w tym zwłaszcza regulacje w zakresie systemu podatkowego. Wyznaczenie wielkości szarej strefy wymaga szacunku wielkości popytu na gotówkę, w wariancie systemowym z zerową stawką podatkową, co uznaje się za ilość pieniądza w gospodarce pozbawionej presji na podjęcie aktywności gospodarczej poza gospodarką oficjalną. Uzupełnienie równania (5) o faktyczne wartości stopy podatkowej oraz podaży pieniądza w założeniu pozwala oszacować ilość pieniądza w obiegu w szarej strefie, która – odniesiona do prędkości obiegu – pozwoli na uzyskanie szacunkowej wartości szarej strefy.

Jeżeli wadą większości metod pośrednich szacowania rozmiaru gospodarki nieoficjalnej, opartych na wybranych jej wskaźnikach, jest uproszczenie badań przez faworyzowanie jednoczynnikowego wyznacznika aktywność gospodarczej, metody monetarne – w tym podejście Tanzięgo – sprowadzają wielość przyczyn intensyfikujących rozwój gospodarki nieoficjalnej do wybranego elementu, zazwyczaj odnoszącego się do nadmiaru regulacji lub zbytniego obciążenia podatkowego pracy i kapitału. Tymczasem przyczyn powodujących opuszczenie gospodarki oficjalnej jest więcej – do arbitralnego wyboru włącznie, być może motywowanego ideologiczną walką z omnipotencją państwa – co podważa milcząco przyjmowane założenie. Dodatkowo, choć wymiana barterowa wydaje się współcześnie anachroniczna,

---

zamieszczonej w wielu publikacjach Schneidera – por. F. SCHNEIDER, A. BUEHN, *Estimating the Size of the Shadow Economy: Methods, Problems and Open Questions* “Discussion Paper” 2016, No. 9820, pp. 12, Institute for the Study of Labor. Jest ona przytoczona także w krajowym raporcie: M. BEDNARSKI, E. KRYŃSKA, K. PATER, M. WALEWSKI, *Przyczyny pracy nierejestrowanej w Polsce*, Ministerstwo Pracy i Polityki Społecznej, Warszawa 2008, s. 61 n. Model w innej konwencji przedstawia np. S. Cichocki, w pracy: *Metody pomiaru szarej strefy*, „Gospodarka Narodowa” 2006, nr 1-2, s. 37-61.

w wielu gospodarkach jest ona równie popularna, co transakcje pieniężne. Dotyczy to zwłaszcza szarej strefy, o czym z pewnością pamiętają wszyscy, którzy doświadczyli funkcjonowania gospodarki w systemie komunistycznym czy osobiście zmagali się z trudnościami życia w cieniu wojny. Poza tym łatwość zwirtualizowanych transakcji, będąca skutkiem upowszechnienia pieniądza bezgotówkowego i kryptowalut, w połączeniu z postkryzysowym spadkiem zaufania do instytucji finansowych oraz utratą wartości pieniądza, promują inwestycje w dobra materiałowe (metale szlachetne, nieruchomości), napędzając szarą strefę w sposób trudny do oszacowania przez pośrednictwo czynników monetarnych<sup>14</sup>.

Technicznie odbija się to na modelu, gdyż czyni nieaktualnymi założenia modelowe odnoszące się do składnika losowego (wyrażające choćby stacjonarność procesu stochastycznego). Jednak przykład modelu Tanziego dowodzi, iż potencjał ekonometrii – przywołując nawet tradycyjną regresję (6) – pozwala trwale doskonalić proces modelowania szarej strefy, głównie za sprawą dojrzałości metodologicznej. Uzyskanie ocen parametrów strukturalnych, nawet uzupełnione ponadstandardową interpretacją, ujmującą również kontekst systemowy otrzymanych wyników, nie kończy badań. Konieczność sprostania założeniom – zwłaszcza w odniesieniu do struktury stochastycznej modelu – nie tylko pozwala precyzować wyniki otrzymanych szacunków, lecz także wzmacnia teoretyczną podbudowę dla dalszych badań.

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt} + \varepsilon_t \quad (6)$$

Analiza regresji pozwala na ocenę siły i kierunku relacji pomiędzy obserwowalnymi zmiennymi, co w konsekwencji prowadzi do możliwości predykcji zmiennej objaśnianej. Szara strefa nie podlega bezpośredniemu pomiarowi, dlatego w modelach jej przywołanie wymaga pośrednictwa innych zmiennych, stanowiących reprezentację gospodarki nieoficjalnej. Właśnie ten element – reprezentacji złożonego zjawiska przez wybrany wskaźnik – uzasadnia zarzut arbitralności w ekonometrycznym modelowaniu gospodarki nieoficjalnej. Jest on jednak mniej istotny, od ko-

<sup>14</sup> Znane są przypadki, gdy kryptowaluty były wykorzystywane w procesie legalizacji dochodów z szarej strefy, w tym także z działalności jawnie przestępczej, a nawet wspomagały finansowanie organizacji terrorystycznych (por. Ł. DOPIERAŁA, A. BORODO, *Znaczenie waluty kryptograficznej BITCOIN jako środka wymiany*, „Współczesna Gospodarka” 5(2014), nr 2, <http://www.wspolczesnagospodarka.pl/?p=763>). Jednocześnie zaznaczyć trzeba, że wpływ kryptowalut na wzrost szarej strefy nie jest oczywisty. Izrael np. rozważa wprowadzenie własnej kryptowaluty właśnie w ramach walki z szarą strefą, która według szacunków tego kraju obraca głównie gotówką i jest szacowana na 22% dochodów państwa. Por. T. OSTOJSKI, *Kryptowaluty państwowe – jak im się wiedzie?*, <https://bithub.pl/artykuly/kryptowaluty-panstwowe-im-sie-wiedzie> [dostęp: 14.02.2018].

nieczności potwierdzenia warunków nakładanych na model, z punktu widzenia poprawnej estymacji jego parametrów – w pewnym sensie można nawet powiedzieć, iż potwierdzenie tych warunków będzie równoznaczne z uzasadnieniem wyboru reprezentanta szarej strefy. Najprościej jest zagwarantować korelację zmiennych objaśniających ze zmienną objaśnianą. Podobnie nie jest trudno dobrać jako objaśniające zmienne, które charakteryzują się właściwym poziomem zmienności, potwierdzającej stochastyczny charakter zmiennej objaśnianej. W przypadku szarej strefy dużo trudniej jest wykluczyć statystyczną współzależność zmiennych objaśniających, obciążając wyniki końcowe obniżeniem jakości estymacji. Zwłaszcza w przypadku mniej rozbudowanych modeli, skoncentrowanych na wyjaśnieniu zmienności rzeczywistości uproszczonej do jednowymiarowego reprezentanta, czynniki objaśniające pozostają ze sobą w zbyt ścisłym związku – być może nie jest to relacja konieczna, ale czy niespodziewana byłaby w modelu M. Lackó korelacja pomiędzy realną konsumpcją a ceną zużycia kWh energii? Transformacja ustrojowa po upadku bloku wschodniego prowadziła do zmian w strukturze PKB, w tym zmniejszenia udziału rolnictwa w tworzeniu PKB, jednocześnie skutkując przyspieszeniem wzrostu gospodarczego. Jeżeli dodać do tego zapóźnienia cywilizacyjne, skorelowanie tego procesu ze wzrostem udziału alternatywnych źródeł energii w całkowitej konsumpcji energii również nie będzie specjalnie zaskakujące. Najwięcej problemów wiąże się jednak ze składnikiem losowym, który z założenia nie powinien obciążać estymacji, tj. powinien cechować się wyzerowaną wartością oczekiwaną. W praktyce to założenie sprowadza się do pewnego postulatu metodologicznego, zgodnie z którym składnik losowy powinien reprezentować jedynie zmienne nieistotne statystycznie dla wyjaśnienia zmienności badanego zjawiska, co prowadzi do konieczności jawnej specyfikacji tego, co statystycznie istotne. Tymczasem w przypadku szarej strefy więcej jest niejasności niż jasnych odpowiedzi. Gdyby zjawisko gospodarki nieoficjalnej było dobrze znane, nie byłoby potrzebne pośrednictwo wskaźników dla jej badania, a działalność przestępcza stanowiłaby prawdziwie margines aktywności gospodarczej. Zagwarantowanie, iż  $E(\varepsilon) = \mathbf{0}$ , co jest warunkiem nieobciążoności estymatora parametrów strukturalnych oraz umożliwia nieobciążoną predykcję, jest z tego punktu widzenia poważnym wyzwaniem. Podobnie jak gwarancje dla pozostałych założeń modelu, do których należy skalarność macierzy wariancji-kowariancji składników losowych czy normalność ich rozkładu.

Pomimo tych zastrzeżeń, klasyczne metody ekonometryczne są właściwym instrumentem dla badania szarej strefy – nie tyle z uwagi na obecne wyniki, co raczej ze względu na progres w rozumieniu fenomenu, w tym zwłaszcza precyzacji jego strukturalnej charakterystyki. „Wartością dodaną” metod ekonometrycznych jest bowiem możliwość rozwoju modeli przez uwzględnienie wielowymiarowości zja-

wisk złożonych, które jest dostępne nawet w przypadku modeli jednorównaniowych – zarówno metody ilustrowane równaniem (3), jak i (5) są tego przykładem, nawet jeżeli dalece niedoskonałym. Jednocześnie proponowane modele potwierdzają, iż próby upraszczania rzeczywistości przez jej odczytywanie zogniskowane na wybranym elemencie mają ograniczone możliwości eksplikacyjne. Ich popularność prawdopodobnie opiera się na klarowności interpretacji wyników – zwłaszcza gdy nie jest ona pogłębiona statystyczną weryfikacją przyjmowanych założeń – która jest pożądana w przypadkach, gdy praca analityczna koncentruje się na szacunkach rozmiaru gospodarki nieoficjalnej, bez uszczegóławiania przyczynowo-skutkowego, pozostającego również w zasięgu zastosowań metod ekonometrycznych. Naturalnym rozwinięciem tradycyjnego podejścia jest tym samym modelowanie wielowymiarowe, w tym zwłaszcza modele równań strukturalnych SEM, obecnie z modelem MIMIC na czele. Umożliwiają one przeprowadzanie analiz uszczegóławiających zarówno strukturalne aspekty szarej strefy, jak i ich złożony kontekst przyczynowy, wymagający dodatkowo uwzględnienia jednoczesnego wpływu wielu wskaźników zapośredniczających oddziaływanie szarej strefy. Jest to podejście mające potencjał integracji analiz w ich węższym wymiarze, gdyż problemem do rozwiązania w modelowaniu strukturalnym pozostaje arbitralność wyboru zmiennych, reprezentujących zarówno przyczyny, jak i wskaźniki szarej strefy. Część z nich ma przecież charakter jakościowy (zwłaszcza kwestie podatku jako zobowiązania moralnego), co dodatkowo komplikuje ich modelowe dookreślenie.

#### 4. EKONOMETRYCZNE METODY – WIELOWYMIAROWE MODELOWANIE

Ekonometryczna analiza zależności przyczynowych nieuchronnie wiąże się z nazwiskiem C.W. Grangera, który opierając pojęcie przyczyny na szeregach czasowych, trwale związał je z predykcją – określona zmienna według Grangera zasługuje na miano przyczyny, jeżeli zwiększa trafność prognoz co do innej zmiennej, zasadnie stanowiącej tym samym jej skutek. Analizy szarej strefy przywołują jednak w tym kontekście raczej modele równań strukturalnych (SEM – *Structural Equation Model*), które opisu przyczynowości nie zawężają do szeregów czasowych, włączając do rozważań dane przekrojowe. Jak słusznie zauważa M. Osińska<sup>15</sup>, w SEM „przyczynowość jest cechą logiczną modelu, niekiedy odnoszącą się do czasu”, co

---

<sup>15</sup> M. OSIŃSKA, *Ekonometryczna analiza zależności przyczynowych*, Toruń: Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika 2008, s. 16.



czyni z nich propozycję analityczną bardziej atrakcyjną niż w przypadku podejścia Grangera, zwłaszcza że: (1) SEM mogą być modelami wielorównaniowymi, w których występować mogą zmienne łącznie współzależne, oraz (2) dopuszczają one włączenie do modelu nieobserwowalnych i niemierzalnych zmiennych, mających jednak interpretację w obrębie zakresu przedmiotowego modelu. Jeżeli zmienne łącznie współzależne umożliwiają formalizację znanego w ekonomii stanu jednoczesnego oddziaływania wielu przyczyn, które dodatkowo mogą być powiązane ze sobą relacjami rekurencyjnymi lub nawet zwrotnymi (są dla siebie nawzajem przyczyną i skutkiem), to właśnie zmienne nieobserwowalne i niemierzalne pozwalają modelować zjawiska, w których przyczyny mają taki (właśnie nieobserwowalny i niemierzalny) charakter. Można zatem powiedzieć, iż modele SEM stanowią rozwinięcie modelowania ekonometrycznego, w którym przyczynowość jest interpretowana bezpośrednio, co wynika z charakteru opartych na obserwacjach zmiennych objaśniających, specyfikowanych w modelach regresji<sup>16</sup>. W takim podejściu do formalizacji opisu rzeczywistości empirycznej to, co nieobserwowalne, jest reprezentowane ewentualnie przez składnik losowy, ostatecznie nadający modelowi stochastyczny charakter – podobnie zresztą dzieje się z czynnikami niemierzalnymi, choć te można niekiedy wprowadzić do modelu, np. w postaci zmiennych binarnych.

SEM zrywa z takim bezpośrednim charakterem obserwacji, dopuszczając wyodrębnienie zmiennych latentnych, tj. nieobserwowalnych bezpośrednio, teoretycznych konstruktywów o endogenicznym lub egzogenicznym potencjale. Stanowią one poszerzenie zasad modelowania jeszcze w jednym aspekcie – błędu pomiarowego. W tradycyjnych jednorównaniowych modelach regresji, a nawet w modelach SEM opartych wyłącznie na zmiennych obserwowalnych, błędy pomiaru spowodowane są do ich reprezentacji przez składnik losowy właśnie z powodu bezpośredniego dostępu do zmiennych. Tymczasem konstrukty w postaci zmiennych latentnych reprezentują zjawiska występujące w teorii, które (pozbawione cechy mierzalności) wymagają doprecyzowania w zakresie błędów pomiarowych – konieczne dla nich jest bowiem zapośredniczenie „dostępu” przez jakieś mierzalne, jawnie specyfikowane w modelu wskaźniki<sup>17</sup>.

---

<sup>16</sup> Pomimo różnic w stosowanych technikach pomiędzy tradycyjną analizą ekonometryczną a SEM, w tym zwłaszcza istotną obecnością technik graficznych analizy ścieżek w SEM, modele równań strukturalnych oraz modele ekonometryczne pozostają ze sobą w relacji równoważności, tym bardziej że analizy graficzne można sprowadzić do zapisu algebraicznego, zgodnego z konwencją stosowaną w ekonometrii. Szerzej dowodzi tego np. praca: J. PEARL, *Causality. Models, Reasoning and Inference*, Cambridge University Press, New York 2009.

<sup>17</sup> Szerzej o konsekwencjach błędu pomiarowego por. K.A. BOLLEN, *Structural Equations with Latent Variables*, Wiley, New York 1989 (zwłaszcza ss. 151-176).

Model równań strukturalnych w postaci ogólnej jest złożony z dwóch komponentów: opartej na modelach regresji (o liczbie równań zależnej od liczby zmiennych endogenicznych) części strukturalnej oraz podmodelu pomiarowego. Pojedynczo są one znane badaczom – komponent strukturalny z zastosowań w ekonometrii, a pomiarowy z analizy czynnikowej (wykorzystywanej zwłaszcza w badaniach z zakresu psychologii), która służy do redukcji zmiennych w modelu, dzięki ich klasyfikacji opartej na analizie związków między zmiennymi pierwotnymi<sup>18</sup>. W szczególnym przypadku – choć należy dodać, iż z punktu widzenia badań nad szarą strefą akurat mniej interesującym – gdy wszystkie zmienne występujące w SEM są obserwowalne, model sprowadza się do tradycyjnego ekonometrycznego modelu wielorównaniowego, zamkniętego następującą postacią strukturalną (w ujęciu wyrażającym jedynie strukturę modelowanych relacji, abstrahując od jednostkowych obserwacji w liczebności danej próby oraz bez zaznaczenia specyfiki modeli ze zmiennymi opóźnionymi, co wymaga oczywiście dodatkowego indeksowania)<sup>19</sup>:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \beta_{12} & \beta_{13} & \cdots & \beta_{1p} \\ \beta_{21} & 0 & \beta_{23} & \cdots & \beta_{2p} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & 0 & \cdots & \beta_{3p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{p1} & \beta_{p2} & \beta_{p3} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} & \cdots & \gamma_{1q} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} & \cdots & \gamma_{2q} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} & \cdots & \gamma_{3q} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{p1} & \gamma_{p2} & \gamma_{p3} & \cdots & \gamma_{pq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \\ \vdots \\ \zeta_p \end{bmatrix} \quad (7)$$

co w zapisie algebraicznym można przedstawić jako:

$$\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{y} + \mathbf{\Gamma}\mathbf{x} + \boldsymbol{\zeta} \quad (8)$$

<sup>18</sup> W języku polskim jest niewiele publikacji poświęconych analizie czynnikowej (zwłaszcza w jej pozapsychologicznych zastosowaniach). Ogólnego wprowadzenia w problematykę dostarcza: A. STANISZ, *Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach z medycyny*, t. III: *Analizy wielowymiarowe*, StatSoft, Kraków 2007.

<sup>19</sup> Modele SEM nie specyfikują z reguły opóźnień, które z kolei występują w ekonometrii szeregów czasowych. Wskazany model bardziej znany jest wówczas w zapisie:  $\mathbf{B}\mathbf{Y} + \mathbf{\Gamma}\mathbf{X} = \boldsymbol{\zeta}$ , gdzie znak równości dotyczy składników losowych, a nie zmiennych endogenicznych. Wówczas macierz  $\mathbf{B}$  definiowana jest jako  $(\mathbf{I} - \mathbf{B})$  modelu SEM i reprezentuje łącznie parametry strukturalne stojące przy endogenicznych zmiennych bieżących modelu – zarówno w ich roli jako zmiennych objaśnianych, jak i objaśniających. Ze względu na licznie reprezentowane przypadki wprowadzenia do modelu zmiennych opóźnionych,  $\mathbf{\Gamma}$  jest macierzą parametrów strukturalnych stojących przy zmiennych z góry ustalonych i definiowana jest jako  $(-\mathbf{\Gamma})$  macierzy SEM.

gdzie  $\mathbf{y}$  jest  $p$ -elementowym wektorem zmiennych endogenicznych,  $\mathbf{x}$  jest  $q$ -elementowym wektorem zmiennych egzogenicznych (w szczególnym przypadku ograniczonym do pojedynczej zmiennej),  $\mathbf{B}$  oraz  $\mathbf{\Gamma}$  to macierze parametrów strukturalnych stojących odpowiednio przy zmiennych endogenicznych (w przedstawionym zapisie w ograniczeniu do ich roli, jako zmiennych objaśniających modelu) oraz egzogenicznych, które definiują strukturalne relacje między zmiennymi, a  $\zeta$  to  $p$ -elementowy wektor składników losowych modelu (jak wspomniano, po uwzględnieniu próby, składniki wektorów  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{x}$  oraz  $\zeta$  wymagają indeksowania do próby).

Model ten może być w praktyce realizowany przez modele proste, rekurencyjne lub – co najbardziej interesujące – łącznie współzależne, gdy endogeniczne zmienne występują w równaniach modelu zarówno w roli zmiennych objaśnianych, jak i objaśniających. Jednak prawdziwie rewolucyjne jest dla niego uzupełnienie nieobserwowalnymi zmiennymi latentnymi (ukrytymi) – wyrażające oczywiste dla specjalistów z badanej dziedziny przedmiotowej, choć (z punktu widzenia ich charakterystyki) złożone i abstrakcyjne konstrukty teoretyczne – które skutkuje komplikacją formalizacji SEM, tym bardziej że podobnie jak w modelach łącznie współzależnych mogą one zostać wyspecyfikowane zarówno w roli zmiennych egzogenicznych, jak i endogenicznych modelu. Przywołując typowe dla SEM konwencje zapisu, w których latentne zmienne endogeniczne oznaczane są jako  $\boldsymbol{\eta}$ , natomiast latentne zmienne egzogeniczne jako  $\boldsymbol{\xi}$ , model SEM dla takich zmiennych może zostać przedstawiony w postaci algebraicznej jako:

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{B}\boldsymbol{\eta} + \mathbf{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \zeta \quad (9)$$

gdzie:  $\boldsymbol{\eta}$  jest  $m$ -elementowym wektorem latentnych zmiennych endogenicznych,  $\boldsymbol{\xi}$  to  $n$ -elementowy wektor latentnych zmiennych egzogenicznych,  $\zeta$  jest  $m$ -elementowym wektorem składników losowych modelu, a macierze  $\mathbf{B}$  oraz  $\mathbf{\Gamma}$  przedstawiają stojące obok nich parametry strukturalne, odpowiednio wektora latentnych zmiennych endogenicznych (macierz o rozmiarach  $m \times m$ ) oraz latentnych zmiennych egzogenicznych (macierz definiowana jako  $m \times n$ ).

Macierze parametrów określają swoisty wzorec strukturalnych relacji modelowo odzwierciedlających badaną rzeczywistość. Jednak taki zapis nie uwzględnia faktu, iż włączenie do modelu konstruktów teoretycznych czyni nierealistycznym powszechne w ekonometrii założenie o braku błędów pomiarowych w odniesieniu do zmiennych modelu. Specyfika zmiennych ukrytych, a zatem nieobserwowalnych, polegająca na zapośredniczeniu „dostępu” do nich właściwymi im wskaźnikami, nakazuje włączenie dedykowanego im modelu SEM jedynie jako komponentu modelu właściwego, który poza opisem relacji między zmiennymi latentnymi opisze

także sposób, w jaki definiowane jest wspomniane pośrednictwo, dzięki któremu obserwacja liczących (zazwyczaj) wskaźników przybliża badacza do zrozumienia określonej zmiennej ukrytej. Realizacji tego zadania podporządkowany jest drugi komponent modelu SEM, jakim jest wspomniany już, oparty na analizie czynnikowej, podmodel pomiarowy, który nie tylko umożliwi oszacowanie błędów pomiaru, lecz także uzasadni włączenie do modelu konstruktów teoretycznych w roli zmiennych, przez wskazanie strukturalnych równań łączących nieobserwowalne zmienne latentne z ich obserwowalnymi wskaźnikami:  $\mathbf{y}$  dla ukrytych zmiennych endogenicznych  $\boldsymbol{\eta}$  oraz  $\mathbf{x}$  dla ukrytych zmiennych egzogenicznych  $\boldsymbol{\xi}$ . Ostatecznie model zawierający zmienne latentne, z uwzględnieniem zmiennych wskaźnikowych (które w praktyce badawczej bywają nazywane pozycjami testowymi, zmiennymi manifestowanymi czy po prostu obserwowalnymi), przyjmie postać ogólną obejmującą:

[A]. Równania podmodelu strukturalnego, porządkujące relacje między zmiennymi latentnymi występującymi w roli zmiennych objaśnianych oraz zmiennych objaśniających:

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{B}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta}$$

[B]. Równania podmodelu pomiarowego, porządkujące relacje między zmiennymi latentnymi oraz ich wskaźnikami<sup>20</sup>:

$$\text{dla } \mathbf{y}: \quad \mathbf{y} = \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (10)$$

$$\text{oraz dla } \mathbf{x}: \quad \mathbf{x} = \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta} \quad (11)$$

gdzie podmodel strukturalny definiowany jest jak dla (9), natomiast podmodel pomiarowy składa się z:

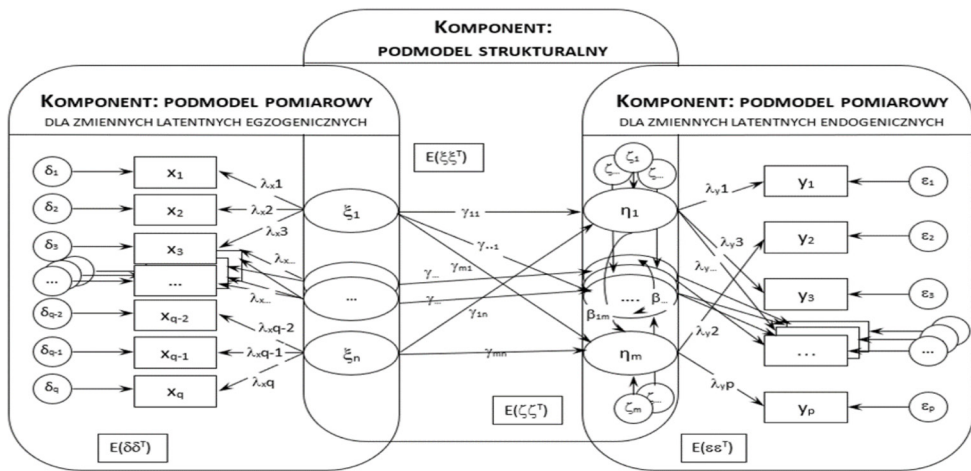
- $p$ -elementowego wektora  $\mathbf{y}$ , obserwowalnych endogenicznych wskaźników zmiennych latentnych  $\boldsymbol{\eta}$ ;
- $q$ -elementowego wektora  $\mathbf{x}$ , obserwowalnych egzogenicznych wskaźników zmiennych latentnych  $\boldsymbol{\xi}$ ;
- macierzy ładunków czynnikowych: zmiennych endogenicznych  $\boldsymbol{\Lambda}_y$  o wymiarach  $p \times m$  oraz zmiennych egzogenicznych  $\boldsymbol{\Lambda}_x$  o wymiarach  $q \times n$ , tj. macierzy

<sup>20</sup> Przyczynami i skutkami, choć kwestia ustalenia związków przyczynowych stanowi odrębny problem. Warto przy tym podkreślić, iż równania podmodelu pomiarowego są skutkiem podważenia założenia o braku błędów pomiarowych, które przy wprowadzonych zmiennych latentnych sugerowałyby  $\mathbf{y} = \boldsymbol{\eta}$  oraz  $\mathbf{x} = \boldsymbol{\xi}$ .

definiujących zmianę odpowiednio wartości endogenicznych i egzogenicznych wskaźników, przy jednostkowej zmianie właściwych im zmiennych latentnych;

– wektorów składników losowych:  $p$ -elementowego  $\varepsilon$  (reprezentującego błędy pomiarowe obserwowalnych wskaźników endogenicznych  $y$ ) oraz  $q$ -elementowego  $\delta$  (reprezentującego błędy pomiarowe obserwowalnych wskaźników egzogenicznych  $x$ ).

Graficzną prezentację ogólnego modelu (przedstawioną w konwencji, gdzie w prostokątach zamieszczone są zmienne obserwowalne lub towarzyszące modelowi macierze kowariancji, kształt owalny reprezentuje zmienne latentne, w kółkach wprowadzone są składniki losowe, a przykładowe parametry pojawiają się bez graficznego wyróżnienia) przedstawia Rysunek 1.



Opr. własne, nawiązujące do: A. JANUSZEWSKI, *Modele równań strukturalnych*, s. 218.

Rysunek 1. Diagram poglądowy modelu SEM ze zmiennymi latentnymi

Dodatkowo w modelu przyjmuje się standardowe założenia dotyczące struktury stochastycznej:  $E(\zeta) = E(\eta) = E(\xi) = E(\varepsilon) = E(\delta) = \mathbf{0}$ , a składniki losowe  $\zeta$  nie są skorelowane ze zmiennymi egzogenicznymi  $\xi$ , podobnie jak  $\varepsilon$  nie może być skorelowany z  $\eta$ ,  $\xi$  oraz  $\delta$ , a  $\delta$  – poza brakiem korelacji z  $\varepsilon$  – nie może być skorelowany z  $\eta$  i  $\xi$ <sup>21</sup>. Jak słusznie komentuje powyższy stan R. Konarski (za K.A. Bollenem), w obydwu komponentach ogólnego modelu występują relacje strukturalne:

<sup>21</sup> Z punktu widzenia estymacji te założenia wymagają uzupełnienia warunkiem, iż macierz  $(\mathbf{I} - \mathbf{B})$  jest macierzą nieosobliwą (z racji wyjściowej dla estymacji parametrów strukturalnych modelu wielorównaniowego, postaci zredukowanej, którą w przypadku SEM wyznacza równanie:  $\eta = (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\Gamma\xi + \zeta)$ ). Por. K.A. BOLLEN, *Structural Equations with Latent Variables*, s. 319 n.

„W podmodelu strukturalnym zawarta jest struktura relacji między zmiennymi latentnymi, w podmodelu pomiarowym natomiast – struktura pomiaru zmiennych latentnych”, wyrażona relacjami między zmiennymi ukrytymi a ich obserwowalnymi wskaźnikami<sup>22</sup>. Przy czym ta ostatnia kwestia jest szczególnie ważna z uwagi na jej determinujący wpływ na model w zakresie odwołania do zmiennych latentnych, dla których jedyną obserwowalną reprezentacją w modelu są właśnie jawnie specyfikowane wskaźniki. To analiza relacji kowariancyjnych między tymi wskaźnikami z założenia podporządkowana jest dostarczeniu informacji o zmiennych latentnych, przy czym do dyspozycji pozostają tu dwie uzupełniające się metody: eksploracyjna analiza czynnikowa (EFA – *Exploratory Factor Analysis*) oraz confirmacyjna analiza czynnikowa (CFA – *Confirmatory Factor Analysis*). Celem pierwszej jest ujawnienie relacji kowariancyjnych między wskaźnikami, ale bez uszczegóławiania ich w odniesieniu do zmiennych ukrytych, czemu dedykowana jest CFA. Tym samym analiza eksploracyjna wskazuje na zmienną latentną jedynie pośrednio, w postaci ukrytego, wspólnego źródła relacji kowariancyjnych, pośredniczącego między wskaźnikami. Nie jest ona z reguły obciążona regułami doprecyzowującymi rozumienie czynnika ukrytego, co z jednej strony nie ogranicza analizy apriorycznymi wytycznymi, ale z drugiej strony może prowadzić do chaosu we wnioskach, identyfikując czynniki wątpliwe i jednak przypadkowe, których charakter zmienia się w interpretacji przez nakazowe (*ad hoc*) przypisanie ich do pewnego, znanego skądinąd badaczom zjawiska. Tym bardziej istotne jest uzupełnienie analiz eksploracyjnych przez CFA, będącą w istocie statystycznym modelem umożliwiającym testowanie szczegółowych hipotez odnoszących się do relacji między zdefiniowanymi już zmiennymi latentnymi, a ich wskaźnikami.

Na pełne badanie SEM składa się wiele złożonych procedur, do których należy specyfikacja (wyznaczająca między innymi zakres tego, które parametry są w modelu ustalone, a które estymowane), identyfikacja, estymacja, ocena (badanie jakości) oraz modyfikacja modelu. Zakładają one częściowe procesy, w których decyzja badacza podejmowana jest arbitralnie – co koncentruje zresztą wiele opinii krytycznych o SEM. Koniecznym uzupełnieniem tradycyjnej estymacji jest skomplikowana, gdyż wymagająca wsparcia właściwą dla przedmiotu badania teorią, analiza ścieżek, której celem jest charakterystyka zależności pomiędzy elementami modelu. Z kolei procedura estymacyjna poprzedzona jest standaryzacją zmiennych wskaźnikowych (zarówno identyfikowanych jako przyczyny, jak i skutki dla zmiennych latentnych), która generuje niekiedy problemy interpretacyjne, ale jest konieczna dla poprawnego procesu szacowania parametrów. Celem weryfikacji jest dowiedzenie,

---

<sup>22</sup> R. KONARSKI, *Modele równań strukturalnych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009, s. 49.

iż model jako całość jest dobrym opisem rzeczywistości – istotność poszczególnych składowych modelu ma tu mniejsze znaczenie. Modyfikacja natomiast pozwoli – co jest istotne zwłaszcza w modelach, w których składnikom zweryfikowanym jako istotne towarzyszy brak adekwacji po stronie struktury wyjaśniającej analizowane zależności – udoskonalić strukturalny opis modelowanej rzeczywistości.

Ta skomplikowana proceduralnie analiza sprzyja różnym nadinterpretacjom oraz upraszczającym – a przez to zniekształcającym ostateczne wyniki – praktykom, które są źródłem rozmaitych zastrzeżeń co do analitycznej przydatności SEM. Źródłem wielu nieporozumień jest np. to, iż modele równań strukturalnych z natury rzeczy nie poddają się tak jednoznacznej ocenie, jak np. modele regresji – kategoria „dopasowania do danych”, pozwalająca wykluczyć z dalszych rozważań pewne propozycje modelowe w przypadku jednorównaniowych modeli regresji (6), nie ma swojego odpowiednika w SEM. Przybliżona adekwacja SEM do modelowanych procesów jest nie tyle powodem do porzucenia modelu, co raczej impulsem do jego przebudowy, która jako etap procedury analitycznej jest zresztą zakładana w teorii modeli strukturalnych. Ta różnica właściwie prowadzi do redefinicji postawy badacza, choć ostatecznie cel – jakim jest jak najlepsze odzwierciedlenie teoretyczne doświadczanej rzeczywistości – pozostaje niezmienny. W zwykłych modelach regresji na podstawie danych (obserwacji) i przy spełnieniu określonych założeń modelowych można było wyznaczyć najlepszy instrument umożliwiający estymację parametrów i następnie przejść do oceny rezultatów, o których było wiadomo, że są najlepsze z możliwych w danych warunkach modelowych. W takim przypadku postawa badacza wobec wyników estymacji była w pewnym stopniu bierna – potencjał modelu określany był jakością specyfikacji, faktyczną strukturą stochastyczną modelu i próbą, stąd niewystarczająca adekwacja wyników musiała być ostatecznym kryterium negatywnej oceny jego przydatności. Jednak w przypadku modeli równań strukturalnych sytuacja badacza jest nieporównywalna – przede wszystkim dlatego, że wyniki estymacji nie mają tak „ostatecznego” charakteru, jak w podejściu tradycyjnym, a wysiłek jest skoncentrowany nie tyle na potwierdzeniu przydatności konkretnego rozwiązania teoretycznego, co na ciągłym poprawianiu modelu tak, żeby osiągnąć najlepszy poziom adekwacji do modelowanej rzeczywistości.

Analiza w modelach równań strukturalnych wykorzystuje informacje o empirycznej (zapośredniczonej obserwacjami) kowariancji w obrębie modelu, do potwierdzenia jego przydatności dla wyjaśnienia i lepszego zrozumienia rzeczywistych procesów. W SEM przyjmuje się, że macierz kowariancji zmiennych obserwowalnych jest zawsze funkcją zbioru parametrów modelu. Jeżeli hipotetycznie założymy, iż dysponujemy modelem adekwatnym do wyjaśnianej rzeczywistości, o znanych parametrach, to macierz kowariancji zmiennych obserwowalnych w populacji  $\Sigma$

będzie tożsama z macierzą kowariancji jako funkcją wektora parametrów tego modelu  $\Sigma\theta$ :

$$\Sigma = \Sigma\theta \quad (12)$$

W praktyce nie znamy ani parametrów modelu, ani macierzy kowariancji będącej ich funkcją, dlatego badacze są skazani na wnioskowanie oparte na próbie, która pozwala oszacować parametry i dopiero za ich pośrednictwem wnioskować o charakterystyce populacji.

Technicznie zatem kierunkiem analiz w SEM jest potwierdzenie zgodności teorii wyrażonej modelem równań strukturalnych, z empirycznym zestawem danych, do którego – poza samymi obserwacjami – zalicza się też pewne ich charakterystyki – model ma wyjaśnić kowariancje między zmiennymi obserwowalnymi. Dlatego każdorazowo punktem odniesienia w ocenie modelu SEM jest zaobserwowana, empiryczna macierz  $[(p + q) \times (p + q)]$  kowariancji zmiennych obserwowalnych  $S$  (dla  $p$  obserwowalnych zmiennych endogenicznych  $y$  oraz  $q$  obserwowalnych zmiennych egzogenicznych  $x$ ), stanowiąca tym samym, wraz z „surowymi” danymi pochodzącymi z obserwacji tych zmiennych, bazę empiryczną modelu. Celem jest takie modelowanie relacji strukturalnych pomiędzy zmiennymi wyodrębnionymi w modelu, aby empiryczna macierz kowariancji zmiennych obserwowalnych  $S$  była jak najlepiej dopasowana do macierzy kowariancji, którą można przedstawić po wyznaczeniu wartości parametrów modelu statystycznego, tj.  $\hat{\theta}$ . Oszacowana macierz kowariancji zmiennych obserwowalnych  $\Sigma\hat{\theta}$ , implikowana przez model, w konfrontacji z empiryczną macierzą kowariancji  $S$  pozwala wyznaczyć tę część struktury danych, która nie jest wyjaśniona przez aktualną postać modelu SEM:  $S - \Sigma\hat{\theta} = e$ . Zakłada się bowiem, że empiryczna macierz kowariancji  $S$  jest tożsama z nieobciążonym estymatorem macierzy kowariancji  $\Sigma$ , charakteryzującej populację modelu, tj. macierzy kowariancji zmiennych obserwowalnych w populacji, znanej z (12)<sup>23</sup>.

W konsekwencji adekwatna dla empirycznej macierzy kowariancji zmiennych obserwowalnych  $S$  macierz kowariancji  $\Sigma\hat{\theta}$  jest potwierdzeniem teorii stojącej za modelem w zakresie jej zgodności z wyjaśnianą przezeń rzeczywistością. Gdy jednak tej adekwacji brak, jest to jedynie impuls dla zmniejszenia błędu  $e$ , nie zaś do porzucenia modelu. Wyjściową informacją w ewentualnej modyfikacji jest oczywiście określenie źródeł błędu, skutkujących niedopasowaniem macierzy kowariancji, a co za tym idzie – empirii i teorii, nie jest bowiem oczywiste, że za brak

<sup>23</sup> Warunkiem nieobciążoności jest łączna normalność rozkładu obserwowalnych zmiennych oraz liniowość relacji między zmiennymi w modelu. Por. R. KONARSKI, *Modele równań strukturalnych*, s. 53.



adekwacji odpowiada źle skonstruowany model. Za błąd może odpowiadać błąd specyfikacji zmiennych, ale także błąd pomiarowy wskaźników czy błąd estymacji. Jeżeli w ramach specyfikacji przyjęto założenia co do wartości części parametrów strukturalnych, one mogą również mieć swój udział w ostatecznym niedopasowaniu modelu – tak samo, jak *ad hoc* zostały wprowadzone, podobnie mogą zostać zmienione, zarówno co do wartości wybranych parametrów, jak i ich włączenia do zestawu parametrów szacowanych. Stąd procedura testowania i modyfikacji ma z konieczności charakter iteracyjny, a testowanie rozmaitych hipotez nie ma charakteru weryfikacyjnego w takim samym znaczeniu, jak w modelu (6).

Można więc powiedzieć, że w przypadku SEM dane rozwiązanie w postaci sparametryzowanego modelu jest jedynie egzemplifikacją wielu możliwości definiovanych tym modelem. Jeżeli dana egzemplifikacja okaże się za mało adekwatna dla rzeczywistości empirycznej, to – zakładając początkowo, iż nie jest to skutkiem błędów w samym modelowaniu – należy poszukać ocen parametrów lepiej oddających empirię. Badacz nie tyle występuje w roli audytora modelu przejętego po zamknięciu procedury estymacji, co raczej testera, poddającego w dobrej wierze aktualną jakość modelu, co do którego zasadnie żywi oczekiwania o możliwej poprawie jakości dopasowania do empirycznie doświadczanej rzeczywistości. W tym sensie zrozumiała jest opinia R. Konarskiego, który twierdzi, iż „model strukturalny operacjonalizuje teorię w świetle ograniczeń zastosowanego planu badawczego”.

W badaniach nad zjawiskiem szarej strefy za szczególnie przydatny uznaje się specjalny model SEM autorstwa A. Zellnera oraz R. Hausera i A. Goldbergera, znany jako MIMIC (*Multiple Indicators and Multiple Causes*), czyli model wielu wskaźników i wielu przyczyn<sup>24</sup>. Pierwotne sformułowanie modelu określało relację między jedną endogeniczną zmienną latentną i wieloma jej wskaźnikami (egzogeniczne zmienne latentne nie występują w MIMIC), co prowadzi do specyfikacji algebraicznej:

---

<sup>24</sup> Wiodące inspiracje dla MIMIC zaprezentował A. Zellner w 1970 r. w pracy poświęconej możliwościom estymacji parametrów modeli regresji, zawierających zmienne nieobserwowalne (*Estimation of Regression Relationships Containing Unobservable Independent Variables*, “International Economic Review” 11(1970), No. 3, pp. 441-454. Jednak uznaje się, że w pełni model został zaprezentowany w 1971 r. przez A. Goldbergera i R. Hausera w pracy: *The Treatment of Unobservable Variables in Path Analysis*, “Sociological Methodology” 1971, No. 3, pp. 81-117, choć nazwa MIMIC wprowadzona została dopiero dzięki jego spopularyzowaniu w pracy z 1975 r.: K.G. JÖRESKOG, A.S. GOLDBERGER, *Estimation of a Model with Multiple Indicators and Multiple Causes of a Single Latent Variable*, “Journal of the American Statistical Association” 70(1975) (September), pp. 631-639. Do badania szarej strefy model został użyty w 1984 r.: B. FREY, H. WECK-HANNEMANN, *The Hidden Economy as an “Unobservable” Variable*, “European Economic Review” 26(1984), No. 1-2, pp. 33-53.

$$\eta_1 = \Gamma \mathbf{x} + \zeta_1 \quad (13)$$

$$\mathbf{y} = \Lambda_y \eta_1 + \varepsilon \quad (14)$$

$$\mathbf{x} = \xi, \quad (15)$$

w której równanie (14) to podmodel pomiarowy dla endogenicznej zmiennej latentnej  $\eta_1$ , a (13) definiuje podmodel strukturalny dla  $\eta_1$  oraz  $\mathbf{x}$  (ze względu na jednostkową endogeniczną zmienną latentną  $\eta_1$ , co w ogólnym modelu (9) prowadzi do  $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ , a zatem, uwzględniając (14),  $\eta_1 = \Gamma \mathbf{x} + \zeta_1$ ). Reguła (15) potwierdza, iż w modelu nie występują zmienne egzogeniczne latentne, czyli zmienne egzogeniczne są obserwowalne i mierzone bez błędu pomiarowego. Wektor  $\mathbf{y}$  to  $p$ -elementowy wektor wskaźników zmiennej latentnej, którego postać transponowaną można przedstawić jako  $\mathbf{y}^T = [y_1, y_2, \dots, y_p]$ , natomiast  $\mathbf{x}$  jest  $q$ -elementowym wektorem zmiennych egzogenicznych, „objaśniających” zmienną latentną, przedstawianych wierszowo jako  $\mathbf{x}^T = [x_1, x_2, \dots, x_q]$ . Przyjmuje się ponadto, iż składniki losowe  $\varepsilon$  oraz  $\zeta_1$  nie są skorelowane, a w konsekwencji reguły (15), w równaniu (11),  $\delta = \mathbf{0}$  oraz  $\Lambda_x = \mathbf{I}$ .

Koncentrując się na aspekcie praktycznym MIMIC, równania MIMIC należy przedstawić z uwzględnieniem odniesienia do próby, co pozwoli zapisać je w postaci:

$$\eta_t = \gamma^T \mathbf{x}_{(t)} + \zeta_{(t)} \quad (13)'$$

gdzie zmienna latentna jest opisana jako funkcja  $q$ -przyczyn,  $\mathbf{x}_{(t)}^T = [x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{qt}]$  parametryzowanych  $q$ -elementowym wektorem  $\gamma$  (oczywiście przy  $\zeta_t \sim N(0, \sigma_\zeta^2)$ ) oraz

$$\mathbf{y}_{(t)} = \Lambda_y \eta_t + \varepsilon_{(t)} \quad (14)'$$

gdzie  $p$ -elementowy nieznan wektor definiuje wpływ zmiennej latentnej na  $p$ -składnikowe skutki  $\mathbf{y}_{(t)}^T = [y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{pt}]$  modelu (przy założeniu  $\varepsilon_{(t)} \sim MVN(\mathbf{0}, \Sigma_\varepsilon)$ ). Uwzględniając (13)'

$$\mathbf{y}_{(t)} = \Lambda_y \cdot \gamma^T \cdot \mathbf{x}_{(t)} + \Lambda_y \cdot \zeta_{(t)} + \varepsilon_{(t)},$$

co pozwala zapisać (14) w postaci uproszczonej, jako:

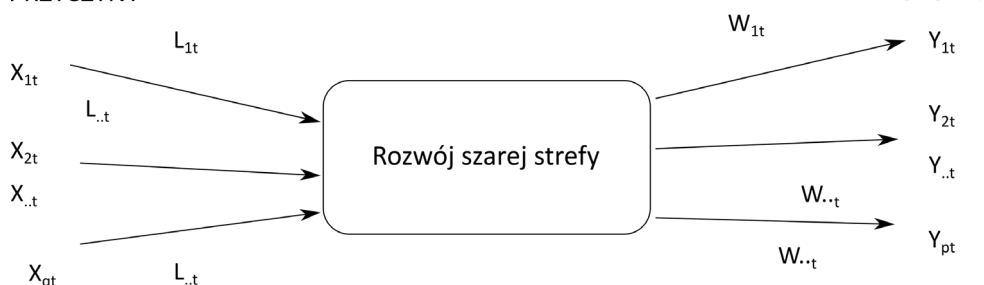
$$\mathbf{y}_{(t)} = \mathbf{\Pi} \mathbf{x}_{(t)} + \mathbf{z}_{(t)} \quad (14)''$$

gdzie  $\mathbf{\Pi} = \Lambda_y \cdot \gamma^T$  oraz  $\mathbf{z}_{(t)} = \Lambda_y \cdot \zeta_{(t)} + \varepsilon_{(t)}$ .

Jest to postać, która bardzo dobrze obrazuje faktyczną rolę zmiennej latentnej, będącej „ukrytą” także w obrębie modelu – staje się ona swoistym „transmiterem” między zmiennymi wskaźnikowymi, spośród których część pełni rolę przyczyn, a część

skutków właśnie nieobserwowalnej zmiennej latentnej. Nawet o jej istnieniu można się przekonać jedynie „nie wprost”, interpretując dane uzyskane w oparciu o zmienne mierzalne, pod kątem ewentualnych transformacji pewnych informacji w inne. Zmienna latentna jawi się tutaj jako swoista „czarna skrzynka”, która za taką transformację odpowiada – choć reguły i faktyczny przebieg transformacji nie są znane.

## PRZYCZYNY



Opr. własne, nawiązujące do: F. SCHNEIDER, A. BUEHN, *Estimating the Size of the Shadow Economy*, s. 19.  
Rysunek 2. Diagram poglądowy związków przyczynowo-skutkowych dla „szarej strefy”

Obserwując zmienne wskaźnikowe, nawet wyodrębnienie przyczyn w konfrontacji ze skutkami jest wysoce ryzykowne. Można bowiem „symptomy” skutków powiązać z niewłaściwymi przyczynami – te ostatnie zaś, ocenione jako nieistotne, można nawet wyłączyć z modelu. W taki sposób skutki, które są obserwowalne, zostaną przypisane elementom, które faktycznie ich nie generują. Dlatego modele SEM potrzebują wsparcia teorii, pozwalającej wstępnie powiązać model statystyczny z empirią. W rzeczywistych modelach, dedykowanych analizom szarej strefy, spośród obserwowalnych wskaźników przyczynowych wymieniane są średnie i krańcowe stopy podatkowe, inflacja, realne dochody czy miary identyfikujące stopień regulacji w wybranych obszarach (zwłaszcza w systemie podatkowym), wysokość dotacji rządowych, państwowe świadczenia socjalne itp. Przy tak złożonym zjawisku dyskusyjny jest jednak nie tyle dobór takich czy innych zmiennych wskaźnikowych, co raczej pominięcie części zbioru zmiennych potencjalnych – w SEM wybrane wskaźniki uznaje się za reprezentatywne dla zmiennej latentnej, natomiast potwierdzenie tego wyboru w przypadku gospodarki nieoficjalnej nie jest możliwe. Stąd pojawiają się zarzuty arbitralności w doborze zmiennych obserwowalnych, skutkujące opisem rzeczywistości, która związek z szarą strefą co prawda, posiada, ale jej przedmiotowy zakres w relacji do definicji szarej strefy pozostaje niejasny. Nie wiadomo np., w jakiej części (a nawet: czy w ogóle) obserwacje reprezentują działalność przestępczą ani w jakim zakresie włączają do modelu pomoc w obrębie rodziny. Zarzutów formułuje się zresztą więcej – dotyczących

np. wrażliwości wyników szacunków na wielkość próby czy niestabilność ocen w kontekście niewielkich nawet zmian w specyfikacji modelu, stosowalności MIMIC w danych opartych na szeregach czasowych czy niejasności w zakresie procedury standaryzacji zmiennych wskaźnikowych. Szacunki rozmiaru szarej strefy uzyskane przy zastosowaniu MIMIC są zazwyczaj dwu-, trzykrotnie większe od szacunków prowadzonych w ramach rachunków narodowych, w których metodologia zazwyczaj opiera się na metodach pośrednich (np. monetarnych) koncentrowanych jednoczynnikowo, dlatego podważanie zasadności stosowania MIMIC, i w ogóle modeli SEM, do badania rzeczywistości nieobserwowalnej ma licznych zwolenników<sup>25</sup>. Zapomina się przy tym, że możliwość wyboru wielu „symptomów” jednej zmiennej ukrytej powoduje, iż technicznie nie jest problemem włączenie ich w większej liczbie do modelu – większym problemem jest taki ich dobór, aby wpływ na zmienną latentną nie obciążał modelu np. współliniowością. Słabością MIMIC w badaniach szarej strefy jest bowiem przede wszystkim brak właściwej teorii, pomocnej w dookreśleniu przedmiotowej strony analiz. Dodatkowo, obiektywizując dyskusję wokół SEM, należy podkreślić, iż specyfika modelowania równań strukturalnych – w tym oczywiście modelu MIMIC – zakłada oparcie analiz na odpowiednio dużych próbach, co niestety nie zawsze może mieć miejsce w zastosowaniach nieeksperymentalnych (pozbawionych wsparcia ankietyzowaniem podmiotów poddanych badaniom). Aby zatem poprawić wyniki modelowania pod rygorem SEM, należy wesprzeć analizy jakąś teorią szarej strefy, która będzie mogła choćby zagwarantować precyzyjniejsze określenie obszaru substancywnego i pozwoli na wiarygodniejszą ocenę końcowych wyników.

Powyższe nie wyczerpuje oczywiście zastrzeżeń co do wiarygodności wyników otrzymanych przez modelowanie strukturalne. Problemem jest nawet poprawność wyboru spośród SEM akurat modelu MIMIC, jako właściwego dla szacowania rozmiarów szarej strefy. Z punktu widzenia analizy w czasie, jedną z hipotez, którą należałoby zweryfikować, jest autoregresyjny charakter szarej strefy. Z drugiej strony,

---

<sup>25</sup> Kompleksowej krytyce zastosowań MIMIC w badaniach nad szarą strefą, poświęcona jest praca: T. BREUSCH, *Estimating the Underground Economy using MIMIC Models*, “Working Paper” (Canberra) 2005. Por. także odpowiedź na zastrzeżenia Breuscha w publikacji: R. DELL’ANNO, F. SCHNEIDER, *Estimating the Underground Economy by Using MIMIC Models: A Response to T. Breusch’s Critique*, “Working Paper” 2006, No. 0607, Department of Economics, Johannes Kepler University of Linz oraz wcześniejszą pracę Gilesa, stanowiącą pochwałę MIMIC: D. GILES, *Measuring the Hidden Economy: Implications for Econometric Modeling*, “The Economic Journal” 10(1999) (June), pp. F370-F380. Po odpowiedzi na swoje zastrzeżenia Breusch jeszcze wielokrotnie argumentował przeciw metodologii SEM – ciekawa jest zwłaszcza praca bezpośrednio nawiązująca do entuzjazmu Gilesa: *The Canadian Underground Economy: An Examination of Giles and Tedds*, “Canadian Tax Journal” 53(2005), No. 2, pp. 367-391.

punktowy szacunek powinien być może uwzględniać więcej zmiennych latentnych, choćby z powodu niejednorodności przedmiotu badań. Nawet akceptując MIMIC, pozostaje jeszcze wysokie ryzyko błędu pominięcia zmiennych, co – jak wiadomo – skutkuje obciążonymi szacunkami parametrów oraz brakiem precyzji w szacunkach parametrów struktury stochastycznej, ze wszystkimi tego konsekwencjami (np. dla ocen błędów szacunku)<sup>26</sup>. Trzeba z tego powodu podkreślić, iż chociaż modele SEM można stosować zarówno dla zjawisk eksperymentalnych, jak i nieeksperymentalnych, zmienne latentne łatwiej interpretuje się w odniesieniu do wyników ankiet, gdy odpowiedzi respondentów ujawniają ukryte zjawiska dotyczące ich charakterystyki. Nie jest zatem zaskakujący sukces modelowania SEM w psychologii<sup>27</sup>, nawet jeżeli historia rozwoju modeli równań strukturalnych wskazuje inspirującą rolę ekonometrii. Ich zastosowanie dla badania szarej strefy jest z pewnością uzasadnione, i to zarówno jako uzupełnienie metod bezpośrednich (w zakresie formalizacji wyników otrzymanych dzięki pozyskanym ankietom), jak i w ramach analiz pośrednich – ostatecznie nawet kierunkowanych na szacunkowe przybliżenie rozmiaru szarej strefy, choć potencjał SEM powinien raczej być wykorzystany w rozciągnięciu analiz na związki przyczynowe i przybliżenie wiedzy o aspektach strukturalnych badanego zjawiska. W zastosowaniu do gospodarki nieoficjalnej szara strefa występuje jako zmienna latentna, dla której dobiera się z założenia reprezentatywne dla niej, obserwowalne zmienne będące przyczynami i skutkami, których obserwacja z pewnością pozwala na przybliżenie rozumienia zmiennej ukrytej, ale w związku z tym, iż brakuje swoistego modelu referencyjnego w postaci wsparcia teoretycznego dla specyfikacji modelu, otrzymane wyniki nie będą satysfakcjonujące dla innych badaczy. Nie jest jednak istotne to, że będą się one różniły od wyników innych metod, ale raczej to, że brak jest jednoznacznego uzasadnienia, dlaczego dane rozwiązanie uznano za adekwatne właśnie dla szarej strefy, a nie np. jedynie pomocy dobrosąsiedzkiej – istotą zastrzeżeń jest właśnie brak teorii gospodarki nieoficjalnej. W jej budowaniu, paradoksalnie, pomocna powinna się okazać właśnie metodologia SEM, być może w egzemplifikacji modelem MIMIC.

---

<sup>26</sup> Por. L.R. JAMES, *The Unmeasured Variables Problem in Path Analysis*, "Journal of Applied Psychology" 65(1980), No. 4, pp. 415-421.

<sup>27</sup> Problematykę metodologiczną zastosowań SEM w psychologii w interesujący sposób przedstawia: A. JANUSZEWSKI, *Modele równań strukturalnych w metodologii badań psychologicznych. Problematyka przyczynowości w modelach strukturalnych i dopuszczalność modeli*, w: *Studia z Psychologii w KUL*, t. XVII, red. O. Gorbaniuk, B. Kostrubiec-Wojtachnio, D. Musiał, M. Wiechetek, A. Błachnio, A. Przepiórka, Wydawnictwo KUL, Lublin 2011, s. 213-245.

## UWAGI KOŃCOWE

Złożoność zjawiska gospodarki nieoficjalnej wyklucza możliwości jej badania metodą zasługującą na miano uniwersalnej. Aspektowość znanych propozycji analitycznych jest w tym sensie warunkowana nie tyle arbitralnością wyborów badacza, co raczej przedmiotową specyfiką, różnorodnością celową badań oraz ograniczeniami założeń definiującymi metodologiczną stronę analiz. Nic zatem dziwnego, że poszczególne metody dają nieporównywalne wyniki, często bardzo różniące się od siebie. W tym kontekście największy potencjał mają podejścia umożliwiające integrację wyników, zwłaszcza modelowanie wielowymiarowe. Jeżeli jednak modele równań strukturalnych nadają się do swoistej „racjonalizacji” wyjaśniania rzeczywistych zjawisk i procesów – zarówno w aspekcie badań przekrojowych, jak i zależnych od czasu – i wspomagają budowę oraz weryfikację rozmaitych teorii, modelowanie oparte na tradycyjnej regresji wydaje się właściwszą metodą dla prac kierunkowanych na uzyskanie jednostkowych szacunków rozmiaru szarej strefy oraz analiz koncentrujących się na dynamice zmian. W przypadku szacunków, MIMIC rzeczywiście prowadzi do wyników obciążonych niestabilnością, co skutkuje np. rozwinięciem pierwotnej propozycji modelowej w kierunku DYMIMIC, tj. modelu uwzględniającego opóźnienia, czy nawet postulatem poszerzenia badań o kontekst kointegracji. Jednocześnie jednak, zakładając adekwację między złożonością przedmiotu badań a jej modelowym opisem, trudno nie zauważyć, że równania strukturalne mają największy potencjał rozwoju. Złożony i nieobserwowalny charakter szarej strefy wystarczająco zniechęca do modelowania tego zjawiska. Mając do wyboru (1) dalsze ukrywanie go, tym razem przed próbą choćby niedoskonałej analizy, (2) badania jednowymiarowe arbitralnie upraszczające skomplikowany fenomen, w duchu „lepiej coś niż nic”, oraz (3) – być może również zgodne z tym duchem i podobnie zagrożone arbitralnością – podejście ekonometryczne, gwarantujące obiektywizm kosztem weryfikacji założeń, zazwyczaj żmudnych i odsuwających w czasie dzielenie się wynikami, właśnie w tej ostatniej opcji należy upatrywać nadziei na progres w zakresie badań nad gospodarką nieoficjalną.

Zastosowanie metod ekonometrycznych w tym zakresie może skutkować nową jakością – w postaci obiektywizacji procedur prowadzących do szacowania wielkości szarej strefy, ale także w analizach pogłębiających rozumienie jej strukturalnych aspektów, opartych na metodologii SEM. Dzięki tej obiektywizacji, nawet jeżeli podważane bywają wyniki badań, to krytyka nie jest obciążona indywidualnymi preferencjami interlokutorów, a charakteryzuje się metodologicznym podłożem. Poszczególne metody badań wnoszą do ogólnego obrazu bezdyskusyjnie istotne fragmenty – nic nie stoi na przeszkodzie, aby ciągle pod rygiem metodologicznych

standardów ekonometrii konstruować nowe metody, łączące cząstkowy potencjał istniejących konwencji badawczych. Dobrze, że takie hybrydowe podejście już łączy się z dorobkiem polskich badaczy, którzy przedstawili niedawno metodologię szacowania rozmiaru szarej strefy, opartą na nowym schemacie modelu MIMIC, łączącym modelowanie równań strukturalnych z analizą popytu na waluty i określonym przez autorów jako „odwrócona standaryzacja”<sup>28</sup>. W jednej spójnej propozycji łączy ona potencjał dwóch, wydawałoby się nieporównywalnych metod, co niewątpliwie również należy oceniać jako interesujące zaangażowanie metod ekonometrycznych w badaniach tego, co „niewidzialne”. Wydaje się, że jest to dobra egzemplifikacja kierunku, który zdefiniuje zastosowanie metod ekonometrycznych do badania fenomenu gospodarki nieoficjalnej w najbliższych latach.

#### BIBLIOGRAFIA

- BEDNARSKI M., KRYŃSKA E., PATER K., WALEWSKI M., *Przyczyny pracy nierejestrowanej w Polsce*, Ministerstwo Pracy i Polityki Społecznej, Warszawa 2008.
- BOLLEN K.A., *Structural Equations with Latent Variables*, Wiley, New York 1989.
- BREUSCH T., *Estimating the Underground Economy using MIMIC Models, “Working Paper”* (Canberra) 2005.
- BREUSCH T., *The Canadian Underground Economy: An Examination of Giles and Tedds, “Canadian Tax Journal”* 53(2005), No. 2, pp. 367-391.
- CICHOCKI S., *Metody pomiaru szarej strefy, „Gospodarka Narodowa”* 2006, nr 1-2, s. 37-61.
- DELL’ANNO R., SCHNEIDER F., *Estimating the Underground Economy by Using MIMIC Models: A Response to T. Breusch’s Critique, “Working Paper”* 2006, No. 0607, Department of Economics, Johannes Kepler University of Linz.
- DOBOZI I., POHL G., *Real Output Decline in Transition Economies – Forget GDP. Try Power Consumption Data!, “Transition Newsletter”* 6(1995), No. 1-2, pp.17-18, World Bank.
- DROZDOWICZ-BIEĆ M., *Szara strefa w PKB, czyli liczenie niepoliczalnego*, <https://www.obserwatorfianansowy.pl/tematyka/makroekonomia/szara-strefa-w-pkbczyli-liczenie-niepoliczalnego/> [dostęp: 15.04.2018].
- DVORIANINOV A.V., *Directions of Unshadowing the Economy of Ukraine Due to the Using of Tax Mechanisms, “Financial Space”* 2013, No. 4, pp. 157-159.
- DYBKA P., KOWALCZUK M., OLESINSKI B., ROZKRUT M., TORÓJ A., *Currency Demand and MIMIC Models: Towards a Structured Hybrid Model-Based Estimation of the Shadow Economy Size*, SGH KAE Working Papers Series, Warszawa 2017.
- Dziennik Urzędowy Unii Europejskiej* L 174 (wyd. pol.), *Legislacja*, t. 56, 26 czerwca 2013, <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/PL/TXT/?uri=OJ%3AL%3A2013%3A174%3ATOC> [dostęp: 15.04.2018].

---

<sup>28</sup> Cytowana już praca: P. DYBKA, M. KOWALCZUK, B. OLESIŃSKI, M. ROZKRUT, A. TORÓJ, *Currency Demand and MIMIC Models*. Propozycję zauważył i włączył do omawianych metod znany ekspert problematyki gospodarki nieoficjalnej – F. Schneider; por. L. MEDINA, F. SCHNEIDER, *Shadow Economies Around the World: What Did We Learn Over the Last 20 Years?*, “IMF Working Paper” 2018, No. 18-17, International Monetary Fund.

- FEIGE E.L. (Ed.), *The Underground Economies: Tax Evasion and Information Distortion*, Cambridge University Press, Cambridge 1989.
- FREY B., WECK-HANNEMANN H., *The Hidden Economy as an "Unobservable" Variable*, "European Economic Review" 26(1984), No. 1-2, pp. 33-53.
- FUNDOWICZ J., ŁAPIŃSKI K., PETERLIK M., WYŻNIKIEWICZ B., *Szara strefa w polskiej gospodarce w 2016 roku*, IBnGR, Warszawa 2016.
- GILES D., *Measuring the Hidden Economy: Implications for Econometric Modeling*, "The Economic Journal" 109(1999) (June), pp. F370-F380.
- GOLDBERGER A., HAUSER R., *The Treatment of Unobservable Variables in Path Analysis*, "Sociological Methodology" 1971, No. 3, pp. 81-117.
- GRZEGORZEWSKA-MISCHKA E., WYRZYKOWSKI W., *Szara strefa jako skutek polityki podatkowej państwa*, „Zarządzanie i Finanse” 13(2015), nr 3-2, s. 149-164.
- JAMES L., *The Unmeasured Variables Problem in Path Analysis*, "Journal of Applied Psychology" 65(1980), No. 4, pp. 415-421.
- JANUSZEWSKI A., *Modele równań strukturalnych w metodologii badań psychologicznych. Problematyka przyczynowości w modelach strukturalnych i dopuszczalność modeli*. W: *Studia z Psychologii w KUL*, t. XVII, red. O. Gorbaniuk, B. Kostrubiec-Wojtachnio, D. Musiał, M. Wiechetek, A. Błachnio, A. Przepiórka, Wydawnictwo KUL, Lublin 2011, s. 213-245.
- JOHNSON S., KAUFMANN D., ZOIDO P., *Regulatory Discretion and the Unofficial Economy*, "American Economic Review" 88(1998), No. 2, pp. 387-392.
- JÖRESKOG K., GOLDBERGER A., *Estimation of a Model with Multiple Indicators and Multiple Causes of a Single Latent Variable*, "Journal of the American Statistical Association" 70(1975) (September), pp. 631-639.
- KAUFMANN D., KALIBERDA A., *Integrating the Unofficial Economy into the Dynamics of Post-Socialist Economies. A Framework of Analysis and Evidence*, "Policy Research Working Paper" 1996, No. 1691, World Bank.
- KONARSKI R., *Modele równań strukturalnych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009.
- LACKÓ M., *Hidden Economy – An Unknown Quantity? Comparative Analysis of Hidden Economies in Transition Countries, 1989-95*, "Economics of Transition" 8(2000), No. 1, pp. 117-149.
- LERMER G. (Ed.), *Probing Leviathan. An Investigation of Government in the Economy*, The Fraser Institute, Vancouver, BC 1984.
- LIPPERT O., WALKER M. (Eds.), *The Underground Economy: Global Evidences of its Size and Impact*, The Frazer Institute, Vancouver, BC 1997.
- MEDINA L., SCHNEIDER F., *Shadow Economies Around the World: What Did We Learn Over the Last 20 Years?*, "IMF Working Paper" 2018, No. 18-17, International Monetary Fund.
- MRÓZ B., *Gospodarka nieoficjalna w systemie ekonomicznym*, SGH, Warszawa 2002.
- OSIŃSKA M.: *Ekonometryczna analiza zależności przyczynowych*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2008.
- OSTOJSKI T., *Kryptowaluty państwowe – jak im się wiedzie?*, <https://bitub.pl/artykuly/kryptowaluty-panstwowe-im-sie-wiedzie> [dostęp: 14.02.2018].
- PEARL J., *Causality. Models, Reasoning and Inference*, Cambridge University Press, New York 2009.
- SCHNEIDER F., BUEHN A., *Estimating the Size of the Shadow Economy: Methods, Problems and Open Questions*, "Discussion Paper" 2016, No. 9820, pp. 12, Institute for the Study of Labor.
- SCHNEIDER F., ENSTE D.H., *Shadow Economies: Size, Causes, and Consequences*, "Journal of Economic Literature" 38(2000), No. 1, pp. 77-114.
- SCHNEIDER F.: *Size and Development of the Shadow Economy in Germany, Austria and Other OECD Countries: Some Preliminary Findings*, "Revue économique" 60(2009), No. 5, pp. 1079-1116.
- STANISZ A., *Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach z medycyny, t. III: Analizy wielowymiarowe*, StatSoft, Kraków 2007.



TANZI V., The Underground Economy in the United States: Annual Estimates, 1930-1980, "Staff Papers" 30(1983), No. 2, pp. 283-305, International Monetary Fund.

WYŻNIKIEWICZ B., Produkt krajowy brutto jako przedmiot krytyki, „Wiadomości Statystyczne” 2017, nr 3 (670), s. 5-15.

ZELLNER A., Estimation of Regression Relationships Containing Unobservable Independent Variables, "International Economic Review" 11(1970), No. 3, pp. 441-454.

## PRZYDATNOŚĆ METOD EKONOMETRYCZNYCH W BADANIACH NAD SZARĄ STREFĄ

### Streszczenie

Artykuł omawia obecne zastosowania metod ekonometrycznych w analizach szarej strefy. Przedstawione zostały ramy formalne metodologii badania gospodarki nieoficjalnej oraz możliwości metod ekonometrycznych w analizach kierunkowanych zarówno na szacowanie rozmiarów szarej strefy, jak i na pogłębione badania jej struktury oraz związków przyczynowo-skutkowych. Poza metodami pośrednimi, jak bilans zużycia energii elektrycznej M. Lackó czy analiza popytu na pieniądz V. Tanzi, szeroko omówiona została metodologia modeli równań strukturalnych, oceniona jako podejście z niewykorzystanym potencjałem eksplikacyjnym.

**Słowa kluczowe:** ekonometria; metody ekonometryczne; szara strefa; gospodarka nieoficjalna; modele równań strukturalnych; SEM; MIMIC.

## THE USEFULNESS OF ECONOMETRIC METHODS IN RESEARCH ON THE SHADOW ECONOMY

### Summary

The article presents the current applications of econometric methods in the analysis of gray economy. The work presents a formal framework of methodology for the study of unofficial economy and the possibilities of econometric methods in analyzes aimed at estimating the size of the shadow economy and in-depth studies of its structure and cause-and-effect relationships. In addition to indirect methods, such as the balance of electricity consumption (household electricity approach) of M. Lackó or the analysis of the currency demand method of V. Tanzi – the methodology of structural equation models, assessed as an approach with unused exploratory potential, has been widely discussed.

**Key words:** econometrics; econometric methods; gray economy; unofficial economy; structural equations model; SEM; MIMIC.